

Planungsvorschlag zum Themenbereich „Stochastik“ in Klasse 5

Ziele und Schwerpunkte

Forderungen der Bildungsstandards

Die Schülerinnen und Schüler

- beschreiben Zufallserscheinungen in alltäglichen Situationen,
- sammeln systematisch Daten, erfassen sie in Tabellen und stellen sie graphisch dar, auch unter Verwendung geeigneter Hilfsmittel (wie Software),
- werten graphische Darstellungen und Tabellen von statistischen Erhebungen aus,
- interpretieren Wahrscheinlichkeitsaussagen aus dem Alltag,
- bestimmen Wahrscheinlichkeiten bei einfachen Zufallsexperimenten.

Planungsvorschlag

Thema	Std.	Schwerpunkte	Bemerkungen
2.1 Zufällige Vorgänge und Wahrscheinlichkeit	4	<ul style="list-style-type: none"> • Analysieren zufälliger Vorgänge (mögliche Ergebnisse, betrachtetes Merkmal, Bedingungen) • Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes • einfache Zufallsexperimente 	– Es sollte eine Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen erfolgen (s. Hinweise)
2.2 Durchführen und Auswerten statistischer Untersuchungen	6	<ul style="list-style-type: none"> • Lesen und Interpretieren von Häufigkeitsverteilungen (kleinster, größter, häufigster Wert, größter Unterschied) • Anfertigen von Strichlisten und Häufigkeitstabellen • Lesen von Diagrammen und Anfertigen von Strecken- und Streifendiagrammen • Vertrautmachen mit Stammblätter-Diagrammen 	– Die Prozessbetrachtung sollte auch bei statistischen Untersuchungen angewendet werden. (s. Hinweise)
Summe	10		

Hinweise zu ausgewählten Problemen

Die Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen

Unter „Prozessbetrachtung“ wird verstanden, dass nicht ausschließlich die eingetretenen oder möglicherweise eintretenden Ergebnisse betrachtet werden, sondern der Prozess (oder synonym Vorgang) untersucht wird, in dessen Resultat die Ergebnisse eintreten können. Als zufällig sollte deshalb nicht ein Ergebnis oder Ereignis bezeichnet werden, sondern der betreffende Vorgang, der zu diesem Ergebnis führt. Es sollte deshalb *nicht* gesagt werden, dass z.B. das Würfeln einer Sechse, die Note von Katrin in der Mathematikarbeit oder die Anzahl der Stunden, die Kim in der Woche in den Fernseher sieht, zufällig sind; *sondern*: Das Werfen eines Würfels, das Schreiben der Mathematikarbeit durch Katrin, die Entwicklung der Fernsehgewohnheiten von Kim sind *zufällige Vorgänge*.

Als einziges Kriterium für die Zufälligkeit eines Vorgangs ist die Existenz unterschiedlicher Ergebnismöglichkeiten anzusehen. Die Nichtvorhersehbarkeit des Ergebnisses ist ein meist anzutreffendes aber nicht notwendiges Merkmal. So kann etwa mit einem geeigneten Test kurz vor einer Mathearbeit die dann in der Arbeit geschriebene Note durchaus vorhergesagt werden.

Weiterhin gehört zur Prozessbetrachtung, dass das *Merkmal* angegeben wird, das man betrachtet. Die Zufälligkeit eines Vorganges kann deshalb nur bezüglich eines Merkmals untersucht werden. Auf die Angabe eines Merkmals wird allerdings z. T. verzichtet, wenn aus dem Zusammenhang hervorgeht, welches Merkmal gemeint ist (z. B. Werfen eines Würfels: gemeint ist Merkmal Augenzahl).

Ein wesentlicher Aspekt einer Prozessbetrachtung ist die Untersuchungen der *Bedingungen*, unter denen der Vorgang abläuft und ihr Einfluss auf die Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse. Die Angabe der Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses hat oft nur einen Sinn, wenn auch die Bedingungen angegeben werden, unter denen das Ergebnis eingetreten ist. So hat die Augenzahl 6 nur dann die Wahrscheinlichkeit $1/6$, wenn es sich um einen fairen Würfel handelt. Die Angabe von durchschnittlichen Fernsehzeiten ist nur sinnvoll, wenn das Land, die Altersgruppe, die familiären und sozialen Verhältnisse, der Zeitraum und weitere Bedingungen bekannt und als im Wesentlichen gleich anzusehen sind.

Mit der Prozessbetrachtung werden folgende Ziel und Zwecke verbunden:

- Der Zufallsbegriff der Alltagssprache (z.B. Zufall als etwas Unerwartetes oder Gleichmögliches) soll durch eine weitere Betrachtung ergänzt werden, d.h. es soll *nicht* darum gehen, die umgangssprachliche Verwendung des Zufallsbegriffes zu beseitigen.
- Es sollen die Teilgebiete der Stochastik, nämlich Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik, durch eine gemeinsame Begriffsbildung und Betrachtungsweise enger verbunden werden. Insbesondere soll auch der zufällige Charakter von Daten stärker als üblich ins Blickfeld rücken, wodurch die Interpretation der Daten bzw. der statistischen Kenngrößen ein größeres Gewicht erhält.
- Es soll der enge Zusammenhang stochastischer Betrachtungen zu naturwissenschaftlichen Untersuchungen verdeutlicht werden. Die Betrachtung von Vorgängen ist ein zentrales Anliegen der Naturwissenschaften. Auch naturwissenschaftliche Gesetze sind stets an bestimmte Bedingungen gebunden.

Zusammenfassend kann die Prozessbetrachtung durch folgende vier Fragen charakterisiert werden:

1. Welcher Vorgang läuft ab? (Was passiert?)
2. Welches Merkmal des Vorgangs interessiert mich? (Was interessiert mich?)
3. Welche Ergebnisse können eintreten? (Was kann eintreten?)
4. Welche Bedingungen beeinflussen den Vorgang und damit die Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse? (Wovon hängt ab, was eintritt?)

Zufälliger Vorgang und Zufallsexperiment

Der in der Fachwissenschaft verwendete Begriff „Zufallsexperiment“ oder „Zufallsversuch“ sollte *nicht* synonym mit dem Begriff „zufälliger Vorgang“ verwendet werden. Ein zufälliger Vorgang ist zunächst ein unabhängig von einer Beobachtung bzw. Untersuchung ablaufender Vorgang. Ein Experiment oder Versuch ist sowohl im Denken der Schüler als auch in den Naturwissenschaften eine geplante und zielgerichtete Untersuchung einer Erscheinung bzw. eines Vorgangs. In diesem Sinne sollte unter einem Zufallsexperiment im Stochastikunterricht ebenfalls eine experimentelle Untersuchung eines zufälligen Vorgangs verstanden werden. Dazu werden in der Regel Wiederholungen des Vorgangs betrachtet (in der Statistik) bzw. durchgeführt (in der Wahrscheinlichkeitsrechnung). Die in der Fachwissenschaft angegebenen Beispiele für Zufallsexperimente stimmen mit dieser Betrachtungsweise in der Regel überein.

Zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes

Ausgangspunkt für die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes beim Schüler in der Klasse 5 sollten die intuitiven Vorstellungen zum Begriff „wahrscheinlich“ als etwas mit ziemlicher Sicherheit Eintretendes sein. Mit der Frage „Was ist wahrscheinlicher?“ werden diese Vorstellungen erweitert und führen zum Vergleich von Wahrscheinlichkeiten. Die Vergleiche beruhen auf subjektiven Schätzungen, Vergleiche absoluter Häufigkeiten möglicher Ergebnisse oder Erkennen von Teilmengenbeziehungen. Nach dem Umgang mit den Begriffen „gleichwahrscheinlich“ sowie „mehr oder weniger wahrscheinlich“ erfolgt der Übergang zur qualitativen Charakterisierung des Erwartungsgefühls durch den Begriff „Wahrscheinlichkeit“. Wahrscheinlichkeit als Maß für die Erwartung des Eintretens eines Ereignisses lässt sich innerhalb der Extreme „unmöglich“ und „sicher“ z. B. durch die Ausprägungen sehr geringe Wahrscheinlichkeit (unwahrscheinlich), geringe Wahrscheinlichkeit (wenig wahrscheinlich), 50%ige Wahrscheinlichkeit (wahrscheinlich), sehr hohe Wahrscheinlichkeit (sehr wahrscheinlich) charakterisieren. Zur Visualisierung und Darstellung der Lösung der Aufgaben kann man eine Wahr-

scheinlichkeitsskala verwenden, auf der Punkte markiert werden, die den geschätzten Wahrscheinlichkeiten entsprechen.

Statistische Untersuchungen und zufällige Vorgänge

Die Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen sollte auch bei der Durchführung bzw. Auswertung statistischer Untersuchungen eine Rolle spielen. Dadurch werden Betrachtungen zum Hintergrund der Daten und zu Ursachen für die Art und Verteilung der Daten angeregt. Es sind jedoch folgende Unterschiede zu den Betrachtungen zu beachten, die im Rahmen der Wahrscheinlichkeitsrechnung durchgeführt werden:

- In der Wahrscheinlichkeitsrechnung geht man von Vorgängen aus, die beliebig oft unter gleichen Bedingungen wiederholt werden können. Dafür gibt es in der Erfahrungswelt der Schüler als Beispiele vor allem Glücksspiele mit den "Zufallsgeneratoren" Würfel, Münze, Urne, Glücksrad. Die Wiederholung eines Vorgangs kann nacheinander erfolgen (einen Würfel dreimal werfen) oder auch in gleichwertiger Weise durch parallelen Verlauf des gleichen Vorgangs (drei Würfel einmal werfen).
- Bei statistischen Untersuchungen besteht die Wiederholung in der Regel im gleichzeitigen Verlauf der Vorgänge (z. B. Entwicklungsprozesse von Einstellungen und Gewohnheiten). Die Gleichheit der Bedingungen muss erst untersucht werden, bevor man Grundgesamtheiten von Vorgängen bilden kann. Genau gleiche Bedingungen bei allen Vorgängen gibt es praktisch nicht, sie können nur im wesentlichen gleich sein.
- Im Unterschied zu den zufälligen Vorgängen im Rahmen der Wahrscheinlichkeitsrechnung laufen bei statistischen Untersuchungen die Vorgänge auch nach der Erfassung ihrer Ergebnisse weiter.
- Während in der Wahrscheinlichkeitsrechnung der Vorgang selbst oft klar erkennbar ist und angegeben wird (Werfen eines Würfels, Drehen eines Glücksrades, Ziehen aus einer Urne), ist dies in der Statistik nicht der Fall. Vielfach wird in Lehrbüchern fälschlich der Messvorgang als der zufällige Vorgang bezeichnet (z. B. Messung der Lebensdauer einer Glühlampe). Der eigentliche Vorgang bleibt dadurch aber außerhalb der Betrachtungen, was zu einer Verarmung der Datenauswertung führt, die sich dann nur auf die Angabe der Ergebnisse und Bestimmung von Kenngrößen oder bestimmter Auffälligkeiten beschränkt. Erst die Betrachtung des Vorgangs (z. B. Produktionsprozess der Glühlampe) und seiner Bedingungen erlaubt eine tiefe und weiterführende Auswertung.