

Planungsvorschlag zum Themenbereich „Natürliche Zahlen“ in Klasse 5

Ziele und Schwerpunkte

Forderungen der Bildungsstandards

Die Schülerinnen und Schüler

- nutzen Vorstellungen von natürlichen Zahlen entsprechend der Verwendungsnotwendigkeit,
- stellen Zahlen der Situation angemessen dar, unter anderem in Zehnerpotenzschreibweise,
- rechnen mit natürlichen Zahlen auch im Kopf,
- nutzen Rechengesetze, auch zum vorteilhaften Rechnen,
- nutzen zur Kontrolle Überschlagsrechnungen,
- runden Rechenergebnisse entsprechend dem Sachverhalt sinnvoll,
- erläutern an Beispielen den Zusammenhang zwischen Rechenoperationen und deren Umkehrungen und nutzen diese Zusammenhänge,
- wählen, beschreiben und bewerten Vorgehensweisen und Verfahren, denen Algorithmen bzw. Kalküle zu Grunde liegen,
- prüfen und interpretieren Ergebnisse in Sachsituationen.

Planungsvorschlag

Thema	Std.	Schwerpunkte	Bemerkungen
Mit Schwung ins neue Schuljahr	3	<ul style="list-style-type: none"> • Interesse am Mathematikunterricht entwickeln • beim Lösen von unterhaltsamen Kopfrechenaufgaben zu allen Rechenoperationen den Stand der Rechenfertigkeiten der Schüler feststellen • Auswahl von Aufgaben nach den Interessen der Schüler <ul style="list-style-type: none"> ○ Rechenkettten, Zahlenmauern ○ Zahlenrätsel ○ Knobel- und Scherzaufgaben ○ Fortsetzung von Zahlenfolgen ○ Rechenspiele ○ Erfassen und Auswerten von Daten 	<ul style="list-style-type: none"> – Zu Beginn des neuen Mathematikunterrichts sollten besondere Anstrengungen unternommen werden. – Es sollten unterschiedliche Aufgabentypen berücksichtigt werden, die alle durch Kopfrechnen lösbar sind.
1.1 Verwenden, Darstellen natürlicher Zahlen Verwenden natürlicher Zahlen	5	<ul style="list-style-type: none"> • Wiederholung der Verwendungsaspekte an Beispielen ohne explizite Systematisierung und Diskussion 	<ul style="list-style-type: none"> – Aspekte des Zahlbegriffes
Zahlen auf dem Zahlenstrahl		<ul style="list-style-type: none"> • Erfassen unterschiedlicher Einteilungsmöglichkeiten und Ablesen von Skalenwerten 	<ul style="list-style-type: none"> – Arbeit mit Skalen ist bedeutsam für andere Fächer
Vergleichen und Ordnen		<ul style="list-style-type: none"> • Vergleichen von Zahlen durch schrittweises Vergleichen der Stellen 	
Zahlen in der Stellentafel		<ul style="list-style-type: none"> • Einführen Zehnerpotenz, Basis, Exponent 	

Thema	Std.	Schwerpunkte	Bemerkungen
Große Zahlen		<ul style="list-style-type: none"> • Kenntnis der Bezeichnungen Milliarde und Billion • Festigung der Schreibweise und des Lesens von Zahlen • Erleben, dass man große oder wenig anschauliche Zahlen durch geeignete Vergleiche erfassbar machen kann • erste Entwicklung eines „Zahlenvorstellungsvermögens“ über natürliche Zahlen bis zur Milliardengröße 	
Zahlensysteme (Zusatz)	(3)	<ul style="list-style-type: none"> • Vertiefung der Bildungsprinzips von Zahlen in Positionssystemen durch Vergleich mit Additionssystemen und dem Dualsystem • Festigung der römischen Zahlzeichen • Kennenlernen des Dualsystems 	– Römische Zahlen gehören zur Allgemeinbildung und sollten bis zur Zahl 20 betrachtet werden
1.2 Rechenoperationen mit natürlichen Zahlen Mündliches Addieren und Subtrahieren	10	<ul style="list-style-type: none"> • inhaltliches Verstehen der beiden Operationen • Festigung der Verfahren des mündlichen Rechnens • Vertraut machen mit Rechenvorteilen beim Kopfrechnen • Lösen von Gleichungen durch Zerlegen von Zahlen 	– Verwendungsaspekte; Bewegen auf dem Zahlenstrahl bereitet Addition / Subtraktion rationaler Zahlen vor
Multiplizieren im Kopf		<ul style="list-style-type: none"> • inhaltliches Verstehen der Verwendungsaspekte der Multiplikation • Testen und Entwickeln der Kopfrechenfertigkeiten 	– Rechnen mit 0 und 1
Quadratzahlen		<ul style="list-style-type: none"> • inhaltliches Erfassen von Quadratzahl, Verbindung zur Geometrie erkennen • Quadratzahlen bis 20 zunehmend auswendig wissen 	
Multiplizieren mit Zehnerpotenzen		<ul style="list-style-type: none"> • Sicheres Rechnen, Anfügen der Nullen inhaltlich erfassen 	– Vorbereitung des Umrechnens von Größen
Potenzen natürlicher Zahlen		<ul style="list-style-type: none"> • Verallgemeinern von Zehnerpotenz, Quadratzahl zu Potenz einer natürlichen Zahl 	– Potenzbegriff
Vielfache und Teiler		<ul style="list-style-type: none"> • Wiederholen von Teiler und Vielfachem, Zusammenhang erkennen • Zerlegen von Zahlen in Produkte zur Bestimmung der Teiler 	– vor Wiederholung der Division möglich, da Teilbarkeit auf Multiplikation beruht

Thema	Std.	Schwerpunkte	Bemerkungen
Dividieren im Kopf		<ul style="list-style-type: none"> • inhaltliches Verstehen der Verwendungsaspekte der Division • Testen und Entwickeln der Kopfrechenfertigkeiten 	– Verwendungsaspekte
Dividieren durch Zehnerpotenzen		<ul style="list-style-type: none"> • Sicheres Rechnen, Abstreichen der Nullen inhaltlich erfassen 	– Vorbereitung der Umrechnung von Größen
Runden und Näherungswerte		<ul style="list-style-type: none"> • sichere Kenntnis der Rundungsregeln und Können im Runden auf vorgegebene Stellenwerte • erste Erfahrungen im sinnvollen Runden 	
1.3 Rechengesetze, Rechenvorteile, Vorrangregeln	3		– Rechengesetze sind teilweise aus der Grundschule bekannt
Geschicktes Multiplizieren		<ul style="list-style-type: none"> • Vertraut machen mit Rechenvorteilen 	
Geschicktes Dividieren		<ul style="list-style-type: none"> • Vertraut machen mit Rechenvorteilen 	
Vorrangregeln		<ul style="list-style-type: none"> • Wiederholen der Vorrangregeln, insbesondere Arbeit mit Klammern • Übersetzen von Texten 	
1.4 Schriftliche Rechenverfahren	10		
Schriftliches Addieren und Subtrahieren	2	<ul style="list-style-type: none"> • Festigung der Verfahren des schriftlichen Addierens und Subtrahierens, Gewöhnen an Kontrollverfahren • Übersetzen sprachlicher Formulierungen in mathematische Form 	– Bei der schriftlichen Addition und Subtraktion sollte kein Überschlag verlangt werden.
Überschlagsrechnung	1	<ul style="list-style-type: none"> • Festigung der Kopfrechenfertigkeiten • Durchführen sinnvoller Überschläge für Multiplikations- und Divisionsaufgaben 	– Das Bilden und Berechnen eines Überschlags sollte vor Wiederholung der schriftlichen Multiplikation erfolgen.
Schriftliches Multiplizieren	2	<ul style="list-style-type: none"> • Festigung des Verfahrens der schriftlichen Multiplikation, Beherrschung und bewusste Nutzung von Kontrollmöglichkeiten 	
Schriftliches Dividieren	3	<ul style="list-style-type: none"> • Festigung des Verfahrens der schriftlichen Division mit und ohne Rest (auch mit zweistelligem Divisor), Beherrschung und bewusste Nutzung von Kontrollmöglichkeiten • Festigung der Kenntnis des Zusammenhangs von Multiplikation und Division 	
Lösen von Sachaufgaben	2	<ul style="list-style-type: none"> • Wiederholung und Vertiefung einer heuristischen Schrittfolge zum Lösen von Sachaufgaben, insbesondere Erfassen der Hauptinformation 	– Lösen von Sachaufgaben; Schrittfolge als Methode

Thema	Std.	Schwerpunkte	Bemerkungen
		<ul style="list-style-type: none"> • Übungen im Anfertigen von Skizzen zu Sachaufgaben • Übungen in der Arbeit mit Tabellen • Erstes Bekanntmachen mit dem Rückwärtsarbeiten (Ausgehen vom Ziel) 	
1.5 Gleichungen und Ungleichungen	4	<ul style="list-style-type: none"> • Wiederholung des inhaltlichen Verständnisses der Begriffe Gleichung, Ungleichung, Lösen einer Gleichung, Lösung einer Gleichung • Lösen von Gleichungen durch Probieren • Lösen von Gleichungen durch Zerlegen von Zahlen • Lösen von Gleichungen durch Umkehren der Rechnungen • Lösen von Gleichungen und Ungleichungen durch systematisches Probieren 	<ul style="list-style-type: none"> – Inhaltliches Lösen – Vorstellung inhaltlicher Lösungsverfahren und entsprechende Aufgaben zum Üben der Verfahren
1.6 Gemischte Aufgaben	5	<ul style="list-style-type: none"> • Integration aller nacheinander behandelten Rechenverfahren und heuristischen Vorgehensweisen durch bewusste Identifizierung des Aufgabentyps und zielgerichtete Reaktivierung der Regel bzw. der Vorgehensweise • Mögliche Schwerpunkte: <ul style="list-style-type: none"> ○ Knocheleien und Scherzaufgaben ○ Zahlenrätsel ○ Fortsetzung von Zahlenfolgen ○ Vergleichen, Ordnen, Stellenwertsystem ○ Rechenspiele ○ Überschlagen und Abschätzen ○ Finden von Fehlern ○ Funktionale Betrachtungen ○ Schriftliches Rechnen ○ Vorgehensweisen bei Sachaufgaben ○ Große Zahlen 	<ul style="list-style-type: none"> – Auswahl von Schwerpunkten entsprechend der Klassensituation
Summe	40		

Hinweise zu ausgewählten Problemen

Zum Lösen von Sachaufgaben

Anknüpfend an das vielfältige Lösen von Sachaufgaben in der Grundschule sollten die folgenden fünf Schritte verallgemeinert werden:

1. Erfassen des Sachverhaltes
2. Analysieren des Sachverhaltes
3. Suchen nach Lösungsideen und Planen eines Lösungsweges
4. Durchführen des Lösungsplanes
5. Kontrolle und Auswertung der Lösung und des Lösungsweges

Als schülergemäße Formulierung der Schritte wird die Ich-Form vorgeschlagen.

- z.B.:
1. Ich lese die Aufgabe mehrmals durch und stelle mir den Sachverhalt vor.
 2. Ich suche die wesentlichen Angaben heraus.
 3. Ich suche einen Lösungsweg.
 4. Ich führe den Lösungsweg aus und kontrolliere ihn sofort.
 5. Ich überprüfe das Ergebnis und beantworte die Frage.

Damit sollen die Schüler langfristig daran gewöhnt werden, sich selbst eine Frage zu stellen, wenn sie nicht weiter wissen. Auch die heuristischen Hilfsmittel (Verwenden von Skizzen und Tabellen, gegenständliche Veranschaulichung, Schätzen des Ergebnisses, Einführen von Bezeichnungen) und die heuristischen Strategien (Rückwärtsarbeiten, Aufstellen von Gleichungen, Probieren) sollten durch Fragen an sich selbst vermittelt werden. Insbesondere das Rückwärtsarbeiten ist bei mehrschrittigen Lösungswegen eine sehr günstige Strategie.

Das Arbeiten mit Skizzen ist ein wichtiges heuristisches Hilfsmittel zum Erfassen des Sachverhaltes, bei einigen Aufgaben aber auch zum Finden von Lösungsideen unbedingt erforderlich. Es bedarf besonderer Übungen, da Schüler oft wenig brauchbare Skizzen anfertigen. In der Regel reichen beschriftete Strecken oder Rechtecke zum Skizzieren aus.

Die heuristischen Vorgehensweisen sollten den Schülern schrittweise im Laufe der Klassen 5 und 6 bewusst gemacht werden, indem der Lehrer Fragen dazu immer wieder in der gleichen Art stellt.

Zum inhaltlichen Lösen von Gleichungen und Ungleichungen

Unter dem inhaltlichen Lösen von Gleichungen und Ungleichungen versteht man das Lösen ohne Verwendung von algorithmisch-kalkülmäßigen Verfahren. Das inhaltliche Lösen ist die einzige Möglichkeit für alle Gleichungstypen bis zur Einführung der formalen algorithmisch-kalkülmäßigen Verfahren in Kl. 7/8. Danach bleibt es das einzige Lösungsverfahren für alle Typen, für die die Schüler kein formales Lösungsverfahren kennen lernen. Es ermöglicht z. T. rationelleres Lösen als das algorithmisch – kalkülmäßige Vorgehen. Das inhaltliche Lösen entwickelt die Fähigkeit des Erkennens von Termstrukturen als die wesentliche Voraussetzung für das formale Lösen.

Es gibt mindestens folgende Möglichkeiten zum inhaltlichen Lösen:

- Zerlegen von Zahlen und Termen in Summen und Produkte (Hauptmethode)
- Einfaches oder systematisches Probieren
- Verwenden der Umkehroperation bzw. Umkehrfunktion (Vorbereitung des formalen Lösens)
- Veranschaulichung der Terme und Gleichungen / Ungleichungen auf dem Zahlenstrahl
- Vergleichen von Zählern und Nennern bei Verhältnisgleichungen (erst ab Kl. 6)
- Grafisches Lösen von Gleichungen und Ungleichungen (erst ab Kl. 9)
- Verwenden von Definitionen und Sätzen (erst ab Kl. 7/8)

Es sollten nur die Gleichungen aufgeschrieben werden und möglichst oft verschiedene Lösungsüberlegungen der Schüler diskutiert werden. Wenn die Nichtexistenz weiterer Lösungen offensichtlich ist, sollten nur exemplarisch Existenzbetrachtungen erfolgen.