

7 Geometrie

7.1 Hinweise zu den Aufgaben zur ebenen Geometrie

Aufgabe 1

Finde Gemeinsamkeiten und Unterschiede in der Bedeutung des Wortes "Strecke" in der Mathematik und in den folgenden Formulierungen:

- Auf der Strecke von Berlin nach Rostock kommt es zu Verspätungen im Zugverkehr.
- Die letzte Strecke des Weges gingen sie zu Fuß.
- Die Läufer legen eine Strecke von 100 m zurück.



Rolle der Aufgabe in Lernprozessen

Das Wort "Strecke" hat wie auch andere geometrische Grundbegriffe (zum Beispiel "Punkt" und "Strahl") im alltäglichen Gebrauch und in der mathematischen Fachsprache unterschiedliche Bedeutungen. Den Schülern sind diese Bedeutungen aus dem Alltag und dem Mathematikunterricht in der Grundschule bekannt. Mit dieser Aufgabe können die Kenntnisse der Schüler zum mathematischen Begriff der Strecke, insbesondere zur Darstellung und Bezeichnung von Strecken gefestigt werden.

Sie können weiterhin erleben, dass die mathematischen Begriffe aus der Wirklichkeit entstanden sind, aber immer nur bestimmte Eigenschaften beinhalten. Die Wirklichkeit ist immer viel reichhaltiger als die Mathematik, die eine Idealisierung bestimmter Verhältnisse darstellt. Die Schüler können mit diesem Aufgabentyp weiterhin daran gewöhnt werden, bei jedem neuen Begriff in der Mathematik nach seinen Bezügen und zur Bedeutung dieses Wortes im Alltag zu suchen

Hinweise zum Einsatz der Aufgabe

Die Aufgabe kann zu Beginn des Geometrieunterrichts in der Klasse 5 bei der Wiederholung der Kenntnisse aus der Grundschule eingesetzt werden.

Die Schüler sollten in etwa 10 min in Einzel- oder Partnerarbeit ihre Gedanken zu Gemeinsamkeiten und Unterschieden schriftlich in geeigneter Form darstellen.

Hinweise zu möglichen Schülerantworten

Gemeinsamkeiten der Bedeutungen der Wörter:

Alle Strecken haben eine Länge. Alle Strecken werden durch zwei Punkte begrenzt, die allerdings bei der Bahnstrecke nicht eindeutig bestimmt sein müssen.

Unterschiede in den Bedeutungen:

Die Bahnstrecke und die Wegstrecke sind in der Regel nicht geradlinig, während eine Laufstrecke von 100 Metern im Normalfall geradlinig ist. Eine Strecke in der Mathematik ist die kürzeste Verbindung zweier Punkte. Das trifft nur für die Laufstrecke zu.

Bei einer Strecke in der Mathematik sind die Endpunkte gleichberechtigt, man kann eigentlich nicht vom Anfangs- und Endpunkt einer Strecke sprechen. Bei den drei Strecken in der Realität sind die Endpunkte nicht gleichwertig, es handelt sich jeweils um den Start und das Ziel einer gerichteten Bewegung.

Weitere Hinweise

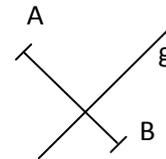
Es könnte mit interessierten Schülern darüber diskutiert werden, ob man in der Mathematik auch von einem Anfangs- und einem Endpunkt einer Strecke sprechen könnte. Damit werden die gerichteten Strecken (Verschiebungspfeil in Kl. 6, Vektoren in Kl. 12) vorbereitet.

Aufgabe 2

Untersuche die Bedeutung des Wortes "senkrecht" in den folgenden Zusammenhängen.

- a) Die Strecke \overline{AB} ist senkrecht zur Geraden g .

Betrachte verschiedene Lagen der Geraden g und der Strecke \overline{AB} .



- b) Der Zaunpfahl steht senkrecht.

Betrachte Zaunpfähle in einem ebenen Gelände und Zaunpfähle an einem Berg.



Rolle der Aufgabe in Lernprozessen

Im Alltag wird das Wort "senkrecht" als Gegenbegriff zu "waagrecht" wie ein Eigenschaftsbegriff behandelt, das heißt, man kann von einem Objekt sagen, ob es senkrecht ist bzw. senkrecht steht oder nicht. Diese Bedeutung ist im semantischen Netz der Schüler fest verhaftet. In der Mathematik ist "senkrecht" ein Relationsbegriff, das heißt, ein Objekt kann nur senkrecht zu einem anderen sein. Deshalb sollte auch stets die Wortverbindung "senkrecht zu" bzw. "senkrecht zueinander" im Unterricht verwendet werden. Das Beherrschen der Relation "senkrecht zu" sollte zum sicheren Wissen und Können der Schüler gehören, da es an vielen Stellen im Unterricht verwendet wird, so zum Beispiel beim Erkennen von Höhen in Figuren und Körpern, auch wenn diese "schräg" liegen. Die Aufgabe kann also eine wesentliche Rolle in diesem Lernprozess spielen.

Hinweise zum Einsatz der Aufgabe

Als Einstieg hat eine Kollegin von einem Schüler eine Kerze in einen Leuchter stellen lassen (es war gerade Weihnachtszeit) und die anderen Schüler sollten das Resultat beurteilen.

Die Schüler sollten zunächst die Teilaufgabe a) in selbstständiger Arbeit etwa 10 min lang bearbeiten. Dann kann eine Präsentation der Ergebnisse an der Tafel erfolgen, indem die Schüler mit Lineal und Geodreieck die verschiedenen Lagemöglichkeiten anzeichnen und ihre Gedanken dazu äußern.

Hinweise zu möglichen Schülerantworten

Zur Beschreibung der Stellung der Kerze im Leuchter verwendeten die Schüler unter anderem folgende Ausdrücke: "schief", "schräg", "steht nicht gerade", "ist nicht kerzengerade", "steht nicht aufrecht", "steht nicht senkrecht".

Gemeinsamkeiten: In beiden Fällen treten rechte Winkel auf.

Unterschiede: Eine Strecke und eine Gerade bilden, wenn die Eckpunkte der Strecke nicht auf der Geraden liegen, vier rechte Winkel. Der Zaunpfahl und die Erdoberfläche (eben, bei vernachlässigter Krümmung) bilden zwei rechte Winkel. Der Zaunpfahl ist immer senkrecht zur Horizontalen. Wenn eine Gerade schräg zu einer Heftkante verläuft, dann verläuft auch die Strecke schräg zur Heftkante. Das Wort 'waagrecht' ist kein mathematischer Begriff, sondern bezieht sich auf die Erdoberfläche. Ein Zaunpfahl kann senkrecht stehen und trotzdem schräg zu seiner Standfläche sein, zum Beispiel an einem Hang.

Weitere Hinweise

Es können auch Bezüge zur Bedeutung der Wörter lotrecht, horizontal und vertikal hergestellt werden. Es handelt sich dabei ebenfalls nicht um mathematische Begriffe, sondern um Relationen, die Gemeinsamkeiten mit der Relation der Orthogonalität (rechter Winkel) in der Mathematik haben.