

Auszug aus:

Sill, H.-D.; Bluhm, S.; Brandt, K.; Heldner, I.; Julius, R.; Lindstädt, M.; Lorenz, J.; Merchel, M.; Roscher, M.; Scherff, K.; Seebahn, A.; Sobjetzki, Ch.: *Sicheres Wissen und Können in der ebenen Geometrie*. - Schwerin : Landesinstitut für Schule und Ausbildung Mecklenburg-Vorpommern, 2005

1.1 **Kenntnisse zu Grundbegriffen und Zeichenfertigkeiten**

1. **Zu den Bedeutungen der Begriffe in der Mathematik**

Die Begriffe *Punkt*, *Gerade* und *Ebene* sind Grundbegriffe der Geometrie, d. h. sie werden nicht definiert und bilden zusammen mit den Axiomen die axiomatische Grundlage der Geometrie, aus der alle weiteren geometrischen Begriffe und Sätze gewonnen werden.

Wie alle Begriffe in der Mathematik sind auch die geometrischen Begriffe theoretische Konstrukte, also ideelle Objekte, die nur im Denken existieren. Das Besondere der Geometrie ist, dass viele der Denkobjekte zeichnerisch oder durch Modelle dargestellt werden können, womit sie besonders anschaulich sind. Dies gilt allerdings nur für höchstens dreidimensionale Objekte in der Euklidischen Geometrie. Die zeichnerische Darstellung darf aber nicht mit dem mathematischen Begriff verwechselt werden. So hat jede Zeichnung einer Geraden eine bestimmte Breite und eine endliche Länge.

Für die zeichnerische Darstellung von Punkte gibt es verschiedenen Möglichkeiten: ein Kreuz: \times , ein kleiner nicht ausgefüllter Kreis: \circ , ein kleiner ausgefüllter Kreis: \bullet , ein kleiner Strich senkrecht zu einer Linie ($\text{---}|\text{---}$) oder der Schnitt zweier beliebiger Linien: \times . Es ist üblich, aber nicht erforderlich, dass der Punkt auch beschriftet ist.

Das Wort *Linie* ist kein Fachbegriff der Mathematik, wird aber im Mathematikunterricht vielfach verwendet (gerade Linie, gestrichelte Linie, Liniendiagramm, Kreislinie). Die Eigenschaften gerade und gekrümmt sind Merkmale von Kurven (als eindimensionale zusammenhängende Punktemengen) und können nur mit Mitteln der Differentialgeometrie definiert werden.

Die Bezeichnung von *Geraden*, *Strahlen* (*Halbgeraden*) und teilweise auch *Strecken* durch Punkte ist unterschiedlich. Es wird bei Strecken und Winkeln auch in den Bezeichnungen zwischen dem geometrischen Objekt und seinem Maß (z. B. Länge Strecke) unterschieden.

Es wird zwischen dem *Rand* (*Endpunkten*) und dem *Inneren* einer Strecke unterschieden.

Zwei Strecken sind *senkrecht zueinander*, wenn die Geraden, auf denen sie liegen, senkrecht zueinander sind, d. h. zueinander senkrechte Strecken müssen sich nicht schneiden.

Zwei Strecken *schneiden einander*, wenn sie einen gemeinsamen inneren Punkt haben, d. h. das Lot von einem Punkt auf eine Strecke schneidet diese nicht, sondern berührt sie nur.

Die *Richtung* einer Geraden (Halbgerade, Strecke) ist die Klasse aller dazu parallelen Geraden. Für Strahlen und Strecken wird auch ein *Richtungssinn* erklärt, der mit einer Pfeilspitze angegeben wird.

Es gibt verschiedenen Definitionen des Begriffs *Winkel*. Die Definition als ein Paar von Strahlen mit einem gemeinsamen Anfangspunkt wird z. T. als „*Elementarwinkel*“ bezeichnet und sollte in Klasse 5 verwendet und dann durch weitere Aspekte angereichert werden. Ein Elementarwinkel hat keine Orientierung und nimmt nur Werte im Intervall von 0° bis 180° an. Zur mathematischen Erfassung von Drehungen dient der Begriff *Drehwinkel*. Dazu sind eine Orientierung des Winkels und die Festlegung eines Drehsinns (links/rechts herum) nötig. Als Maß kann das Intervall $[0^\circ, 360^\circ]$ verwendet werden, wenn der Drehsinn sprachlich ausgedrückt wird. Der Drehsinn wird in der Mathematik durch ein Vorzeichen definiert, wobei positive Winkelmaße eine Linksdrehung und negative eine Rechtsdrehung bedeuten. Dies kann auf beliebige reelle Winkelmaße (Bogenmaß) verallgemeinert werden.

Ein Winkel kann auch als Teil einer Ebene definiert werden. Die Schenkel begrenzen in diesem Fall zwei *Winkelfelder*, das Innere und das Äußere des Winkels.

2. Bedeutungen der Begriffe außerhalb der Mathematik¹

Mit dem Wort *Punkt* werden ein kleiner kreisrunder Fleck bzw. Tupfen, ein punktförmiges Zeichen, ein geographischer Ort oder ein Zeitpunkt bzw. Stadium innerhalb eines Prozesses (jetzt ist der Punkt gekommen, ein toter Punkt) bezeichnet.

Das Wort *Gerade* bezeichnet eine gerade Teilstrecke einer Rennstrecke (der Läufer biegt auf die letzte Gerade ein), und im Boxen eine Boxhieb der Schlagfaust (die rechte Gerade).

Das Eigenschaftswort *gerade* steht für: in unveränderter Richtung fortlaufend, nicht krumm (eine gerade Linie, den Draht gerade biegen); in natürlicher Richtung, aufrecht (gerade sitzen); nicht schief, waagrecht (Das Bild hängt nicht gerade.); eben, flach (eine gerade Strecke); freimütig, aufrichtig (gerade heraus); genau, auch im Kleinsten übereinstimmend (Gerade das meine ich.)

Das Wort *Strecke* bezeichnet einen Abschnitt eines zurückgelegten Weges (Wegstrecke), den Abschnitt einer Bahnlinie (der Zug hielt auf freier Strecke), im Sport eine für einen Wettkampf festgelegte Entfernung (Laufstrecke), im Bergbau einen horizontalen Grubenbau und bei der Jagd das erlegte Wild (ein Tier zur Strecke bringen).

Mit *Strahl* wird ein von einer Lichtquelle ausgehendes Licht (Lichtstrahl), eine aus einer Öffnung hervor schießende Flüssigkeit (Wasserstrahl) und in der Physik ein sich geradlinig ausbreitender Teilchenstrom (radioaktive Strahlen) bezeichnet.

Das Wort *Richtung* wird in zwei Bedeutungen verwendet, als orientierte Richtung (in Richtung Bahnhof) und als nichtorientierte Richtung (die Nord-Süd-Richtung), die dem mathematischen Begriff entspricht.

Mit dem Wort *Winkel* wird im Alltag ein Werkzeug oder Bauteil, eine Ecke in oder an Gebäuden oder Zimmern, einen Teil eines Raumes (toter Winkel), eine abgelegene Gegend, ein dreieckförmiges Zeichen und das Gebiet bei den oberen Ecken eines Tores (Torwinkel) bezeichnet.

Senkrecht bedeutet im Alltag, dass etwas senkrecht zur Eroberfläche bzw. zur Waagerechten ist (Der Zaunpfahl steht senkrecht).

3. Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Die Schüler können die geometrische Figuren Punkt, Gerade, Strecke und Strahl sowie die Relationen parallel und senkrecht zueinander identifizieren. Sie sind in der Lage, gemeinsame und unterschiedliche Bedeutungen dieser Wörter in der Mathematik und in anderen Zusammenhängen zu erkennen und zu beschreiben.

Es wird im Sprechen und in der Schreibweise nicht zwischen dem geometrischen Objekt und seinem Maß unterschieden.

Die Schüler können spitze, rechte, stumpfe und gestreckte Winkel benennen.

Die Schüler besitzen sichere Fertigkeiten im Ausführen folgender Handlungen:

- Zeichnen von Punkten, Geraden, Strecken (nach gegebenen Maßen) und Strahlen
- Zeichnen von Parallelen zu einer Geraden durch einen Punkt bzw. in einem gegebenen Abstand mit dem Geodreieck
- Zeichnen einer Senkrechten zu einer Geraden bzw. Strecke durch einen Punkt auf der Geraden/Strecke mit dem Geodreieck (Senkrechte errichten)
- Zeichnen einer Senkrechten zu einer Geraden bzw. Strecke durch einen Punkt außerhalb der Geraden/Strecke mit dem Geodreieck (Lot fällen)

¹ Als eine Quelle für die Bedeutungen der Wörter wurde verwendet: DUDEN : Deutsches Universalwörterbuch, 5. Aufl., Mannheim : Brockhaus, 2003 sowie die Internetenzyklopädie Wikipedia <http://de.wikipedia.org/wiki/Hauptseite>

- Zeichnen/Antragen eines Winkels in verschiedenen Lagen von 0° bis 180° mit einem Geodreieck
- Messen eines Winkels von 0° bis 180° in verschiedenen Lagen mit einem Geodreieck
- Messen von Strecken mit einem Lineal
- Bestimmen des Mittelpunktes einer Strecke, Möglichkeiten: mit dem Zirkel, Messen der Strecke und Halbieren des Messwertes, Probieren mit dem Geodreieck

Die Schüler sind in der Lage, gleiche Winkel an geschnittenen Geraden bzw. Parallelen zu erkennen bzw. fehlende Winkel berechnen zu können. Dabei ist es nicht erforderlich, die entsprechenden Begriffe (Scheitelwinkel, Nebenwinkel, Stufenwinkel, Wechselwinkel) sowie die Bezeichnungen der betreffenden Sätze zu verwenden.