

Auszug aus:

Sill, H.-D.; Bluhm, S.; Brandt, K.; Heldner, I.; Julius, R.; Lindstädt, M.; Lorenz, J.; Merchel, M.; Roscher, M.; Scherff, K.; Seebahn, A.; Sobjetzki, Ch.: *Sicheres Wissen und Können in der ebenen Geometrie*. - Schwerin : Landesinstitut für Schule und Ausbildung Mecklenburg-Vorpommern, 2005

Wissen und Können zu Bewegungen und Symmetrien

1. Bedeutungen der Begriffe in der Mathematik und im Mathematikunterricht

Bewegung (Kongruenzabbildung) ist in der Mathematik der Oberbegriff für die geometrischen Abbildungen Geradenspiegelung, Punktspiegelung, Verschiebung, Drehung und Zusammensetzungen aus ihnen in der Ebene. Diese Abbildungen bilden jeweils die gesamte Ebene auf sich ab, d. h. jedem Punkt der Ebene wird genau ein anderer zugeordnet. Grafisch lässt sich dies immer nur für einige Punkte darstellen. Der Begriff Bewegung bzw. Kongruenzabbildung wird im Mathematikunterricht in der Regel nicht behandelt.

Im Unterschied zu Verschiebungen und Drehungen ändert sich bei Spiegelungen der Umlaufsinn der Punkte eines Vielecks. Dies wird durch die Unterscheidung von gleichsinnigen Bewegungen (Verschiebung, Drehung, Punktspiegelung) und ungleichsinnigen Bewegungen (Geradenspiegelung) erfasst, die zu der Unterscheidung von gleichsinniger und ungleichsinniger Kongruenz führen.

Der Begriff Kongruenz/kongruent kann auf verschiedene Weise festgelegt werden. In einem kongruenzgeometrischen Aufbau der Geometrie ist er ein nicht definierter Grundbegriff. Bei einem abbildungsgeometrischen Vorgehen wird er mithilfe der Kongruenzabbildungen definiert. Die Kongruenz von Vielecken kann auch über die Gleichheit aller einander entsprechenden Seiten und Winkel erklärt werden.

Eine Figur heißt symmetrisch, wenn es außer der identischen Abbildung weitere Kongruenzabbildungen gibt, die die Figur auf sich abbilden. Diese Kongruenzabbildungen nennt man dann auch "Symmetrien" der Figur. Man unterscheidet die Achsensymmetrie, Punktsymmetrie, Verschiebungssymmetrie und Drehsymmetrie. Die Verschiebungssymmetrie kann in der Ebene nur für Figuren mit unendlicher Ausdehnung (z. B. Streifen) betrachtet werden. Verschiebungssymmetrische Streifen heißen Bandornamente.

2. Bedeutungen der Begriffe außerhalb der Mathematik

Das Wort *Bewegung* bezeichnet einen Vorgang, bei dem bestimmte Objekte ihre Lage, Stellung oder Haltung ändern, einen inneren Zustand eines Menschen oder ein gemeinsames Bestreben einer Anzahl von Menschen.

Verschiebung und *Drehung* bezeichnen bestimmte Ortsveränderungen eines Körpers. Als Spiegelung wird die Erzeugung von Bildern an glatten Oberflächen oder Luftschichten (Glascheiben, Wasser, Fata Morgana), eine medizinische Untersuchungsmethode innerer Organe oder ein bestimmtes Verhalten eines Menschen bezeichnet. Spiegelbilder können auch durch Umklappungen oder Zusammenfallen (Klecksbilder) erzeugt werden.

Das Wort *symmetrisch* wird im Alltag in der Regel nur zur Beschreibung einer Achsensymmetrie verwendet.

Die Bedeutung des Fremdwortes *kongruent* (lat. congruens = übereinstimmend, entsprechend) entspricht auch in seiner bildungssprachlichen Verwendung (in allen Punkten übereinstimmend) der mathematischen Bedeutung des Wortes.

3. Standpunkte zum sicheren Wissen und Können

Die Schüler haben Fertigkeiten im Eintragen und Ablesen von Punkten in ein rechtwinkliges Koordinatensystem, wobei bis zur Einführung der rationalen Zahlen eine Beschränkung auf den ersten Quadranten erfolgt. Sie können die Achsen mit x-Achse und y-Achse bezeichnen.

Die Schüler haben zu den Bewegungen Spiegelung, Verschiebung und Drehung inhaltliche Vorstellungen im Sinne einer physikalischen Bewegung und nutzen diese beim Realisieren und Identifizieren von Bewegungen.

Die Schüler können in achsensymmetrischen Figuren eine Symmetrieachse mit einem Lineal ohne Konstruktion einzeichnen. Die Schüler können eine achsensymmetrischen Figur auf kariertem Papier unter Nutzung der Gitterpunkte herstellen bzw. ergänzen.

Die Schüler können auf kariertem Papier einfache Bandornamente herstellen.

Die Drehung einer Figur wird nur für sehr einfache Fälle auf kariertem Papier verlangt.

Dabei werden in der Regel Figuren verwendet, die als Ganzes wirken.

Die Schüler sollen in einfachen Fällen untersuchen können, ob eine Figur aus einer anderen durch Verschiebung hervorgegangen ist. Die Schüler können auf kariertem und weißem Papier Verschiebungen einfacher Figuren durch Parallelverschiebung zeichnen.

Das Wort „kongruent“ gehört als Synonym mit „deckungsgleich“ zum sicheren Wortschatz der Schüler. Die Schüler können Figurenpaare auf Unterschiede untersuchen und eine Aussage über die Kongruenz treffen.