# Mathematischer Wettbewerb

## in den Klassenstufen 4 und 5

### um den Pokal des Rektors der Universität Rostock

### Aufgaben und Lösungen

### 1994 – 2004

| | |
|---|---|
| Herausgeber: | Universität Rostock,<br>Institut für Mathematik |
| Autoren: | PD Dr Ingo Kölbl<br>Dr. Brigitte Leskien †<br>Prof. Dr. Hans-Dieter Sill |
| Druck: | Universitätsdruckerei Rostock |

Rostock, 2005

# Inhalt

# Vorwort

Der jährlich stattfindende mathematische Schülerwettbewerb um den Pokal des Rektors der Universität Rostock wird seit 1985 mit dem Ziel durchgeführt, Schüler der Klassenstufen 4 und 5 aller Schularten der Stadt Rostock (und seit 2004 auch des Kreises Bad Doberan) für eine vertiefte Beschäftigung mit der Mathematik zu interessieren, das mathematische Klima an den Schulen anzuregen sowie mathematische Begabungen frühzeitig zu erkennen. Dieser Wettstreit wird in zwei Stufen durchgeführt. Die 1. Stufe einschließlich der Korrektur der Aufgaben findet auf Schulebene statt. Die 2. Stufe des Wettbewerbs wird zentral unter Klausurbedingungen an der Universität durchgeführt. Dazu kann jede Schule maximal fünf Schüler aus jeder der Klassenstufen 4 und 5 delegieren. Die drei besten Schülerleistungen fließen in die Schulwertung ein. Einen Wanderpokal des Rektors erhält die Schule, von der drei Teilnehmer aus Klasse 4 die höchste Gesamtpunktzahl erreichen, ein zweiter Pokal wandert an diejenige weiterführende Schule, von der drei Schüler aus Klasse 5 die höchste Gesamtpunktzahl erhalten. Daneben werden auch Schüler für die besten Einzelleistungen mit Preisen und Anerkennungen ausgezeichnet.

Seit der „Vereinbarung zwischen der Universität Rostock und dem Schulamt Rostock zur Durchführung des Wettbewerbs um den Pokal des Rektors“ vom 24.11.1993 sind vonseiten der Universität Mitarbeiter des Bereichs Didaktik der Mathematik für die Bereitstellung der Aufgaben (mit Lösungsvorschlägen) beider Stufen des Wettbewerbs verantwortlich. Zwei vom Schulamt beauftragte Mathematiklehrerinnen übernehmen den weitaus größten Teil der Organisation. Die 1. Stufe des Wettbewerbs wird zu Beginn des Jahres, die 2. Stufe an einem Samstag im April oder Mai durchgeführt. An einem Samstag im Juni erfolgt dann die Verleihung der Pokale an die Schulen und die Auszeichnungen einzelner Schüler durch den Rektor der Universität Rostock und den Leiter des Schulamtes Rostock.

Da oftmals Schüler und Mathematiklehrer Interesse an den Wettbewerbsaufgaben bekundeten, hat Frau Dr. Brigitte Leskien die seit 1994 in beiden Stufen des mathematischen Wettbewerbs gestellten Aufgaben zum Teil überarbeitet, nach Klassenstufen geordnet und dann in folgende drei Gruppen eingeteilt:

L: Logisch-kombinatorische Aufgaben
A: Algebraisch-arithmetische Aufgaben
G: Geometrische Aufgaben

Anschließend sind Lösungen aufgezeigt.

Mit der Zusammenstellung der Wettbewerbsaufgaben soll erreicht werden, dass die Aufgaben einem größeren Interessentenkreis zur Verfügung stehen und in einem breiteren Rahmen eingesetzt werden können.

Die Autoren danken Herrn Dr. Joachim Leskien für die sorgfältige technische Bearbeitung und Fertigstellung dieser Aufgabensammlung.

Rostock, April 2005

## Klasse 4 Logisch-kombinatorische Aufgaben

**4L1** Drei Mädchen haben drei Bälle, einen roten, einen grünen und einen blauen. Von den folgenden Aussagen ist eine wahr, die beiden anderen sind falsch.

(1) Anja hat nicht den grünen Ball.
(2) Birte hat nicht den blauen Ball.
(3) Christa hat den grünen Ball.

Welches Mädchen hat welchen Ball?

**4L2** Vier Fußballmannschaften A, B, C und D bestreiten ein Turnier, in dem jede Mannschaft genau einmal gegen jede andere spielt.

Wie viel Spiele sind nötig?
Schreibe alle Spiele auf! (Beginne so: A gegen B, ...)

**4L3** Wer hat die Scheibe eingeworfen?

Arne: „Bernd war es!“
Bernd: „Denny hat es getan!“
Conny: „Ich war es nicht!“
Denny: „Bernd hat gelogen!“

Wer war es, wenn nur ein Kind gelogen hat?

**4L4** Wie viel Möglichkeiten hat der Weihnachtsmann ein Auto, einen Ball und ein Computerspiel an Ronny und Sven zu verteilen, wenn jeder mindestens ein Geschenk bekommen soll?

Gib alle Möglichkeiten an!

**4L5** In einem Karton liegen 2 rote, 3 blaue, 4 gelbe, 5 grüne, 6 schwarze und 7 weiße Kugeln, alle gleich groß und gleich schwer. Axel möchte mit verbundenen Augen mindestens 4 Kugeln gleicher Farbe aus dem Karton entnehmen.

Wie viel Kugeln muss Axel aus dem Karton mindestens herausnehmen, um mit Sicherheit 4 Kugeln gleicher Farbe dabei zu haben? Begründe deine Antwort!

**4L6** Alle 23 Schüler einer 4. Klasse haben etwas zum Frühstück mitgebracht: 12 einen Apfel, 13 ein Pausenbrot und 3 nur eine Milchschnitte.

Ermittle die Anzahl aller Schüler, die einen Apfel und ein Pausenbrot mitgebracht haben!

**4L7** Ein Hotel besitzt zusammen 82 Ein- und Zweibettzimmer mit insgesamt 132 Betten.

Wie viel Einbettzimmer und wie viel Zweibettzimmer hat das Hotel?

**4L8** Sechs Schüler verabschieden sich. Jeder gibt jedem einmal die Hand.

Wie viel Händedrücke waren es insgesamt?

**4L9** Die Polizei sucht ein Fahrzeug mit einem Kennzeichen, von dem durch Zeugenaussagen Folgendes bekannt ist:

HRO-□□ □□□
Buchstaben Ziffern

- Nach HRO folgen zwei Buchstaben und eine dreistellige Zahl.
- Einer der beiden Buchstaben ist ein E oder ein F.
- Der andere Buchstabe ist U oder V.
- In der Zahl kommen die Ziffern 1, 4 und 7 vor.

Wie viel Autos muss die Polizei nach diesen Angaben überprüfen?

**4L10** In einem Bericht vom Endlauf über 60 m beim letzten Sportfest ist zu lesen:
„Die Zuschauer feuerten begeistert die vier Läuferinnen an. Ute zog an Doris vorbei und hielt ihren Vorsprung bis ins Ziel. Auch Bärbel gelang es noch auf den letzten Metern Doris zu überholen. Wenn das auch überraschend war, so war Bärbel doch langsamer als Martina, die knapp von Ute geschlagen wurde.“

Wie war der Einlauf?

**4L11** Ein Lehrling soll 4 Liter einer Flüssigkeit abmessen, die sich in einem großen Behälter befindet. Er hat aber nur ein Gefäß für 3 Liter und ein Gefäß für 5 Liter. An beiden Gefäßen ist keine weitere Einteilung. Am Ende sollen sich die 4 Liter in dem 5-Liter-Gefäß befinden.

Wie kann er das machen?

**4L12** An einem Tisch sitzen zwei Kinder, zwei Väter und ein Großvater.

Gib die kleinste Anzahl von Personen an, für die dies zutreffen kann!

Hinweis: Die Personen können auch miteinander verwandt sein.

**4L13** Fülle die Felder des Quadrates mit den vier Zahlen 1, 2, 3 und 4 so aus, dass in jeder der Zeilen 1 bis 4, in jeder der Spalten A bis D und in jeder der beiden Diagonalen A1, B2, C3, D4 und A4, B3, C2, D1 jede der vier Zahlen einmal vorkommt.

| | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |

**4L14** Ruth, Marion und Petra wohnen im selben Haus. Jedes der drei Mädchen betreibt genau eine der Sportarten Tischtennis, Volleyball und Schwimmen. Außerdem ist bekannt:

(1) Marion wohnt in der Wohnung unter der Volleyball-Spielerin.
(2) Die Volleyball-Spielerin und Petra wohnen Tür an Tür.
(3) Marion und die Tischtennis-Spielerin sind gleichaltrig.

Welche Sportart betreibt jedes der Mädchen?

**4L15** Bei einem Tischtennis-Turnier starteten bei den Jungen im Doppel vier Paare.

(1) Lutz und sein Partner wurden Sieger.
(2) Klaus und sein Partner belegten Platz 2.
(3) Steffen belegte mit seinem Partner einen der vorderen drei Plätze.
(4) Norbert und Bernd spielten zusammen.
(5) Manfred und sein Partner Dirk belegten einen besseren Platz als Bernd und dessen Partner.
(6) Holger und sein Partner erkämpften den zweiten Platz.

Welche Jungen bildeten jeweils eine Mannschaft?
Welche Plätze belegten die einzelnen Mannschaften?

**4L16** Ein Fährmann will mit seinem Boot von einem Ufer eines Flusses einen Hund, eine Katze und einen Vogel an das andere Ufer bringen. Er kann aber immer nur ein Tier mitnehmen. Da sich der Hund mit der Katze und die Katze mit dem Vogel nicht vertragen, dürfen diese beiden Tiere nicht allein auf einer Seite bleiben.

Wie oft muss der Fährmann hin- und herfahren? Wen nimmt er jeweils mit?

**4L17** Jedes der Kinder Bernd, Fred und Tom erhielt beim 60-Meter-Lauf genau eine der folgenden Auszeichnungen: 1. Preis, 2. Preis, 3. Preis.
Weiter ist bekannt:

(1) Der Schüler mit dem 2. Preis ist älter als Bernd.
(2) Fred erhielt nicht den 1. Preis.
(3) Bernd gehört keinem Mathematikzirkel an.
(4) Der Schüler, der den 1. Preis gewann, ist Teilnehmer an einem Mathematikzirkel.

Wer erhielt welchen Preis?

**4L18** Drei Spieler einer Fußballmannschaft haben den Familiennamen Krause, vier heißen Lehmann, zwei Schulz und zwei Meyer. Vier der Spieler haben den Vornamen Dieter, drei den Vornamen Eckhard und drei den Vornamen Kurt. Keine zwei Spieler haben gleiche Vor- und Familiennamen. Der Torwart ist Eckhard Meyer.

Welchen Familiennamen hat der Mittelstürmer Günter? Begründe deine Antwort.

**4L19** Von drei Lehrern einer Schule mit den Familiennamen Schröter, Voigt und Müller, die jeweils genau zwei der Fächer Biologie, Chemie, Geschichte, Englisch, Russisch und Deutsch unterrichten, sei Folgendes bekannt:

(1) Herr Voigt ist mit dem Geschichtslehrer verwandt.
(2) Der Deutschlehrer, der Russischlehrer und Herr Schröter fahren oft mit dem Auto in die Schule.
(3) Herr Schröter ist kein Geschichtslehrer.
(4) In der Freizeit spielen der Chemielehrer, der Biologielehrer und Herr Müller Fußball.
(5) Der Chemielehrer und Herr Schröter haben einen Garten.
(6) Herr Voigt hilft dem Deutschlehrer beim Hausbau.

Welche Fächer unterrichtet jeder dieser Lehrer?

**4L20** Für ein Tennisturnier sind 30 Meldungen eingegangen. In jeder Runde werden so viele Paare wie möglich ausgelost. Bleibt ein Spieler übrig, kommt er kampflos in die nächste Runde. Alle Verlierer der Spiele in einer Runde scheiden aus.

a) Wie viele Spiele werden in der ersten Runde ausgetragen?
b) Wie viele Spiele werden im gesamten Turnier ausgetragen?
c) Wie viele Spiele hat der Sieger des Turniers ausgetragen?

# Klasse 4 Arithmetisch-algebraische Aufgaben

**4A1** In die leeren Felder des folgenden Schemas sind Zahlen derart einzutragen, dass alle vier von links nach rechts zu lesenden und alle vier von oben nach unten zu lesenden Aufgaben richtig gelöst sind. Eine Begründung wird nicht verlangt.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | + | □ | – | □ | = | 2 |
| + | | – | | + | | + |
| □ | – | 2 | + | 0 | = | □ |
| – | | + | | – | | – |
| □ | + | □ | – | 6 | = | 6 |
| = | | = | | = | | = |
| 1 | + | 5 | – | □ | = | 3 |

**4A2** Olaf hat beim Abschreiben einer Additionsaufgabe zwei Summanden vergessen. Es ist bekannt, dass der eine Summand halb so groß ist wie der andere.

Wie lauten die fehlenden Summanden?

$$\begin{array}{lr} & 5\,769 \\ + & 3\,175 \\ + & 888 \\ + & 2\,513 \\ + & 1\,024 \\ + & \\ + & \\ \hline & 19\,678 \\ \hline\hline \end{array}$$

**4A3** Suche die fehlenden Ziffern!
Gibt es verschiedene Lösungsmöglichkeiten?

a)

$$\begin{array}{lr} & \square\,6\,\square\,8 \\ + & \square\,1\,6 \\ + & \square\,0 \\ \hline & 2\,9\,0\,\square \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{l} \square\,4\,\square\,1 \cdot \square \\ \hline 6\,\square\,4\,2 \end{array}$$

**4A4** Setze für die Sternchen Ziffern ein, sodass eine richtig gelöste Aufgabe entsteht!

$$\begin{array}{r} 63 \cdot {*}{*} \\ \hline {*}{*}\phantom{*} \\ {*}{*}{*} \\ \hline {*}{*}{*} \end{array}$$

**4A5** Setze für die Buchstaben Ziffern ein, sodass die Aufgaben richtig gelöst sind!
Gleiche Buchstaben stehen für gleiche Ziffern und verschiedene Buchstaben bedeuten verschiedene Ziffern.

a)

$$\begin{array}{lr} & \mathrm{P\,A\,A\,R} \\ + & \mathrm{P\,A\,A\,R} \\ \hline & \mathrm{V\,I\,E\,R} \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{lr} & \mathrm{H\,A\,U\,S} \\ + & \mathrm{H\,A\,U\,S} \\ \hline & \mathrm{S\,T\,A\,D\,T} \end{array}$$

**4A6** Setze Plus-Zeichen zwischen Ziffern der Zahl 987 654 321 (z. B. 9 + 8 + 76 + 5 + 4 + 32 + 1), sodass man als Summe 99 erhält! Eine Änderung der Reihenfolge der Ziffern ist nicht gestattet.

Gib die beiden Lösungen an!

**4A7** Wie viel Zahlen gibt es zwischen 500 und 600, die ohne Rest durch 9 geteilt werden können?

**4A8** Klaus und Peter besitzen zusammen 100 Matchbox-Autos. Klaus hat mehr Autos als Peter. Klaus sagt: „Wenn ich die Anzahl meiner Autos durch 8 dividiere, so bleibt ein Rest von 7.“ Peter stellt fest: „Wenn ich die Anzahl meiner Autos durch 10 dividiere, bleibt auch ein Rest von 7.“

Wie viel Spielzeugautos hat jeder von ihnen?

**4A9** Eine zweistellige Zahl soll aufgrund folgender Bedingungen ermittelt werden. Die Summe ihrer beiden Ziffern beträgt 10. Vertauscht man ihre Ziffern und addiert zu der dadurch entstandenen Zahl die Zahl 1, so erhält man das Doppelte der ursprünglichen Zahl.

**4A10** Die Zahlenfolgen sind nach einer Rechenvorschrift gebildet worden. Gib jeweils eine solche an und setze jede Folge um vier Glieder fort!

a) 64, 58, 52, 46, ...
b) 1, 3, 6, 10, ...
c) 640, 320, 160, ...
d) 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

**4A11** Trage in die freien Felder der Tabelle Zahlen ein, sodass Folgendes gilt:
Von links nach rechts gelesen und von oben nach unten gelesen werden die Zahlen immer kleiner. Alle Differenzen, die man in einer Zeile bzw. einer Spalte zwischen zwei unmittelbar neben- bzw. untereinander stehenden Zahlen bilden kann, sind für diese Zeile bzw. Spalte gleich.

| | 1. Spalte | 2. Spalte | 3. Spalte | 4. Spalte |
|---|---|---|---|---|
| 1. Zeile | | 31 | | |
| 2. Zeile | | 26 | 20 | |
| 3. Zeile | | | | |
| 4. Zeile | | | | 8 |

**4A12** In die acht freien Felder dieser Figur sind die Zahlen 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 so einzutragen, dass die Summe der drei Zahlen in jeder der drei Zeilen, in jeder der drei Spalten und in jeder der zwei Diagonalen 15 beträgt.

| | | |
|---|---|---|
| | | |
| | 5 | |
| | | |

**4A13** Ermittle die natürlichen Zahlen *a*, *b*, *c*, *d* und *e*, von denen Folgendes bekannt ist:
(1) *a* ist die Hälfte von *b*.
(2) *b* ist die Summe von *c* und *d*.
(3) *c* ist die Differenz von *d* und *e*.
(4) *d* ist das Dreifache von *e*.
(5) *e* ist der vierte Teil von 56.

Begründe deine Lösung!

**4A14** Wenn du eine bestimmte Zahl mit 6 multiplizierst und zum Produkt 8 addierst, ist das Ergebnis das Gleiche, als wenn du dieselbe Zahl mit 8 multiplizierst und von dem Produkt 6 subtrahierst.

Gib diese Zahl an!

**4A15** In den Gleichungen (1) bis (6) bedeuten gleiche Buchstaben gleiche Zahlen, verschiedene Buchstaben bedeuten verschiedene Zahlen.

(1) $a + 13 = b$
(2) $b \cdot 2 = c$
(3) $c : 5 = d$
(4) $d + 3 = 11$
(5) $e \cdot e = f$
(6) $e - a = 2$

Gib Zahlen an, die man für die Buchstaben einsetzen kann, sodass die Gleichungen richtig sind! Welche Gleichung hast du zuerst, welche Gleichung zuletzt gelöst?

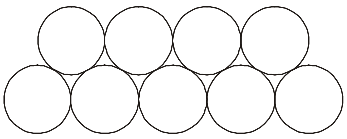
**4A16** Auf einem Teich schwimmen Enten. Ein vorbeifliegender Vogel ruft: „Guten Tag, ihr hundert Enten!“ Eine pfiffige Ente antwortet: „Ja, wenn wir das Doppelte unserer Anzahl und dich dazuzählen, dann wären wir hundert.“

Wie viel Enten sind auf dem Teich?

**4A17** Auf zwei Büschen saßen 16 Spatzen. Vom zweiten Busch flogen 5 Spatzen zum ersten hinüber, und vom ersten Busch flogen 2 Spatzen davon. Jetzt saßen auf beiden Büschen gleich viele Spatzen.

Wie viel Spatzen waren anfangs auf jedem Busch?

**4A18** Im Bild siehst du ein Beispiel, wie 9 Baumstämme in zwei Lagen aufgeschichtet wurden.
Nun sollen a) 45 und b) 105 Baumstämme in 6 Lagen so aufgeschichtet werden, dass jede Lage einen Stamm weniger aufweist als die darunter liegende.



Wie viel Baumstämme muss man in die unterste Schicht legen?

**4A19** Aus dem Märchen „Hänsel und Gretel“: Bei der Hexe regnet es durch; sie muss ihr Pfefferkuchenhaus neu decken. Sie will backen. Die Pfefferkuchen sind 12 cm lang und 5 cm breit. Für einen solchen Pfefferkuchen benötigt sie 100 g Mehl, 2 g Honig und 4 Mandeln. Am Dach sind zwei Flächen zu reparieren, von denen jede 60 cm lang und 40 cm breit ist.

Wie viel Mehl, Honig und Mandeln muss die Hexe zum Backen haben?

**4A20** Ein Faulenzer traf den Teufel, der ihm folgendes Angebot machte: „Immer wenn du über diese Brücke gehst, verdoppelt sich das Geld in deiner Tasche. Zum Dank gibst du mir jedes Mal 8 Taler.“ Der Faulenzer nahm das Angebot an. Er ging dreimal über die Brücke. Jedes Mal verdoppelte sich sein Geld und er gab dem Teufel jedes Mal 8 Taler. Nachdem er das dritte Mal über die Brücke gegangen war. hatte er aber nur noch genau 8 Taler, die er dem Teufel geben musste. So hatte er alles Geld verloren.

a) Wie viel Taler hatte er zu Beginn in der Tasche?
b) Wie viel Taler hätte der Faulenzer mindestens in seiner Tasche haben müssen, damit sich das Angebot für ihn lohnt?

**4A21** Annerose bringt aus dem Garten Äpfel und Pflaumen mit. Als sie nach Hause kommt, wird sie von ihrem Bruder Gerd gefragt: „Wie viel Äpfel und wie viel Pflaumen hast du mitgebracht?“ Verschmitzt antwortet Annerose: „Es sind zusammen weniger als 50 Stück, und zwar dreimal so viel Pflaumen wie Äpfel. Wenn Mutter von den mitgebrachten Äpfeln und Pflaumen jedem von uns vier Geschwistern je einen Apfel und je eine Pflaume gibt, dann bleiben noch viermal so viele Pflaumen wie Äpfel übrig.“

Wie viel Äpfel und wie viel Pflaumen hatte sie mitgebracht?

**4A22** Eine Raupe kriecht auf einen Baum. In der ersten Stunde klettert sie 12 cm hoch, in der zweiten Stunde rutscht sie 45 mm wieder herunter. In der dritten Stunde klettert sie erneut 12 cm hoch, in der vierten fällt sie 45 mm zurück. In der eben geschilderten Weise geht es immer weiter.

In welcher Höhe befindet sich die Raupe nach der dreizehnten Stunde?

**4A23** a) Zerlege die Figur so in zwei Teile von gleicher Form, dass die Summe der Zahlen in jedem Teil 100 beträgt!

b) Wie ist die Figur zu zerlegen, damit vier Teile von gleicher Gestalt entstehen und die Zahlensumme in jedem dieser Teile 50 beträgt?

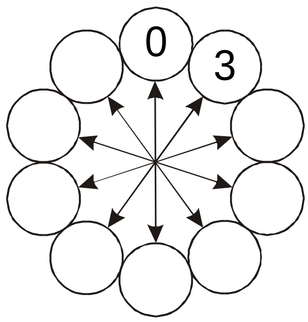
| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 12 | 14 | 13 | | | |
| 5 | 8 | 11 | 3 | 2 | 7 | 17 |
| 15 | 10 | 9 | 3 | 18 | 19 | 6 |
| | | | 4 | 16 | 8 | |

**4A24** Am Wandertag starten die Schüler innerhalb eines Ortes zu einer Radtour. Nach 900 m Fahrt erreichten sie den Ortsausgang. Nachdem sie das Fünffache dieses Weges zurückgelegt hatten, rasteten sie. Nach weiteren 5 km Fahrt machten sie Mittagspause.
Der Restweg bis zu ihrem Fahrtziel war um 2600 m kürzer als der bisher zurückgelegte Weg.

Ermittle die gesamte Weglänge vom Start bis zum Fahrtziel!

**4A25** Von zwei Orten A und B aus starten zwei Autos gleichzeitig und fahren sich entgegen. Das eine Auto fährt durchschnittlich 68 Kilometer in jeder Stunde und das andere 74 Kilometer in jeder Stunde. Sie treffen sich nach genau 2 Stunden und 30 Minuten. Wie weit sind die beiden Orte A und B voneinander entfernt?

**4A26** Setze die Zahlen 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9 so in die Kreise ein, dass jedes Paar benachbarter Kreise dieselbe Summe wie das Paar an den beiden entgegengesetzten Pfeilspitzen ergibt.



**4A27** Setze die Zahlen 3, 9, 12, 15, 18, 21 und 27 so in die freien Felder ein, dass in jeder Zeile, in jeder Spalte und in jeder Diagonale die Summe 45 beträgt.

| | | |
|---|---|---|
| 6 | | |
| | | |
| | | 24 |

**4A28** Für das Schreiben der Seitenzahlen eines Buches werden 792 Ziffern benötigt. (Zum Beispiel wird die Seitenzahl 108 durch die 3 Ziffern 1, 0 und 8 angegeben.)

Wie viele Seiten hat das Buch?

**4A29** Vervollständige die Tabelle!

| $a$ | $b$ | $6\cdot a + b$ | $6\cdot(a + b)$ |
|---|---|---|---|
| | 26 | 92 | |
| 41 | | 279 | |
| 69 | 42 | | |
| 35 | | | 3 612 |
| | | 1005 | 6 000 |

**4A30** Bei der Addition von vier schwer lesbar geschriebenen Zahlen wurde

bei der 1. Zahl die Hunderter-Ziffer 2 als 5,
bei der 2. Zahl die Tausender-Ziffer 3 als 8,
bei der 3. Zahl die Einer-Stelle 9 als 2
und bei der 4. Zahl die Zehner-Ziffer 7 als 4 gelesen.

Die Summe der gelesenen Zahlen ist 28 975.

a) Welchen Fehler hat das Ergebnis?
b) Wie lautet die Summe der ursprünglich aufgeschriebenen Zahlen?

**4A31** Gib alle Möglichkeiten an, einen Betrag von 0,29 € zu bezahlen, wenn nur 2-Cent-, 5-Cent- und 10-Cent-Stücke zur Verfügung stehen. Es soll passend bezahlt werden, das heißt es darf kein Geld zurückgegeben werden.

**4A32** Ein Bergsteiger klettert eine steile Felswand empor. Er braucht jeweils 12 Minuten, um 20 m höher zu gelangen. Dann muss er sich aber jedes Mal 5 Minuten ausruhen. Nach einer Stunde und 37 Minuten ist er oben angekommen.

Wie hoch ist die Felswand?

**4A33** Die Zahl 32 soll als Summe von vier Zahlen aufgeschrieben werden, die alle größer als null sind. Es soll dabei gelten:
Wenn man zum 1. Summanden 3 addiert, vom 2. Summanden 3 subtrahiert, den 3. Summanden mit 3 multipliziert und den 4. Summanden durch 3 dividiert, so ergibt sich jedes Mal dasselbe Ergebnis.

Wie lauten die vier Summanden?

**4A34** In einem Kaufhaus kauften drei Kundinnen den gleichen Gardinenstoff. Die erste Kundin kaufte 3 Meter, die zweite 5 Meter und die dritte 9 Meter. Die zweite Kundin bezahlte 24 Euro mehr als die erste.

Wie viel zahlte jede der drei Kundinnen für den gekauften Stoff?

**4A35** Löse das Kreuzzahlenrätsel!

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *a* | | *b* | | *c* |
| | | *d* | *e* | |
| | *f* | | | |
| *g* | | | *h* | *i* |
| *j* | | | | |

Nach rechts:

*a*: 26 weniger als 1000
*d*: vierter Teil von 500
*f* : Vielfaches von 111
*g*: Vielfaches von 17
*h*: Differenz von 100 und 75
*j*: kleinste dreistellige Zahl

Nach unten:

*a*: größte zweistellige Zahl
*b*: Doppeltes von 207
*c*: Hälfte von 70
*e*: 62 mehr als 180
*f* : Hälfte einer Hunderterzahl
*g*: Produkt von 9 mit sich selbst
*i*: Vielfaches von 7

**4A36** Ersetze die Buchstaben durch Ziffern so, dass eine richtig gelöste Additionsaufgabe entsteht. Gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern.

Gib zwei Lösungen an!

$$
\begin{array}{rccccc}
 & & W & I & N & D \\
+ & & W & I & N & D \\
+ & & W & I & N & D \\
\hline
 & S & T & U & R & M
\end{array}
$$

**4A37** Berechne (1) $25 \cdot x + 10 \cdot y - x : y$ und (2) $(x + 12) - 48 : (y - 4)$,
indem du für $x$ und $y$ folgende Zahlen einsetzt:

a) $x = 20$; $y = 20$
b) $x = 0$; $y = 28$
c) $x = 15$; $y = 5$.

**4A38** In einem Raum befinden sich doppelt so viele vierbeinige Stühle wie Hocker mit drei Beinen. Insgesamt haben diese Sitzmöbel 99 Beine.

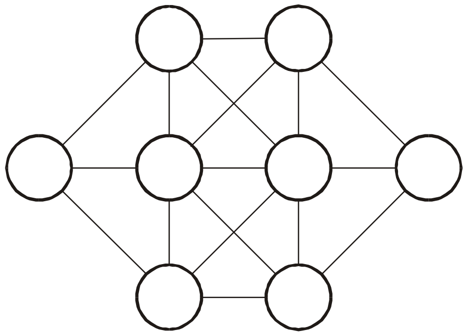
Wie viele Stühle und wie viele Hocker sind im Raum?

**4A39** Vervollständige die Tabelle!

| $x$ | $y$ | $z = x - y$ | $111 - z$ | $z \cdot (x + y)$ | $210 : z$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 38 | 17 | | | | |
| | 113 | 5 | | | |
| 75 | | 7 | | | |
| | 54 | | 76 | | |
| 115 | | | | | 7 |
| | | 1 | | 111 | |
| | | | 108 | 333 | |
| | | | | 7000 | 3 |

**4A40** Die Zahlen von 1 bis 8 sollen in die 8 Kreise in der Abbildung eingefügt werden, wobei eine Bedingung erfüllt werden muss.
Zahlen im Diagramm, die durch genau eine der eingezeichneten Strecken verbunden sind, müssen sich um mehr als 1 unterscheiden.

Gib eine solche Verteilung an.



**4A41** Bestimme die Zahlen, die für die einzelnen Buchstaben einzusetzen sind, wenn Folgendes bekannt ist:

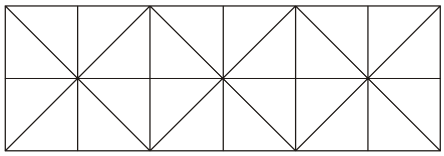
$$p + r + i + m + a = 4200\,, \quad p = r : 20\,, \quad m = a \cdot 3\,, \quad r = m + a\,, \quad a = 2835 : 7$$

**4A42** Zwei Behälter können zusammen 1800 Liter Wasser aufnehmen. Beide Behälter sind zunächst leer und werden nacheinander mit demselben Schlauch gefüllt, durch den in einer Minute 40 Liter Wasser fließen. Der erste Behälter ist nach 24 Minuten voll.

a) Wie viel Minuten werden zur Füllung des zweiten Behälters benötigt?
b) Wie viel Liter Wasser befinden sich dann in den einzelnen Behältern?

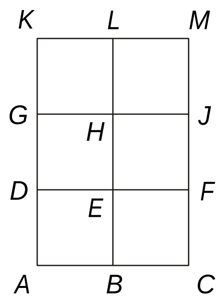
## Klasse 4 Geometrische Aufgaben

**4G1** Wie viel Quadrate und wie viel Dreiecke sind in diesem Muster versteckt?

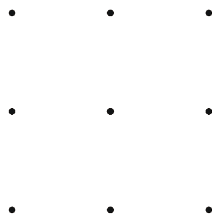


**4G2** Die Abbildung zeigt ein Rechteck *ACMK*, das aus sechs kleinen Quadraten zusammengesetzt ist. Man kann in der Abbildung außer diesem Rechteck noch weitere Rechtecke finden, die sich aus solchen kleinen Quadraten zusammensetzen und selbst keine Quadrate sind. Zum Beispiel ist *DFJG* ein derartiges Rechteck.

Nenne alle derartigen Rechtecke außer *ACMK*!




**4G3** Zeichne 4 Geraden so, dass alle 9 Punkte auf diesen Geraden liegen.
Keine der Geraden soll zu einer anderen parallel sein.



**4G4** a) Zeichne ein Trapez *ABCD* !

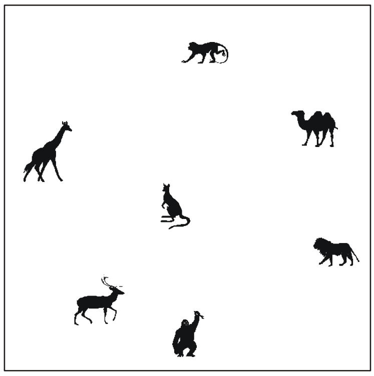
b) Zeichne in dieses Trapez zwei Linien so ein, dass dann in der Figur genau neun Trapeze zu sehen sind!

c) Bezeichne alle Punkte in der Figur und schreibe die neun Trapeze auf!

Hinweis: Ein Trapez ist ein Viereck mit einem Paar paralleler Gegenseiten.

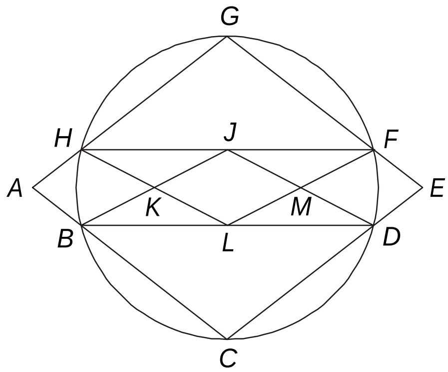
**4G5** Das Quadrat ist durch drei Geraden so in sieben Teile zu zerlegen, dass sich in jedem Teil ein Tier befindet!

Zeichne drei derartige Geraden in die nebenstehende Abbildung.



**4G6** Die Figur soll so „in einem Zuge“ gezeichnet werden, dass dabei keine Linie zweimal durchlaufen wird. Ein solcher „Zug“ kann z. B. im Punkt *L* beginnen und über die Punkte *M, J, K, L, B, A, H, G, H, J, F, G, F, M, D, F, E, D, C, B, H, K, B, C, D* nach Punkt *L* zurückführen.

Suche mindestens einen weiteren derartigen „Zug“ und schreibe ihn wie im Beispiel mithilfe der bei ihm zu durchlaufenden Punkte auf!



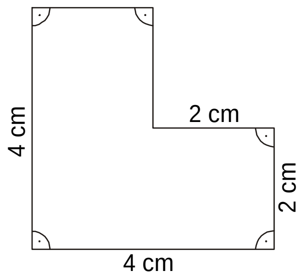

**4G7** Ein Schulgarten hat eine quadratische Fläche mit einer Seitenlänge von 10 m.

a) Wie viel Meter Zaun benötigt man, um das Gelände vollständig einzuzäunen?
b) Wie viel Pfähle sind nötig, wenn diese im Abstand von 2 m eingerammt werden sollen?
c) Für den Gemüseanbau wird eine rechteckige Fläche mit den Seitenlängen 7 m und 10 m genutzt. Der Rest, der ein zusammenhängendes Stück bildet, ist in 6 quadratische Flächen zu unterteilen. Davon sind immer drei Quadrate gleich groß.
Zeichne eine Lösung auf! (1m soll 1cm in der Zeichnung entsprechen.)

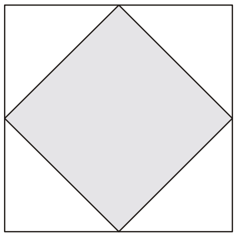
**4G8** Es sind drei Geraden gegeben, die sich in einem Punkt schneiden.

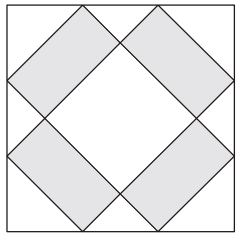
Kann man eine vierte Gerade so zeichnen, dass sie keinen, einen, zwei, drei oder mehr als drei Schnittpunkte mit den gegebenen Geraden hat?

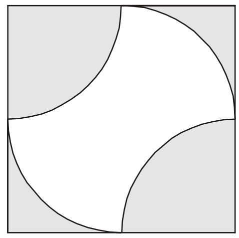
**4G9** a) Zeichne die Figur in dein Heft!
b) Zerlege sie in vier gleiche Teilfiguren!



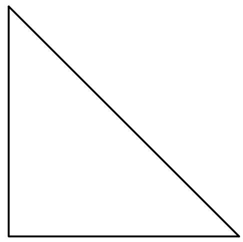
**4G10** Vergleiche die Größe der grauen und der weißen Teilflächen des Quadrates! Begründe deine Antwort!

a) 

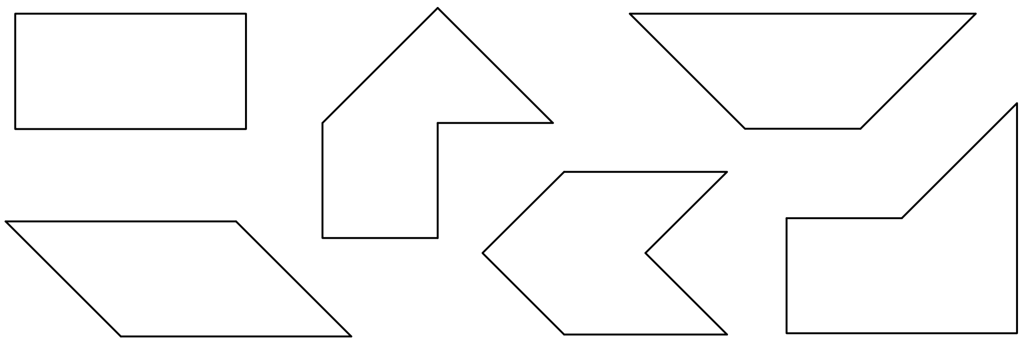
b) 

c) 

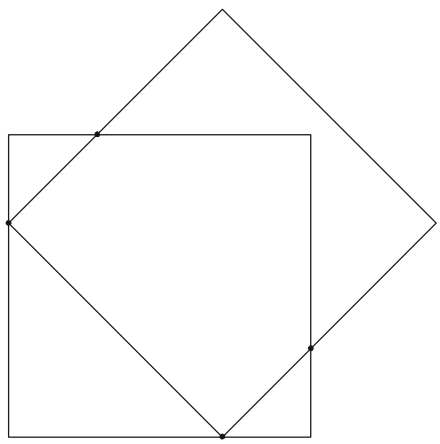
**4G11** a) Zerlege das gegebene Dreieck so, dass ein Quadrat und zwei gleich große rechtwinklige Dreiecke entstehen!



b) Zeige durch Einzeichnen von Linien, welche der folgenden Figuren sich aus diesen Teilen zusammensetzen lassen!



**4G12** Im Bild sind zwei gleich große Quadrate gezeichnet, die genau vier Randpunkte gemeinsam haben.



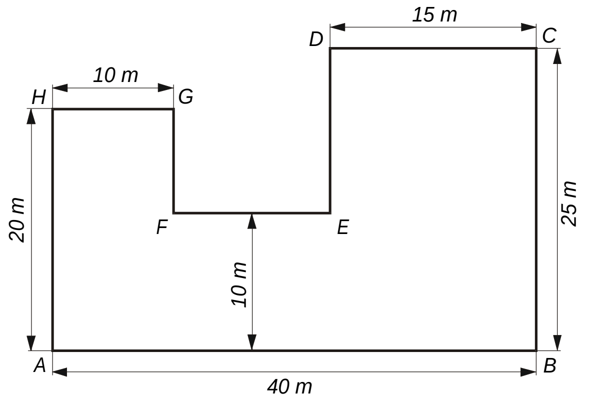
Zeichne jeweils zwei gleich große Quadrate, die so liegen, dass sie

a) genau einen Punkt,
b) genau zwei Punkte,
c) genau drei Punkte,
d) genau fünf Punkte,
e) genau sechs Punkte,
f) genau sieben Punkte,
g) genau acht Punkte

auf dem Rand gemeinsam haben!

Hinweis: Zeichne ein Quadrat auf Rasterpapier und schneide ein gleich großes Quadrat aus. Durch Aufeinanderlegen und Markieren der Eckpunkte kann das zweite Quadrat einfach gezeichnet werden.

**4G13** Der (nicht maßstabgerecht) dargestellte Garten ist eingezäunt und soll vergrößert werden. Dazu wird der Zaunteil *HG* über *G* hinaus zum Zaunteil *DE* verlängert.

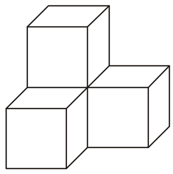


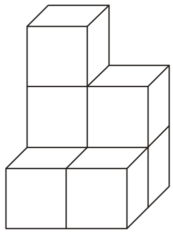

a) Skizziere den bisher eingezäunten Garten!

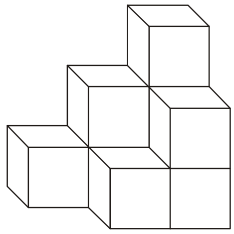
b) Um wie viel Meter muss *HG* verlängert werden?

c) Wie viel Meter Zaun bleiben nach der Vergrößerung des Gartens übrig, wenn wegfallende Zaunteile für den neuen Zaun verwendet werden?

**4G14** Die drei abgebildeten Körper $K_1$, $K_2$ und $K_3$ sind aus 4, 7 bzw. 9 kleinen, gleich großen Würfeln zusammengesetzt.


$K_1$


$K_2$


$K_3$

a) Aus wie vielen kleinen Quadraten (Flächen der kleinen Würfel) besteht die Oberfläche der Körper?

Jeder der drei Körper soll mit möglichst wenig kleinen, gleich großen Würfeln zu einem Würfel (ohne Hohlraum) ergänzt werden.

b) Wie viele kleine Würfel sind jeweils dafür erforderlich?

c) Wie viele kleine Würfel enthält dann jeder der entstandenen großen Würfel?

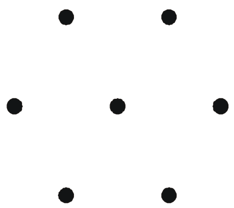
d) Aus wie vielen kleinen Quadraten besteht jeweils die Oberfläche der großen Würfel?

**4G15** a) Zeichne ein beliebiges Dreieck *ABC* und im Innern desselben einen Punkt *S*!

b) Zeichne durch *S* zu jeder Dreiecksseite eine parallele Gerade!

c) Wie viele Dreiecke und wie viele Vierecke erkennst du in der Figur?

**4G16** Sieben Nägel sind in der folgenden Anordnung auf ein Brett genagelt worden:

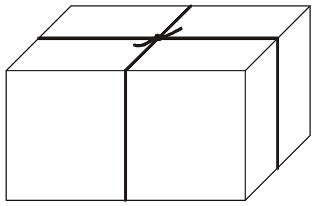


Nun wird ein Gummiband so über die Nägel gespannt, dass es ein Dreieck bildet.

Wie viele Dreiecke kann man so auf diesem Nagelbrett erhalten?

**4G17** Vier Pakete sollen wie in der Abbildung verschnürt werden. Alle haben Quaderform und sind gleich groß. Jedes Paket ist 55 cm lang, 40 cm breit und 30 cm hoch. Für den Knoten benötigt man pro Paket 15 cm Schnur.

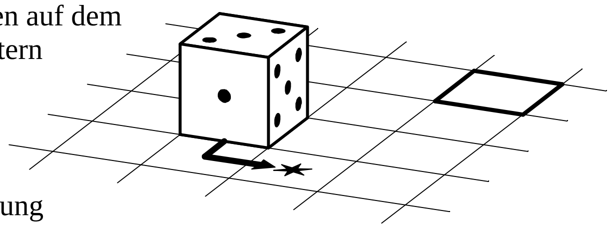
Wie viel Meter Schnur braucht man zum Verschnüren der vier Pakete?



**4G18** Bei einem Spielwürfel ist die Summe der Punkte auf einander gegenüberliegenden Seitenflächen stets gleich 7, d.h. der 6 liegt die 1 gegenüber, der 5 die 2 und der 4 die 3.
Ein Spielwürfel ist so auf einem Spielfeld abgelegt, wie in der Abbildung dargestellt. Er darf, jeweils über eine Kante, über das Spielfeld gerollt werden.

a) Der Würfel wird zunächst in zwei Schritten auf dem eingezeichneten Weg auf das mit einem Stern gekennzeichnete Feld gerollt.

Wie viele Punkte sind dann auf seiner Oberseite zu sehen?

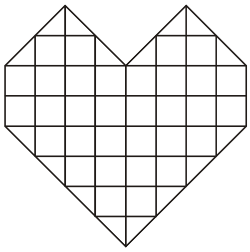


b) Nun soll der Würfel aus der in der Abbildung gezeigten Anfangslage so auf das dick umrandete Feld gerollt werden, dass die Seitenfläche mit den 5 Punkten oben liegt.

Zeichne mindestens einen geeigneten Weg.

**4G19** Anna und Karl verstecken zu Ostern für ihren kleinen Bruder ein großes Schokoladenherz. Bei diesem Herz wiegt jedes kleine quadratische Schokoladenstück 10 g.

Wie viel wiegt das ganze Herz?



**4G20** a) Zeichne ein Rechteck von 8 cm Länge und 4 cm Breite und ein zweites Rechteck von 10 cm Länge und 4 cm Breite.

b) Zerlege beide Rechtecke so, dass man durch Zusammenfügen aller Teile zwei gleich große Quadrate daraus legen kann.

c) Versuche jedes Rechteck in nur zwei Teile zu zerlegen und dennoch zu zwei gleich großen Quadraten zu kommen.

**4G21** Zeichne ein Rechteck, das 7 Kästchen lang und 5 Kästchen breit ist.
Zerlege es in

a) zehn Quadrate,
b) neun Quadrate,
c) acht Quadrate,
d) sieben Quadrate.

Dabei können die Quadrate verschieden groß sein.

## Klasse 5 Logisch-kombinatorische Aufgaben

**5L1** Dem Mathematiklehrer wird von seiner Klasse zum Geburtstag gratuliert. Die Frage nach seinem Lebensalter beantwortet er wie folgt:

a) Die Zahl, die mein Alter angibt, ist größer als 45.
b) Addiert man die Anzahl der Zehner und die Anzahl der Einer dieser Zahl, so ist die Summe eine einstellige natürliche Zahl.
c) Die Einerstelle ist eine gerade natürliche Zahl.
d) An der Zehnerstelle steht keine gerade natürliche Zahl.
e) Diese vier von mir gemachten Angaben a), b), c) und d) sind alle falsch.

Wie alt ist der Lehrer?

**5L2** Die Herren Lehmann, Krause, Müller und Schulze sitzen im Zug von Leipzig nach Berlin. Ihre Wohnorte sind Leipzig, Berlin, Erfurt und Schwerin.

a) Herr Lehmann war schon oft besuchsweise in Leipzig.
b) Herr Müller ist älter als der Herr aus Leipzig.
c) Herr Lehmann kehrt von einem Besuch aus Erfurt zurück.
d) Herr Krause wird am Zielbahnhof dieses Zuges von seiner Frau erwartet, die nicht verreist war.

Wo wohnen die einzelnen Herren?

**5L3** Anke, Birgit und Claudia sind Schülerinnen der Klassenstufen 4, 5 und 6 (nicht unbedingt in dieser Reihenfolge). Es ist Folgendes bekannt:

a) Birgit hat nicht die Zeugnisnote 1.
b) Anke ist Schülerin der Klasse 5.
c) Die Schülerin der Klasse 4 hat die Zeugnisnote 2.
d) Claudia hat die Zeugnisnote 3.

Gib Name, Klasse und Zeugnisnote jeder der drei Schülerinnen an!

**5L4** Ein Schiffbrüchiger strandet auf einer Insel. Er weiß, dass er sich entweder auf der Lügeninsel befindet, deren Einwohner ständig lügen, oder auf der Wahrheitsinsel, deren Einwohner stets die Wahrheit sagen. Die Bewohner der beiden Inseln besuchen sich oft gegenseitig. Als der Schiffbrüchige einen Menschen trifft, von dem er nicht weiß, ob er ein Bewohner dieser Insel oder ein Gast von der anderen Insel ist, stellt er diesem eine Frage. Der Befragte antwortet mit Ja oder Nein. Danach weiß der Schiffbrüchige, auf welcher Insel er sich befindet.

Welche Frage hat er wohl gestellt? Begründe deine Antwort!

**5L5** Emil, Johannes, Karl und Rudolf haben auf dem Hof Fußball gespielt und eine Fensterscheibe eingeschlagen. Als der Fall untersucht wurde, sagten sie folgendermaßen aus:

Emil: „Das Fenster hat Karl oder Rudolf eingeschlagen.“
Johannes: „Rudolf hat es getan.“
Karl: „Ich habe das Fenster nicht eingeschlagen.“
Rudolf: „Ich auch nicht.“
Ihr Lehrer, der die Jungen gut kannte, sagte: „Drei von ihnen sprechen immer die Wahrheit.“

Wer hat das Fenster eingeschlagen? Begründe deine Antwort!

**5L6** Von fünf Schülern wird Folgendes ausgesagt:

(1) Richard ist jünger als Herbert.
(2) Lore ist älter als Kurt.
(3) Ilse ist jünger als Richard.
(4) Lore ist später geboren als Herbert.
(5) Kurt ist jünger als Richard.
(6) Ilse ist jünger als Herbert.
(7) Lore ist älter als Richard.
(8) Kurt ist älter als Ilse.
(9) Ilse ist jünger als Lore.
(10) Herbert ist älter als Kurt.

a) Ordne die Schüler nach ihrem Alter!
b) Einige der obigen Aussagen sind überflüssig. Gib die Nummern dieser Aussagen an!

**5L7** Drei Freunde mit den Vornamen Ronny, Falk und Ingmar haben (in anderer Reihenfolge) die Nachnamen Krause, Lumnitz und Schettler.
Von ihnen wissen wir Folgendes:

(1) Falk hilft Krause in Mathematik.
(2) Falk, Ingmar und Lumnitz sind Klassenkameraden.

Wie heißen die drei Freunde mit vollem Namen?

**5L8** Ein Trainer will alle Aufstellungen einer $4 \times 100$-m-Staffel ausprobieren.

Wie viele Möglichkeiten hat er für die Reihenfolge der vier Sportler A, B, C und D?
Schreibe alle Möglichkeiten auf!

**5L9** Einige Schüler einer Klasse trugen untereinander ein Schachturnier aus, bei dem jeder Teilnehmer gegen jeden anderen genau zwei Partien zu spielen hatte. Insgesamt wurden an jedem der 24 Tage, die das Turnier dauerte, genau drei Partien ausgetragen.

Ermittle die Anzahl der Teilnehmer an diesem Turnier!

**5L10** Von 100 Teilnehmern einer Konferenz sprechen 75 Deutsch, 83 sprechen Englisch und 10 weder Deutsch noch Englisch.

Wie viel Teilnehmer sprechen sowohl Englisch als auch Deutsch?

**5L11** Drei Spielwürfel werden gleichzeitig geworfen und anschließend nach der Anzahl der Augen so geordnet, dass für die Augenzahlen $a$, $b$ und $c$ die Bedingung $a \geq b \geq c$ gilt.
Jeder Wurf mit den drei Würfeln ergibt so eine dreistellige „Würfelzahl“ $abc$.

Wie viel verschiedene solcher Zahlen $abc$ gibt es?

**5L12** Die Schüler Andreas, Beate, Christian und Doris sind Mitglieder einer Mathe-AG. Sie heißen Krause, Lehmann, Meier bzw. Neubert und wohnen im Talweg, Uferweg, Vogelweg bzw. Waldweg. In einem Gespräch stellen sie fest:

(1) Doris hat den Nachnamen Lehmann.
(2) Beate Meier wohnt nicht im Waldweg.
(3) Christian wohnt im Uferweg.
(4) Familie Krause ist gerade in den Vogelweg gezogen.

Wie heißen die Schüler und wo wohnen sie?

**5L13** Fülle die Felder des Quadrates mit den fünf Zahlen 1, 2, 3, 4 und 5 so aus, dass in jeder der Zeilen 1 bis 5, in jeder der Spalten A bis E und in jeder der beiden Diagonalen A1, B2, C3, D4 , E5 und A5, B4, C3, D2, E1 jede der fünf Zahlen einmal vorkommt.

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |

**5L14** Beate, Ronald, Steffi und Uwe lernen vier verschiedene Instrumente in einer Musikschule. Bei einem Auftritt treffen sie sich mit anderen Freunden und berichten:

(1) Sie lernen Blockflöte, Klavier, Gitarre und Trompete spielen.
(2) An jedem der Tage Montag, Dienstag, Mittwoch und Freitag findet genau eine Probe statt.
(3) Uwe weiß nicht, wann der Unterricht in Blockflöte, Klavier und Gitarre stattfindet.
(4) Ronalds Klavierunterricht findet freitags statt.
(5) Steffi hat dienstags Unterricht.
(6) Ronalds Mutter erteilt mittwochs den Gitarrenunterricht.

Ordne jedem Kind sein Musikinstrument und den betreffenden Wochentag zu.

**5L15** Die Klassen 5a, 5b, 5c und 5d führen ein Tischtennisturnier durch. Der Mathematiklehrer fragt nach dem Ausgang des Turniers. Die Schüler wollen ihren Lehrer aufs Glatteis führen und antworten jeweils mit einer wahren und einer falschen Aussage, wobei die wahre Aussage nicht an erster Stelle stehen muss.

(1) Armin: Die 5c wurde Zweite. Die 5d wurde Dritte.
(2) Beate: Die 5c wurde Erste. Die 5b wurde Zweite.
(3) Ilona: Die 5a wurde Dritte. Die 5b wurde Vierte.

Wie war die wirkliche Reihenfolge?

**5L16** Von den drei Freunden Achim, Bernd und Christian war einer während der Winterferien im Harz, einer im Riesengebirge und einer in den Alpen. Einer fuhr Ski, einer lief Eis und einer rodelte.

- Weder Achim noch sein Freund, der rodelte, waren in den Alpen.
- Bernd war im Harz.

Überprüfe, ob man aus diesen Aussagen genau bestimmen kann, wer wo war und wer welche Sportart ausübte. Falls es mehrere Möglichkeiten gibt, nenne alle.

**5L17** Eine Klasse hat 27 Schüler. Davon sind neun im Chor, sechs im Orchester und vierzehn weder im Chor noch im Orchester.

Wie viele Schüler sind

(1) im Chor und zugleich im Orchester
(2) nur im Chor
(3) nur im Orchester
(4) nicht im Chor
(5) nicht im Orchester?

**5L18** Dieter, Hans, Klaus und Peter und ihre Ehefrauen Erika, Gabi, Rita und Simone tauschen Erfahrungen aus. Ein Zuhörer entnimmt der Unterhaltung Folgendes:

(1) Simone und ihr Mann sowie Erika und Hans waren zur Hochzeit von Dieter eingeladen.
(2) Auf der Hochzeit von Hans waren Gabi und Erika zu Gast.
(3) Zu den Hochzeitsgästen von Peter gehörten Klaus und Simone.

Wer ist mit wem verheiratet? Begründe deine Antwort.

**5L19** In einer Kiste befinden sich 10 rote, 8 blaue und 6 weiße Kugeln. Du sollst mit geschlossenen Augen eine möglichst kleine Anzahl dieser Kugeln herausnehmen, so dass jeweils eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

Unter den herausgenommenen Kugeln sollen mindestens

a) eine rote
b) eine rote und eine blaue
c) eine rote, eine blaue und eine weiße
d) zwei gleichfarbige

sein.

Wie viele Kugeln musst du jeweils entnehmen?

**5L20** Die Kinder Michael, Peter und Wilhelm haben genau einen der Familiennamen Glawe, Ilgner und Schulz. Michael heißt nicht Glawe. Der Vater von Wilhelm ist Ingenieur. Wilhelm geht in die 6. Klasse. Der Junge mit dem Familiennamen Glawe ist Schüler der 5. Klasse. Der Vater des Jungen mit dem Familiennamen Ilgner ist Maler.

Wie heißen die drei Jungen mit Vor- und Familiennamen?

**5L21** Jedes der Kinder Bernd, Thomas und Paul erhielt beim 60-Meter-Lauf genau eine der folgenden Auszeichnungen: 1. Preis, 2. Preis, 3. Preis. Weiter ist bekannt:

(1) Der Schüler mit dem 2. Preis ist älter als Bernd.
(2) Paul erhielt nicht den 1. Preis.
(3) Bernd gehört keinem Sportklub an.
(4) Der Schüler, der den 1. Preis gewann, ist Mitglied in einem Sportklub.

Wer erhielt welchen Preis?

# Klasse 5 — Arithmetisch-algebraische Aufgaben

**5A1** Das Dreifache der Summe der Zahlen 38947 und 12711 soll durch das Sechsfache der Differenz der Zahlen 9127 und 8004 dividiert werden.

Wie lautet der Quotient? (Gib alle Lösungsschritte an!)

**5A2** Andreas und Bernd sind zusammen 20 Jahre alt. Andreas ist genau acht Jahre älter als Bernd.

a) Wie alt ist Bernd und wie alt ist Andreas?

b) Sind folgende Aussagen richtig?

(1) Vor genau zwei Jahren war Andreas dreimal so alt wie Bernd.

(2) In genau drei Jahren wird Andreas doppelt so alt sein wie Bernd.

**5A3** Es ist die kleinste natürliche Zahl zu finden, die beim Dividieren

durch 2 den Rest 1<br>
durch 3 den Rest 2<br>
durch 4 den Rest 3<br>
durch 5 den Rest 4<br>
und durch 6 den Rest 5

aufweist.

**5A4** Ein Kraftfahrer sieht auf seinem Kilometerzähler die Zahl 15951 und erkennt, dass die erste Ziffer gleich der letzten und die zweite Ziffer gleich der vorletzten Ziffer ist.
Staunend sieht er, dass nach genau zwei Stunden Fahrt die nächste Zahl mit solchen Eigenschaften auf dem Kilometerzähler erscheint.

a) Nenne diese Zahl!

b) Wie viel Kilometer ist er durchschnittlich in jeder Stunde gefahren?

**5A5** Fritz möchte eine Subtraktionsaufgabe aufschreiben, bei der die Differenz zweier natürlicher Zahlen zu bilden ist.
Als Ergebnis soll eine dreistellige Zahl entstehen, deren drei Ziffern alle einander gleich sind. Der Minuend soll eine Zahl sein, die auf Null endet. Streicht man diese Null, so soll sich der Subtrahend ergeben.

Gib alle Subtraktionsaufgaben an, für die das zutrifft!

**5A6** Auf einer Seite einer Waage liegen sechs gleich schwere Teetüten und ein 50-g-Wägestück. Auf der anderen Seite der Waage liegen eine den anderen gleiche Teetüte sowie je ein Wägestück von 100 g und 200 g. Die Waage befindet sich im Gleichgewicht.

Wie viel Gramm wiegt eine Teetüte?

**5A7** Fülle die Kästchen so aus, dass richtig gelöste Aufgaben entstehen!

$$\begin{array}{ccccc}
\boxed{6}\boxed{4}\boxed{6} & : & \boxed{\phantom{0}}\boxed{9} & = & \boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\\
- & & \cdot & & +\\
\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}} & - & \boxed{\phantom{0}}\boxed{6} & = & \boxed{\phantom{0}}\boxed{4}\boxed{\phantom{0}}\\
\hline
\boxed{\phantom{0}}\boxed{8}\boxed{\phantom{0}} & - & \boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}} & = & \boxed{\phantom{0}}\boxed{\phantom{0}}\boxed{0}
\end{array}$$

**5A8** Die drei Schülerinnen Bianka, Heike und Kerstin ernten im Schulgarten Weißkohl, insgesamt 128 Kohlköpfe. Dabei hat Bianka genau 8 Kohlköpfe mehr als Heike geerntet und Kerstin hat genau 5 Kohlköpfe weniger als Bianka geerntet.

Wie viele Kohlköpfe hat jedes der drei Mädchen geerntet?

**5A9** Setze Plus-Zeichen so zwischen Ziffern der Zahl 123456789
(z. B. 1 + 23 + 4 + 56 +7 + 8 + 9), sodass man als Summe 99 erhält!
Eine Änderung der Reihenfolge der Ziffern ist nicht gestattet.
Gib die drei Lösungen an!

**5A10** In dem abgebildeten Kryptogramm sind in die Kästchen statt der Buchstaben Ziffern so einzusetzen, dass alle fünf angegebenen Aufgaben richtig gelöst sind. Dabei sollen gleiche Buchstaben gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern bedeuten.
Begründe, dass die angegebenen Ziffern alle Gleichungen erfüllen und dass sie die einzigen sind, für die das gilt.

$$\begin{array}{ccccc}
\boxed{a} & \cdot & \boxed{a} & = & \boxed{b}\\
- & & & & -\\
\boxed{c} & \cdot & \boxed{a} & = & \boxed{d}\\
\hline
\boxed{e} & \cdot & \boxed{a} & = & \boxed{a}
\end{array}$$

**5A11** Von einem Busbahnhof fahren um 12.00 Uhr gleichzeitig vier Busse ab. Die Zeit, die jeweils bis zur nächsten Rückkehr und anschließenden erneuten Abfahrt vom selben Busbahnhof vergeht, beträgt

für den ersten Bus $\frac{3}{4}$ h ,

für den zweiten Bus $\frac{1}{2}$ h ,

für den dritten Bus 36 min

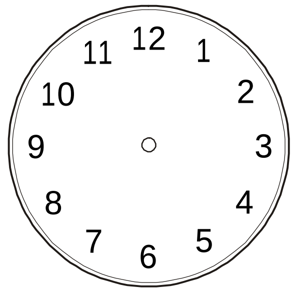
und für den vierten Bus 1 h.

Zu welcher Uhrzeit fahren hiernach erstmalig alle vier Busse wieder zusammen vom Bahnhof ab?
Wie viele Fahrten hat jeder der Busse bis dahin durchgeführt?

**5A12** „Genau eine Million zweihundertneuntausendsechshundert Sekunden dauert es, bis wir uns wieder treffen,“ sagt Walter, der gern mit großen Zahlen rechnet, zu Rolf, als sie sich am 3. Juni um 10.00 Uhr verabschieden.

Wann treffen die beiden wieder zusammen?

**5A13** Klaus ließ versehentlich seinen Wecker zu Boden fallen.
Dabei zersprang das Zifferblatt in drei Flächenstücke. Nachdem der erste Schreck über das Missgeschick vorüber war, bemerkte Klaus, dass keine der 12 Zahlen beim Zerspringen des Zifferblattes auseinander gerissen worden war. Er berechnete für jedes der drei Flächenstücke die Summe derjenigen Zahlen, die auf diesem Flächenstück standen. Dabei stellte er fest, dass sich in allen drei Fällen dieselbe Summe ergab.




Wie könnte das Zifferblatt zersprungen sein?
Gib eine Möglichkeit hierfür an!

**5A14** Wenn Uwe zu der Zahl, die sein Lebensalter in vollen Jahren angibt, noch vier addiert, die erhaltene Summe durch drei dividiert, von diesem Quotienten drei subtrahiert, zu dieser Differenz schließlich elf addiert, so erhält er als Ergebnis seiner Rechnung die Zahl 13.

Wie alt ist Uwe?

**5A15** Aus den neun Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sollen drei gleich große Summen gebildet werden, die jeweils aus drei Summanden bestehen.

Gib alle Möglichkeiten an und begründe, dass es keine weiteren gibt!

**5A16** Jeder der Buchstaben *A*, *L*, *P*, *H* bedeutet eine einstellige natürliche Zahl. Dabei gilt:

(1) Die Zahl *H* ist doppelt so groß wie die Zahl *P*.
(2) Die Zahl *A* ist gleich der Summe aus der Zahl *P* und dem Doppelten der Zahl *H*.
(3) Die Zahl *L* ist gleich der Summe der Zahlen *A*, *P* und *H*.

Schreibt man die Zahlen *ALPHA* in dieser Reihenfolge hintereinander, dann erhält man eine fünfstellige Zahl.

Wie heißt diese Zahl?

**5A17** Zum Transport einer bestimmten Menge Schotter hätte ein LKW mit 5 t Ladefähigkeit genau 105 voll beladene Fuhren durchführen müssen. Nach 35 dieser Fuhren wurde er durch einen anderen LKW mit 7 t Ladefähigkeit abgelöst.

Stelle fest, wie viel voll beladene Fuhren dieser zweite LKW noch durchzuführen hat, um die restliche Schottermenge abzutransportieren.

**5A18** Die Summe von acht ungeraden natürlichen Zahlen beträgt 20. Unter den acht Summanden dürfen auch gleiche Zahlen vorkommen.

Schreibe alle Möglichkeiten auf!

**5A19** Ermittle alle geraden natürlichen Zahlen $g$ bzw. $p$, die jeweils die folgende Ungleichung erfüllen:

a) $59 > 5 \cdot g > 20$

b) $23 > 3 \cdot p - 3 \geq 3$

Gib die Lösungen der Größe nach geordnet an! Beginne stets mit der kleinsten!

**5A20** Nach dem Abschluss eines Schulsportfestes vergleichen die Schüler Heinz, Werner, Uwe, Jürgen und Karl ihre erzielten Leistungen im Weitsprung; sie stellen dabei Folgendes fest:

(a) Heinz sprang weiter als Werner, jedoch nicht so weit wie Uwe.
(b) Zwei Schüler erreichten die gleiche Sprungweite.
(c) Jürgen, der nur 3,20 m schaffte, sprang nicht so weit wie Werner.
(d) Heinz sprang genau um 20 cm weiter als Jürgen.
(e) Die Sprungweite von Karl war um 5 cm kürzer als die von Uwe, jedoch um 10 cm größer als die von Werner.

Wie weit sprang jeder Schüler?

**5A21** Es sind alle fünfstelligen natürlichen Zahlen zu ermitteln, für die folgende Eigenschaften zutreffen:

(1) Die erste Ziffer ist größer als die letzte.
(2) Die zweite Ziffer ist zweimal so groß wie die erste.
(3) Die dritte Ziffer ist um 4 kleiner als die zweite.
(4) Die vierte Ziffer ist um 3 größer als die zweite.

**5A22** An einem Waldlauf beteiligten sich insgesamt 81 Personen.
Die Anzahl der teilnehmenden Kinder und Jugendlichen betrug die Hälfte der Anzahl der teilnehmenden Erwachsenen. Dabei waren es halb so viel Kinder wie Jugendliche .
Von den teilnehmenden Erwachsenen war die Anzahl der Männer doppelt so groß wie die der Frauen.

Gib die Anzahlen der teilnehmenden Kinder, Jugendlichen, Frauen und Männer an!

**5A23** Der mathematische Wettbewerb beginnt heute, am 6. Mai 2000, um 9.30 Uhr.

Wie viel a) Tage, b) Stunden, c) Minuten und d) Sekunden sind seit Beginn des Jahres 2000 bis zu diesem Zeitpunkt vergangen?

Beachte, dass 2000 ein Schaltjahr ist und dass bei der Umstellung auf die Sommerzeit am 26. März die Uhren um eine Stunde vorgestellt wurden.

Gib außerdem e) die Anzahl der Tage als Summe von Zweierpotenzen an!

**5A24** Ermittle *alle* Zahlen *a*, die sich in der Gestalt *a* = ☺3😐60 schreiben lassen, wobei ☺ und 😐 durch je eine der Ziffern 0 bis 9 zu ersetzen sind, und zwar so, dass jede Zahl *a* folgende Eigenschaften hat:

(1) 50 000 < *a* < 100 000
(2) *a* lässt beim Dividieren durch 9 keinen Rest.

**5A25** Setze für die Zeichen ∗ Ziffern ein, sodass du eine Multiplikationsaufgabe mit richtigem Ergebnis erhältst.

```
∗8∗ · 4∗2
---------
 ∗∗∗∗
   3∗∗
    7∗∗
 --------
 ∗∗∗∗∗0
```

**5A26** Einem Korb mit Äpfeln werden zunächst 6 Äpfel, danach der dritte Teil der im Korb verbliebenen Äpfel und schließlich nochmals 6 Äpfel entnommen. Nun waren im Korb nur noch 30 Äpfel.

Wie viele Äpfel lagen zu Beginn im Korb?

**5A27** Bestimme alle natürlichen Zahlen $a$ und $b$, für die $7 \cdot a + 10 \cdot b = 301$ gilt.

**5A28** Ein Händler verkaufte von Juli bis Dezember in jedem Monat 10 Handys mehr als im vorangegangenen Monat, insgesamt waren es in dem halben Jahr 1320.

Wie viel Handys verkaufte der Händler im Juli und wie viel Handys im Dezember?

**5A29** Gib alle Möglichkeiten an, einen Betrag von 3,30 € zu bezahlen, wenn nur 1-€- und 2-€-Münzen sowie 20-Cent- und 50-Cent-Stücke zur Verfügung stehen.
Es soll passend bezahlt werden, das heißt es darf kein Geld zurückgegeben werden.

**5A30** Bestimme für die folgende Divisionsaufgabe die beiden letzten Ziffern des Dividenden und das Ergebnis der Division:

$$4455{*}{*} : 77 = x$$

$x$ ist eine natürliche Zahl. Gibt es mehr als eine Lösung der Aufgabe?

**5A31** Finde alle Zahlen kleiner als 30, durch die die Zahl 2002 ohne Rest teilbar ist.

**5A32** Die Differenz der beiden Produkte von 20 und 7 sowie von 16 und 2 wird mit der Summe der beiden Quotienten von 6 und 2 sowie von 39 und 3 multipliziert.

Berechne das Ergebnis!

**5A33** Ersetze die Buchstaben durch Ziffern so, dass eine richtig gelöste Additionsaufgabe entsteht. Gleiche Buchstaben bedeuten gleiche Ziffern, verschiedene Buchstaben verschiedene Ziffern.

$$\begin{array}{r} \mathrm{E\ S\ S\ E\ N} \\ +\ \mathrm{B\ E\ R\ L\ I\ N} \\ \hline \mathrm{S\ T\ A\ E\ D\ T\ E} \end{array}$$

Bestimme alle Lösungen!

**5A34** Zwei Fahrzeuge benutzen dieselbe 100 km lange Straße zwischen Rostock und Greifswald: Ein LKW, der um 11.30 Uhr aus Greifswald abfährt und 60 km in der Stunde zurücklegt, und ein PKW, der um 12 Uhr Rostock verlässt und 80 km in der Stunde fährt.

a) Um welche Uhrzeit treffen sich die beiden Fahrzeuge?
b) Wie weit ist der Treffpunkt von Rostock entfernt?
c) Welches der beiden Fahrzeuge ist zur Zeit ihres Treffens weiter von Greifswald entfernt?

**5A35** Ermittle alle natürlichen Zahlen $x$, die folgende Bedingungen erfüllen:

(1) Das Achtfache der Zahl $x$ liegt zwischen 444 und 555.
(2) Die Zahl $x$ ist durch 3 teilbar.
(3) Von der Zahl $x$ ist der Zehnerstellenwert nicht größer als der Einerstellenwert.

**5A36** Am Sonntag, dem 30. März 2003, wurde eine alte Wanduhr bei der Umstellung auf die europäische Sommerzeit nach einer (stets genau gehenden) Funkuhr um 12 Uhr genau gestellt. Die Wanduhr geht innerhalb jeder Stunde um eine Minute und 30 Sekunden vor.

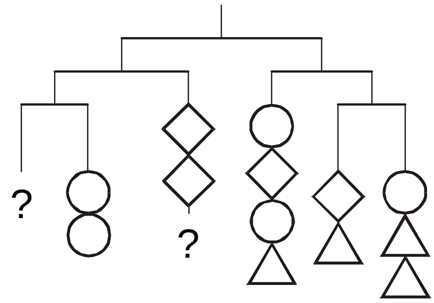
a) Nach wie vielen Stunden stehen die Zeiger beider Uhren wieder genau auf 12?

b) Gib das Datum und den Wochentag dieses Zeigergleichstandes beider Uhren an.

**5A37** Von jedem der 29 Schüler einer Klasse sollen für eine Klassenfahrt 10 € eingesammelt werden. Einige Schüler haben schon 9 € eingezahlt, die doppelte Anzahl Schüler hat aber noch gar nichts abgegeben. Von den restlichen Schülern hat jeder 3 € eingezahlt.

Wie viel Euro müssen insgesamt noch eingezahlt werden?

**5A38** Die Abbildung zeigt ein Mobile. An den Enden waagerechter Strohhalme sind weitere Halme sowie metallene Dreiecke, Quadrate und Kreise mit Fäden befestigt. Halme und Fäden sind so leicht, dass ihr Gewicht nicht beachtet werden muss; bei den Metallstücken ist jedes Dreieck ebenso schwer wie jedes andere Dreieck, jedes Quadrat ebenso schwer wie jedes andere Quadrat und jeder Kreis ebenso schwer wie jeder andere Kreis.




Wie viele Dreiecke müssen an den Stellen hängen, die jetzt mit einem Fragezeichen bezeichnet sind?

**5A39** Auf einer Modelleisenbahnanlage mit Zweizugbetrieb verkehren ein Schnellzug und ein Güterzug. Der Schnellzug benötigt für eine Runde 15 Sekunden, der Güterzug 21 Sekunden. Beide Züge starten auf die Sekunde genau um 13 Uhr an den Ausfahrtsignalen auf demselben Bahnhof.

a) Nach welcher Zeit durchfahren die Züge das erste Mal gleichzeitig ihre Startposition?

b) Wie viel Runden haben sie dann jeweils zurückgelegt?

c) Nach wie viel vollen Minuten treffen sie nach ununterbrochener Fahrt wieder gleichzeitig an der Ausgangsposition ein?

**5A40** a) Wie nennt man das Ergebnis einer Divisionsaufgabe?

b) Bestimme für die folgende Divisionsaufgabe die beiden letzten Ziffern des Dividenden und das Ergebnis der Division!

**2004∗∗ : 79 = *y*** (*y* ist eine natürliche Zahl.)

**5G1** Auf einer Geraden $g$ werden fünf Punkte $A, B, C, D, E$ in dieser Reihenfolge angeordnet.
Es gelten folgende Bedingungen:

(1) Die Strecke $\overline{AE}$ hat die Länge 18 cm.
(2) Die Strecke $\overline{AD}$ ist 2 cm kürzer als die Strecke $\overline{AE}$.
(3) Die Strecke $\overline{CD}$ hat die Länge 5 cm.
(4) Die Strecke $\overline{AB}$ ist 3 cm länger als die Strecke $\overline{CE}$.

a) Konstruiere fünf derartige Punkte $A, B, C, D, E$.

b) Ermittle die Längen der Strecken $\overline{AD}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$.

**5G2** Ein Quader ist 52 mm lang, 38 mm breit und 26 mm hoch.

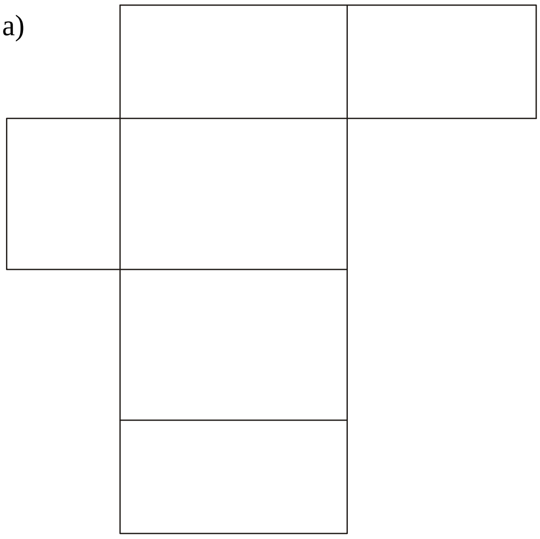
a) Zeichne zwei verschiedene Netze des Quaders.

b) Es gibt Ecken des Quaders, zu denen 2 oder 3 Punkte im Netz gehören. Färbe in einem Netz diese Punkte so, dass zu ein und derselben Ecke gehörende Punkte dieselbe Farbe, aber zu verschiedenen Ecken gehörende Punkte verschiedene Farben erhalten.

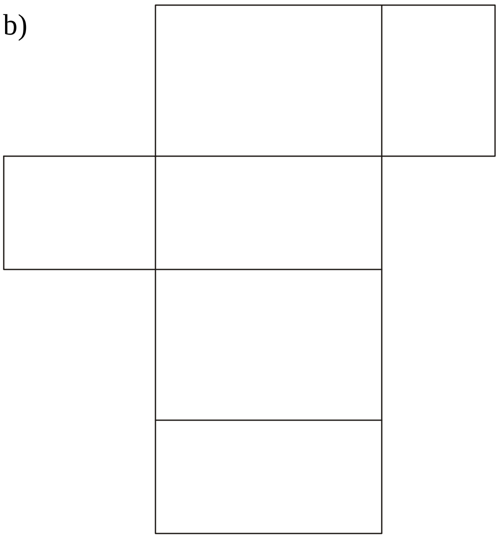
c) Kennzeichne im andern Netz zwei Strecken, die zu ein und derselben Kante des Quaders gehören, mit der gleichen Farbe. Suche dann alle Strecken im Netz, die zur gegenüberliegenden Kante gehören, und markiere sie mit einer anderen Farbe.

**5G3** Welche der angegebenen Figuren ist das Netz eines Quaders? Gib die Maße des Quaders an!
Färbe die im Netz außen liegenden Strecken so, dass
Strecken, die zu ein und derselben Kante gehören, gleiche Farbe und
Strecken, die zu verschiedenen Kanten gehören, verschiedene Farben erhalten.

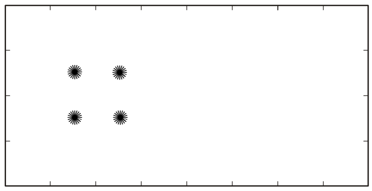
a)



b)

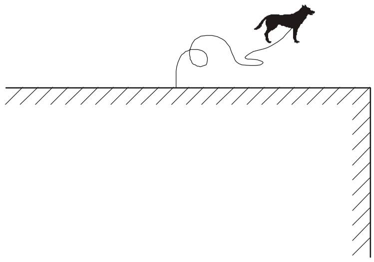


**5G4** Das Grundstück mit den vier Kirschbäumen ist in vier gleich große Teile zu zerlegen, die die gleiche Form haben.
Außerdem soll in jedem Teil ein Baum stehen.



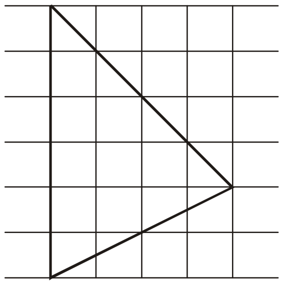
**5G5** Nero ist bissig!
Er ist mit einer 5 m langen Kette an der Hauswand angebunden, 3 m von der Ecke des Hauses entfernt.
In der Nähe spielen Kinder mit einem Ball.

Konstruiere in einer maßstäblichen Zeichnung den Bereich, aus dem der Ball nicht gefahrlos herausgeholt werden kann!
(1 m soll 1 cm in der Zeichnung entsprechen.)



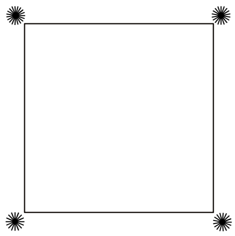
**5G6** Das Dreieck ist genauso groß wie 12 Kästchen.

Kannst du das erklären?



**5G7** An den Ecken eines quadratischen Teiches wachsen direkt am Wasser vier alte Eichen. Der Teich soll auf die doppelte Fläche unter Beibehaltung der quadratischen Form vergrößert werden. Die alten Eichen sollen dabei erhalten bleiben.

Kann man den Teich auf die geforderte Fläche so erweitern, dass die vier Eichen auf ihren Plätzen bleiben, vom Wasser nicht überflutet werden und am Ufer des neuen Teiches stehen? Zeichne eine Lösung auf und begründe deinen Vorschlag!



**5G8** Ein Quader ist 24 cm lang, 12 cm breit und 6 cm hoch.

a) Wie viele Schnitte müssen ausgeführt werden, um gleich große Würfel mit der größtmöglichen Kantenlänge zu erhalten? Gib die Kantenlänge an!

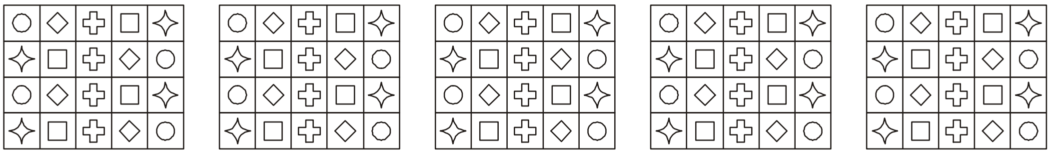
b) Wie viele Möglichkeiten gibt es, gleich große Würfel mit anderen Kantenlängen, die Vielfache von 1cm sind, auszuschneiden? Gib jeweils die Anzahl der Schnitte an!

**5G9** Ein Holzwürfel mit der Kantenlänge 30 cm, dessen Oberfläche schwarz gefärbt ist, soll so zersägt werden, dass man lauter kleinere Würfel mit einer Kantenlänge von je 10 cm erhält.

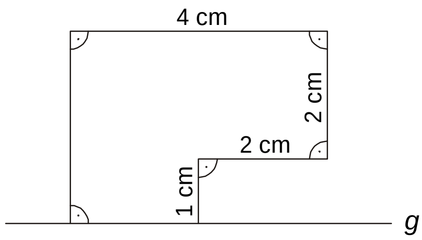
a) Wie viel Schnitte sind mindestens notwendig?
b) Wie viel Würfel mit der Kantenlänge 10 cm erhält man?
c) Wie viel dieser kleinen Würfel haben keine, eine, zwei, drei, vier schwarze Seitenflächen?

**5G10** Die unten fünfmal abgebildete Figur soll so in vier Teile zerlegt werden, dass sich die Teile in Gestalt und Verteilung der Muster völlig gleichen. Keines der 20 kleinen Quadrate darf dabei zerschnitten werden. Es gibt fünf Möglichkeiten für eine derartige Zerlegung.

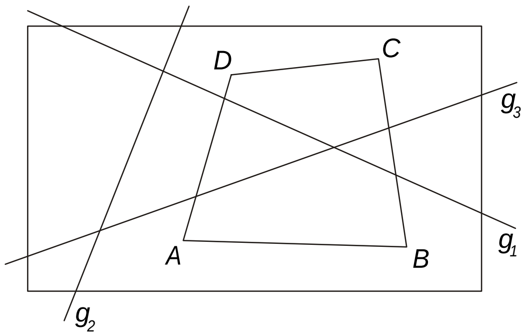
Zeichne diese fünf Zerlegungen! Eine Begründung wird nicht verlangt.



**5G11** a) Zeichne die Figur!
b) Spiegle sie an der Geraden *g*!
c) Zerlege die Gesamtfigur aus Original und Bild in 4 gleiche rechtwinklige Dreiecke und ein Quadrat, sodass aus diesen Teilen ein Quadrat gelegt werden kann!

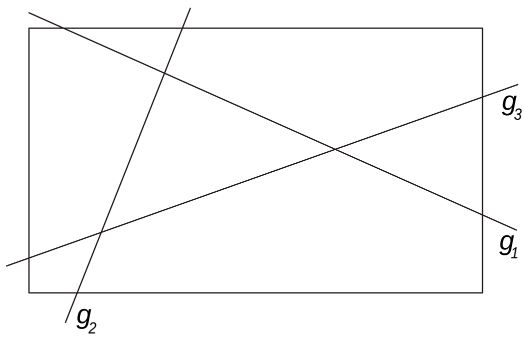



**5G12** In der Abbildung wird ein Rechteck durch drei Geraden $g_1, g_2, g_3$ und ein Viereck *ABCD* in Teilflächen zerlegt. Diese Teilflächen sollen so gefärbt werden, dass niemals zwei Teilflächen, die entlang einer Linie benachbart sind, dieselbe Farbe haben. (Sind zwei Teilflächen nur in einem Punkt benachbart, so wird an diese Teilflächen keine Forderung gestellt.)




Anita behauptet: „Man kann eine Färbung der geforderten Art mit zwei Farben erreichen.“ Hat Anita Recht? Wenn ja, gib eine derartige Färbung an!

Jetzt soll anstelle des Vierecks *ABCD* ein anderes Viereck *EFGH* gewählt werden. Es darf auch gemeinsame Linien mit den Geraden haben.
Bernd sagt: „Man kann *EFGH* so wählen, dass durch $g_1, g_2, g_3$ und *EFGH* eine Zerlegung entsteht, bei der zum Färben der Teilflächen mehr als zwei Farben erforderlich sind.“
Hat Bernd Recht? Wenn ja, zeichne eine solche Zerlegung, gib eine derartige Färbung an und erkläre, warum zwei Farben nicht ausreichen!




**5G13** Wie kann man ein Rechteck mit den Seitenlängen $a = 16$ cm und $b = 9$ cm so in zwei Teilfiguren zerlegen, dass diese Teilfiguren zu einem Quadrat zusammengelegt werden können?

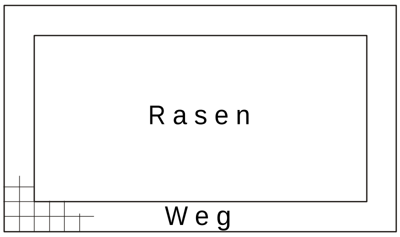
**5G14** Ein neuer Spielplatz ist quadratisch, sein Flächeninhalt beträgt 1600 $m^2$.

Wie lang ist eine Seite des Spielplatzes?

Wie viel Zaunsäulen und Zaunfelder müssen für drei Seiten gekauft werden, wenn man alle zwei Meter eine Zaunsäule setzen will?

**5G15** Eine rechteckige Rasenfläche ist von einem 1 m breiten Plattenweg umgeben. Der Weg besteht aus 640 quadratischen Platten von je 50 cm Seitenlänge. Die Rasenfläche ist doppelt so lang wie breit.

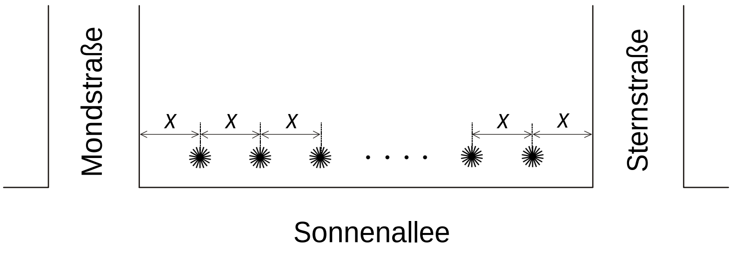
Wie lang und wie breit ist die Rasenfläche?



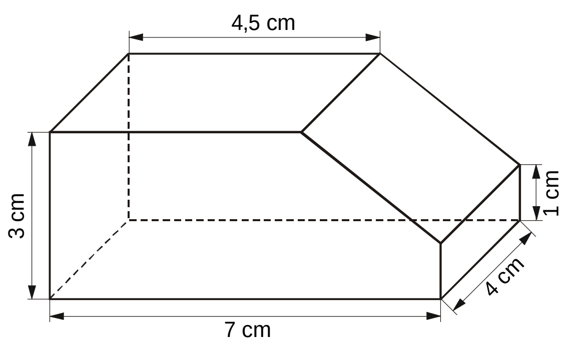

**5G16** Die Sonnenallee soll zwischen der Mond- und der Sternstraße einseitig mit Bäumen bepflanzt werden. Der Abstand *x* zwischen je zwei Bäumen sowie zwischen dem ersten Baum und der Mondstraße und zwischen dem letzten Baum und der Sternstraße soll immer gleich sein. Die Entfernung zwischen den beiden Einmündungen beträgt 144 m. Es waren zunächst 17 Bäume vorgesehen. Nach einer Überprüfung wurde festgelegt, dass der Abstand *x* um einen Meter größer gewählt werden kann.

a) Wie viel Meter beträgt dann der Abstand?

b) Wie viel Bäume werden nun benötigt?



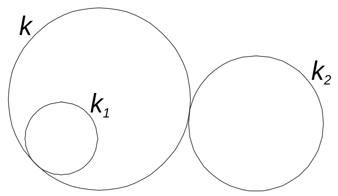

**5G17** Zeichne ein Netz des im Bild dargestellten Körpers!



**5G18** Zeichne einen Kreis um den Punkt *A* mit dem Radius $r_1 = 2$ cm und einen zweiten Kreis um einen Punkt *B* mit dem Radius $r_2 = 3$ cm so, dass sich die Kreise weder schneiden noch berühren und kein Kreis im Innern des andern liegt.

Konstruiere
a) einen Kreis, der von den beiden Kreisen innen berührt wird,
b) einen Kreis, der von den beiden Kreisen außen berührt wird.

Hinweis: Zwei Kreise berühren sich, wenn sie nur einen Punkt gemeinsam haben. Der Kreis *k* wird vom Kreis $k_1$ innen und vom Kreis $k_2$ außen berührt:



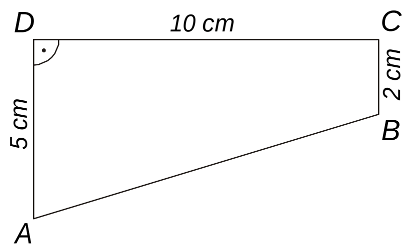

**5G19** In der Tabelle mit 6 Zeilen und 6 Spalten stehen 36 Nullen.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

a) Es sind 6 Nullen so zu streichen, dass in jeder Zeile und in jeder Spalte eine ungerade Anzahl von Nullen stehen bleibt.
b) Es sind 12 Nullen so zu streichen, dass in jeder Zeile und in jeder Spalte 4 Nullen stehen bleiben.
c) Es sind 6 Nullen so zu streichen, dass in jeder Zeile und in jeder Spalte eine gerade Anzahl von Nullen stehen bleibt.
d) 10 Nullen sind so zu streichen, dass in jeder Zeile und in jeder Spalte eine gerade Anzahl von Nullen übrig bleibt.

Zeichne jeweils die Ausgangstabelle und kreuze die zu streichenden Nullen durch.

**5G20** a) Konstruiere ein Trapez *ABCD* mit den in der Skizze angegebenen Maßen.

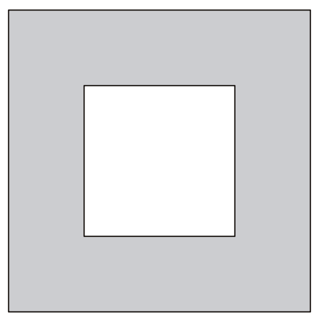



b) Konstruiere einen Punkt *E* auf der Seite $\overline{DC}$ so, dass ein Dreieck *ABE* entsteht, bei dem die Seiten $\overline{AE}$ und $\overline{BE}$ gleich lang sind.

c) Gib die Länge von $\overline{AB}$ und die Länge von $\overline{AE}$ an.

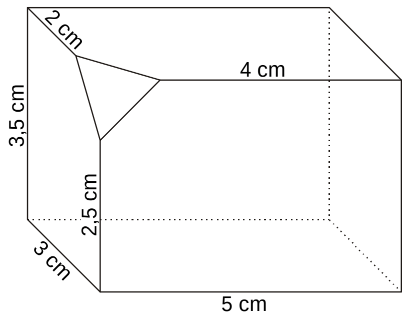
**5G21** Zerlege den abgebildeten Quadratring
a) durch zwei Geraden in vier gleich große Teilstücke
b) durch drei Geraden in sechs gleich große Teilstücke
c) durch vier Geraden in acht gleich große Teilstücke
d) durch sechs Geraden in zwölf gleich große Teilstücke.

Das innere Quadrat hat übrigens die halbe Seitenlänge des äußeren Quadrats.



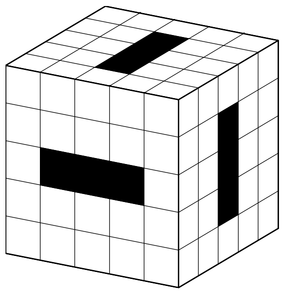
**5G22** Die Abbildung zeigt einen Quader mit einer abgeschnittenen Ecke.

a) Wie viel Ecken hat dieser Körper?
b) Wie viel Flächen hat er?
c) Konstruiere ein Netz des Quaders mit abgeschnittener Ecke!

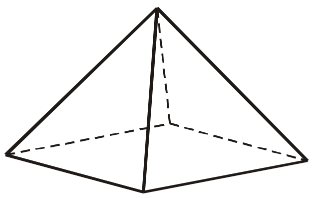



**5G23** Durch den großen Würfel hindurch sind – wie in der Zeichnung dargestellt – Tunnel herausgeschnitten.

Aus wie vielen kleinen Würfeln besteht der „durchtunnelte“ Körper?

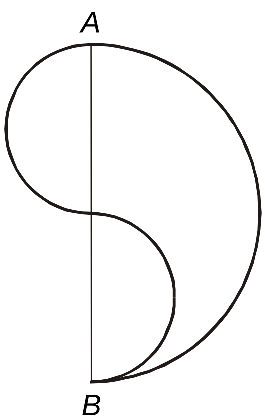


**5G24** Zeichne das Netz einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Alle Kanten sollen 5 cm lang sein.

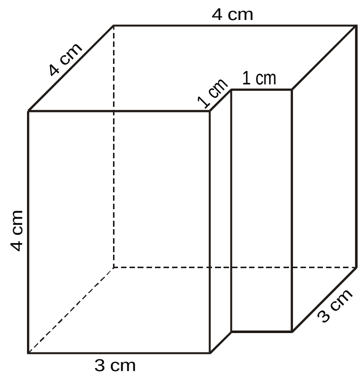


**5G25** Über der Strecke $\overline{AB}$ ist ein Halbkreis gezeichnet und über jeder Hälfte der Strecke ein weiterer Halbkreis wie in der Abbildung dargestellt.

a) Die von den drei Halbkreisen eingeschlossene Fläche soll durch einen Schnitt in zwei deckungsgleiche Teile zerlegt werden. Zeichne die Figur mit der Schnittkurve.
b) Zwei solche Flächen lassen sich zu einer Kreisfläche zusammenlegen. Zeichne zwei dieser Flächen, die zusammen eine Kreisfläche bilden.



**5G26** Zeichne für den abgebildeten Körper ein Netz!



# Lösungen

**4L1** Wäre (1) wahr, hätte niemand den grünen Ball; wäre (3) wahr, so hätten Anja und Christa den grünen Ball. Beides ist ausgeschlossen. Es kann nur (2) wahr sein. Danach hat Anja den grünen, Birte den roten und Christa den blauen Ball.

**4L2** 6 Spiele sind nötig:

| | | |
|---|---|---|
| A gegen B, | A gegen C, | A gegen D, |
| | B gegen C, | B gegen D, |
| | | C gegen D. |

**4L3** Da sich die Aussagen von Arne und Bernd widersprechen, hat genau einer von ihnen gelogen und somit haben Conny und Denny die Wahrheit gesagt. Im Besondern stimmt, was Denny sagte: *Bernd hat gelogen*. Also hat Arne die Wahrheit gesagt: *Bernd hat die Scheibe eingeschlagen*. (Auch Connys Aussage stimmt damit überein.)

**4L4** Es gibt 6 Möglichkeiten, ein Auto (A), einen Ball (B) und ein Computerspiel (C) an Ronny und Sven zu verteilen:

| Ronny | Sven |
|---|---|
| A | B, C |
| B | A, C |
| C | A, B |
| B, C | A |
| A, C | B |
| A, B | C |

**4L5** Im ungünstigsten Fall kann Axel 17 Kugeln (nämlich 2 rote, 3 blaue und je 3 gelbe, grüne schwarze und weiße) ziehen, ohne dass 4 Kugeln gleicher Farbe dabei sind. Unter 18 gezogenen Kugeln kommen aber mit Sicherheit 4 mit gleicher Farbe vor.

**4L6** 5 Schüler

**4L7** 32 Einbettzimmer und 50 Zweibettzimmer

**4L8** 15 Händedrücke

**4L9** 48 Autos

**4L10** Ute, Martina, Bärbel, Doris

**4L11** Aus dem voll gefüllten 5-l-Gefäß werden 3 l in das 3-l-Gefäß gegossen und dieses dann entleert. Danach werden die im 5-l-Gefäß verbliebenen 2 l Flüssigkeit in das 3-l-Gefäß umgegossen, das 5-l-Gefäß erneut gefüllt und daraus das 3-l-Gefäß mit 1 l aufgefüllt. Im 5-l-Gefäß bleiben 4 l Flüssigkeit.

Der Ablauf in symbolischer Form:

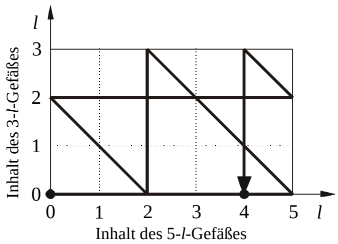
| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3-l-Gefäß | 0 | 0 | 3 | 0 | 2 | 2 | 3 |
| 5-l-Gefäß | 0 | 5 | 2 | 2 | 0 | 5 | 4 |
| Großer Behälter | | | | | | | |

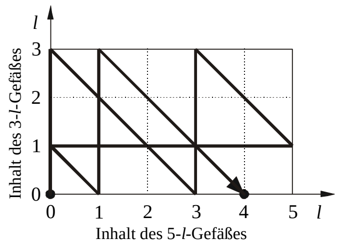
Die Zahlen stehen für die jeweiligen Füllungsinhalte der Gefäße (in l), die Pfeile symbolisieren die Umfüllvorgänge.

Eine andere Lösung ist:

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3-l-Gefäß | 0 | 3 | 0 | 3 | 1 | 1 | 0 | 3 | 0 |
| 5-l-Gefäß | 0 | 0 | 3 | 3 | 5 | 0 | 1 | 1 | 4 |
| Großer Behälter | | | | | | | | | |

Die einfachste Art, die möglichen Übergänge von einem Zustand in den andern zu beschreiben und die Lösungen zu finden, ist folgende:




Um (ohne Umwege) vom Zustand (0;0) in den Zustand (4;0) zu gelangen, gibt es nur diese beiden Möglichkeiten.

**4L12** Drei Personen einer Familie: Sohn – Vater – Großvater.

**4L13** Es gibt genau 2 Lösungen, bei denen in der 1. Zeile die vier Zahlen in ihrer natürlichen Reihenfolge stehen:

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| 3 | 4 | 1 | 2 |
| 4 | 3 | 2 | 1 |
| **2** | 1 | 4 | **3** |

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** | **4** |
| 4 | 3 | 2 | 1 |
| 2 | 1 | 4 | 3 |
| **3** | 4 | 1 | **2** |

Durch Permutation der Zahlen 1, 2, 3, 4 erhält man daraus sämtliche Lösungen.
Es gibt also $2 \cdot 4! = 48$ verschiedene Lösungen. Nur eine davon braucht angegeben zu werden.

**4L14** Ruth spielt Volleyball, Marion schwimmt, Petra spielt Tischtennis.

**4L15** 1. Lutz und Steffen 2. Klaus und Holger 3. Manfred und Dirk 4. Bernd und Norbert

**4L16** Zuerst bringt der Fährmann die Katze hinüber. Dann holt er den Vogel (oder den Hund) und nimmt auf der Rückfahrt die Katze wieder mit. Er lässt sie am Ufer und nimmt den Hund (bzw. den Vogel) mit. Dann holt er die Katze.
Er muss insgesamt siebenmal von einem zum andern Ufer wechseln.

**4L17** Tom erhielt den 1. Preis, Fred den 2. Preis und Bernd den 3. Preis.

**4L18** (1) Nur einer der 11 Spieler hat den Vornamen Günter, denn 10 Spieler heißen Dieter, Eckhard oder Kurt.
(2) Da die vier Spieler mit Nachnamen Lehmann verschiedene Vornamen haben, muss einer von ihnen Günter heißen.

Der Mittelstürmer Günter hat also den Nachnamen Lehmann.

**4L19** In einer Tabelle vermerken wir für jeden Lehrer, welche Fächer er **nicht** unterrichtet:

| | Biologie | Chemie | Geschichte | Englisch | Russisch | Deutsch |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Schröter | | – (5) | – (3) | | – (2) | – (2) |
| Voigt | | | – (1) | | | – (6) |
| Müller | – (4) | – (4) | | | | |

Nun finden wir, dass Herr Schröter Biologie und Englisch, Herr Voigt Chemie und Russisch und Herr Müller Geschichte und Deutsch unterrichtet.

**4L20** a) In der 1. Runde werden 15 Spiele ausgetragen.

b) In der 2. Runde werden 7 Spiele ausgetragen (ein Spieler gelangt kampflos in die 3. Runde),
in der 3. Runde werden 4 Spiele,
in der 4. Runde werden 2 Spiele und
in der 5. Runde wird 1 Spiel ausgetragen.
Insgesamt werden 29 Spiele ausgetragen.

c) Der Turniersieger muss 4 oder 5 Spiele austragen (4 Spiele, wenn er in der 2. Runde kampflos in die 3. Runde gelangt).

**4A1**

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | + | 7 | – | 9 | = | 2 |
| + | | – | | + | | + |
| 9 | – | 2 | + | 0 | = | 7 |
| – | | + | | – | | – |
| 12 | + | 0 | – | 6 | = | 6 |
| = | | = | | = | | = |
| 1 | + | 5 | – | 3 | = | 3 |

**4A2** Die Summe der beiden fehlenden Summanden ist 6 309.
Die Summanden selbst sind 2 103 und 4 206.

**4A3** a) Z. B.

$$\begin{array}{r} 2\,608 \\ +\ \ 216 \\ \underline{+\ \ \ \ 80} \\ 2\,904 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,698 \\ +\ \ 116 \\ \underline{+\ \ \ \ 90} \\ 2\,904 \end{array}$$

(Es gibt 9 verschiedene Lösungsmöglichkeiten.)

b) Die einzige Lösung ist $\begin{array}{r} \underline{3\,421 \cdot 2} \\ 6\,842 \end{array}$

**4A4** Z. B. $\begin{array}{r} \underline{63 \cdot 12} \\ 63 \\ \underline{126} \\ 756 \end{array}$ Weitere Lösungen ergeben sich nur für 63·13, 63·14 und 63·15.

**4A5** a) Lösungsmöglichkeiten:

$$\begin{array}{r} 4\,660 \\ \underline{+\ 4\,660} \\ 9\,320 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1\,770 \\ \underline{+\ 1\,770} \\ 3\,540 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1\,880 \\ \underline{+\ 1\,880} \\ 3\,760 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2\,880 \\ \underline{+\ 2\,880} \\ 5\,760 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4\,880 \\ \underline{+\ 4\,880} \\ 9\,760 \end{array}$$

b) $\begin{array}{r} 6\,041 \\ \underline{+\ 6\,041} \\ 12\,082 \end{array}$

**4A6** 9 + 8 + 7 + 65 + 4 + 3 + 2 + 1 = 99 und 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 43 + 21 = 99

**4A7** Es gibt 11 Zahlen: 504, 513, 522, 531, 540, 549, 558, 567, 576, 585, 594.

**4A8** Klaus hat 63, Peter 37 Autos.

**4A9** Nur 37 erfüllt alle Bedingungen.

**4A10** a) Ab dem 2. Glied ist jedes um 6 kleiner als das vorangehende.
64, 58, 52, 46, **40**, **34**, **28**, **22**, ...

b) Außer dem ersten erhält man jedes Glied, indem man seine Nummer zum vorhergehenden Glied addiert.
1, 3, 6, 10, **15**, **21**, **28**, **36**, ...

c) Vom zweiten Glied an ist jedes Glied die Hälfte des vorangehenden.
640, 320, 160, **80**, **40**, **20**, **10**, ...

d) Ab dem dritten Glied ist jedes die Summe der beiden letzten Glieder.
1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, **21**, **34**, **55**, **89**, ...

**4A11**

| | | | |
|---|---|---|---|
| 38 | 31 | 24 | 17 |
| 32 | 26 | 20 | 14 |
| 26 | 21 | 16 | 11 |
| 20 | 16 | 12 | 8 |

**4A12** z. B.:

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 9 | 4 |
| 7 | 5 | 3 |
| 6 | 1 | 8 |

**4A13** $e = 56 : 4 = 14$; $d = 3 \cdot e = 42$; $c = d - e = 28$; $b = c + d = 70$; $a = b : 2 = 35$.

**4A14** Die Zahl ist 7.

**4A15** Die Gleichungen sind in dieser Reihenfolge zu lösen:

(4) $d + 3 = 11$, $d = 8$
(3) $c : 5 = 8$, $c = 40$
(2) $b \cdot 2 = 40$, $b = 20$
(1) $a + 13 = 20$, $a = 7$
(6) $e - 7 = 2$, $e = 9$
(5) $9 \cdot 9 = f$, $f = 81$

**4A16** Auf dem Teich schwimmen 33 Enten.

**4A17** Anfangs saßen auf dem ersten Busch 4 und auf dem zweiten Busch 12 Spatzen.

**4A18** a) 10 Baumstämme, b) 20 Baumstämme

**4A19** Für 80 Pfefferkuchen braucht die Hexe 8 kg Mehl, 160 g Honig und 320 Mandeln.

**4A20** a) 7 Taler, b) Mehr als 8 Taler

**4A21** Annerose hat 12 Äpfel und 36 Pflaumen mitgebracht.

**4A22** Nach der 13. Stunde befindet sich die Raupe in einer Höhe von 57 cm.

**4A23** a)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 12 | 14 | 13 | | | |
| 5 | 8 | 11 | 3 | 2 | 7 | 17 |
| 15 | 10 | 9 | 3 | 18 | 19 | 6 |
| | | | 4 | 16 | 8 | |

oder

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 12 | 14 | 13 | | | |
| 5 | 8 | 11 | 3 | 2 | 7 | 17 |
| 15 | 10 | 9 | 3 | 18 | 19 | 6 |
| | | | 4 | 16 | 8 | |

oder

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 12 | 14 | 13 | | | |
| 5 | 8 | 11 | 3 | 2 | 7 | 17 |
| 15 | 10 | 9 | 3 | 18 | 19 | 6 |
| | | | 4 | 16 | 8 | |

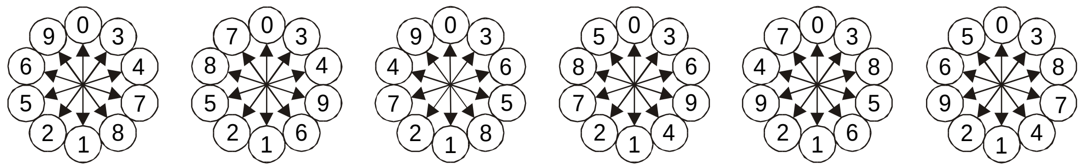
b)

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 12 | 14 | 13 | | | |
| 5 | 8 | 11 | 3 | 2 | 7 | 17 |
| 15 | 10 | 9 | 3 | 18 | 19 | 6 |
| | | | 4 | 16 | 8 | |

**4A24** Die Länge des gesamten Weges beträgt 18 200 m = 18,200 km.

**4A25** Die Orte sind (68 + 68 + 34 + 74 + 74 + 37) km = 355 km voneinander entfernt.

**4A26** Es gibt 6 Möglichkeiten, die Zahlen in der geforderten Weise einzutragen;
eine davon genügt als Lösung.




**4A27**

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 27 | 12 |
| 21 | 15 | 9 |
| 18 | 3 | 24 |

oder

| | | |
|---|---|---|
| 6 | 21 | 18 |
| 27 | 15 | 3 |
| 12 | 9 | 24 |

**4A28** Das Buch hat 300 Seiten.

**4A29**

| $a$ | $b$ | $6 \cdot a + b$ | $6 \cdot (a + b)$ |
|---|---|---|---|
| **11** | 26 | 92 | **222** |
| 41 | **33** | 279 | **444** |
| 69 | 42 | **456** | **666** |
| 35 | **567** | **777** | 3 612 |
| **1** | **999** | 1 005 | 6 000 |

**4A30** a) 5 263 b) 23 712

**4A31** Es gibt 6 Möglichkeiten:

| 10 Cent | 5 Cent | 2 Cent |
|---|---|---|
| 2 | 1 | 2 |
| 1 | 3 | 2 |
| 1 | 1 | 7 |
| 0 | 5 | 2 |
| 0 | 3 | 7 |
| 0 | 1 | 12 |

**4A32** Die Felswand ist 120 m hoch.

**4A33** 32 = 3 + 9 + 2 + 18

**4A34** Die erste Kundin zahlte 36 €, die zweite 60 € und die dritte 108 €.

**4A35**

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 9 | 7 | 4 | | 3 |
| 9 | | 1 | 2 | 5 |
| | 4 | 4 | 4 | |
| 8 | 5 | | 2 | 5 |
| 1 | 0 | 0 | | 6 |

**4A36** Es gibt 18 Lösungen:

| WIND | STURM | WIND | STURM | WIND | STURM | WIND | STURM |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3582 | 10746 | 5694 | 17082 | 6819 | 20457 | 9046 | 27138 |
| 3594 | 10782 | 5823 | 17469 | 6839 | 20517 | 9136 | 27408 |
| 3658 | 10974 | 5832 | 17496 | 6918 | 20754 | 9168 | 27504 |
| 4609 | 13827 | 5934 | 17802 | 8169 | 24507 | | |
| 5683 | 17049 | 6358 | 19074 | 8369 | 25107 | | |

**4A37**

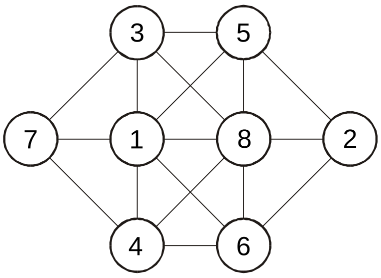
| | a) | b) | c) |
|---|---|---|---|
| (1) | 699 | 280 | 422 |
| (2) | 29 | 10 | n. l. |

**4A38** Im Raum befinden sich 9 Hocker und 18 Stühle.

**4A39**

| $x$ | $y$ | $z = x - y$ | $111 - z$ | $z \cdot (x + y)$ | $210 : z$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 38 | 17 | 21 | 90 | 1155 | 10 |
| 118 | 113 | 5 | 106 | 1155 | 42 |
| 75 | 68 | 7 | 104 | 1001 | 30 |
| 89 | 54 | 35 | 76 | 5005 | 6 |
| 115 | 85 | 30 | 81 | 6000 | 7 |
| 56 | 55 | 1 | 110 | 111 | 210 |
| 57 | 54 | 3 | 108 | 333 | 70 |
| 85 | 15 | 70 | 41 | 7000 | 3 |

**4A40**




**4A41** $a = 405$, $m = 1215$, $r = 1620$, $p = 81$, $i = 879$

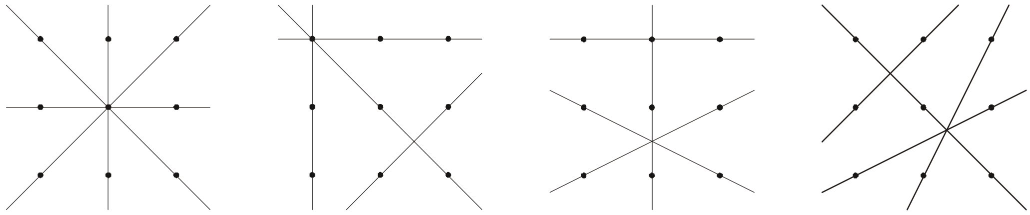
**4A42** a) 21 Minuten

b) Im ersten Behälter befinden sich 960 Liter, im zweiten 840 Liter Wasser.

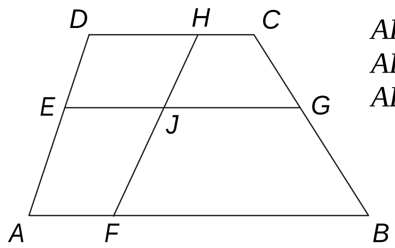
**4G1** 19 Quadrate und 56 Dreiecke

**4G2** ACFD, DFJG, GJMK; ABHG, BCJH, DELK, EFML; ABLK, BCML

**4G3**

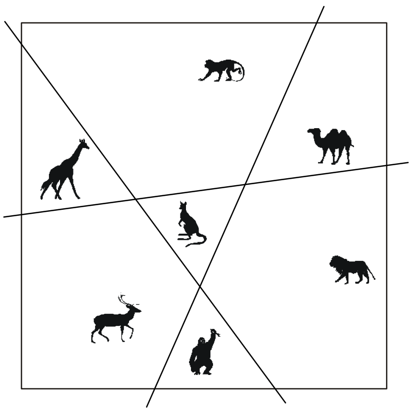


**4G4**




*AFJE, FBGJ, EJHD, JGCH, ABGE, EGCD, AFHD, FBCH, ABCD*

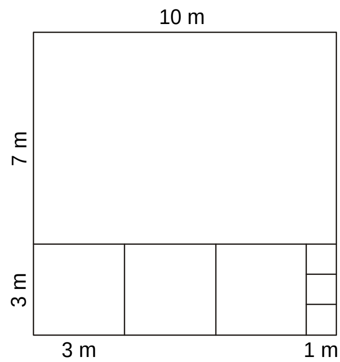
**4G5**



**4G6** Z. B. *ABCDEFGH BCDFGH KBLDMFJ KLMJ HA*

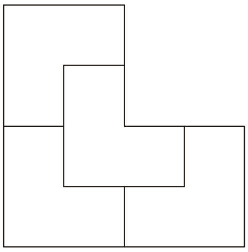
**4G7** a) 40 m Zaun
b) 20 Pfähle

c) Z. B. (in anderem Maßstab):

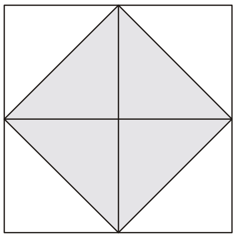



**4G8** Eine 4. Gerade hat mit den 3 gegebenen (paarweise verschieden) Geraden 1 Schnittpunkt, 2 oder 3 Schnittpunkte.

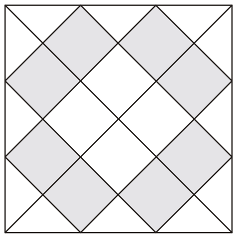
**4G9**



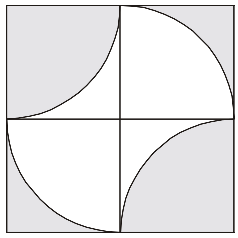
**4G10** a)



b)

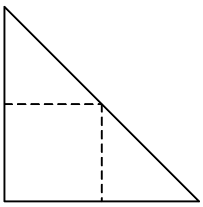


c)

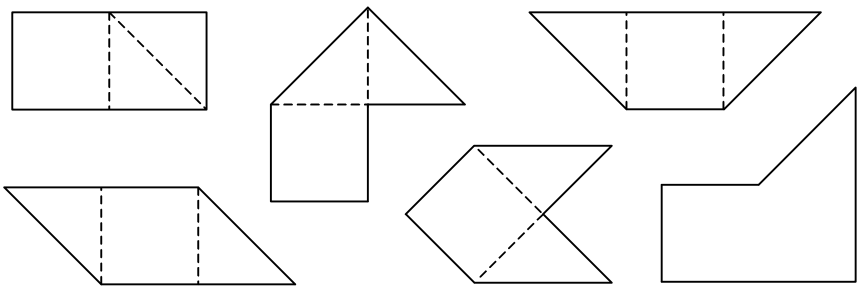


Bei a) und c) sind die grauen und weißen Teilflächen gleich groß,
bei b) ist die graue Teilfläche kleiner als die weiße.

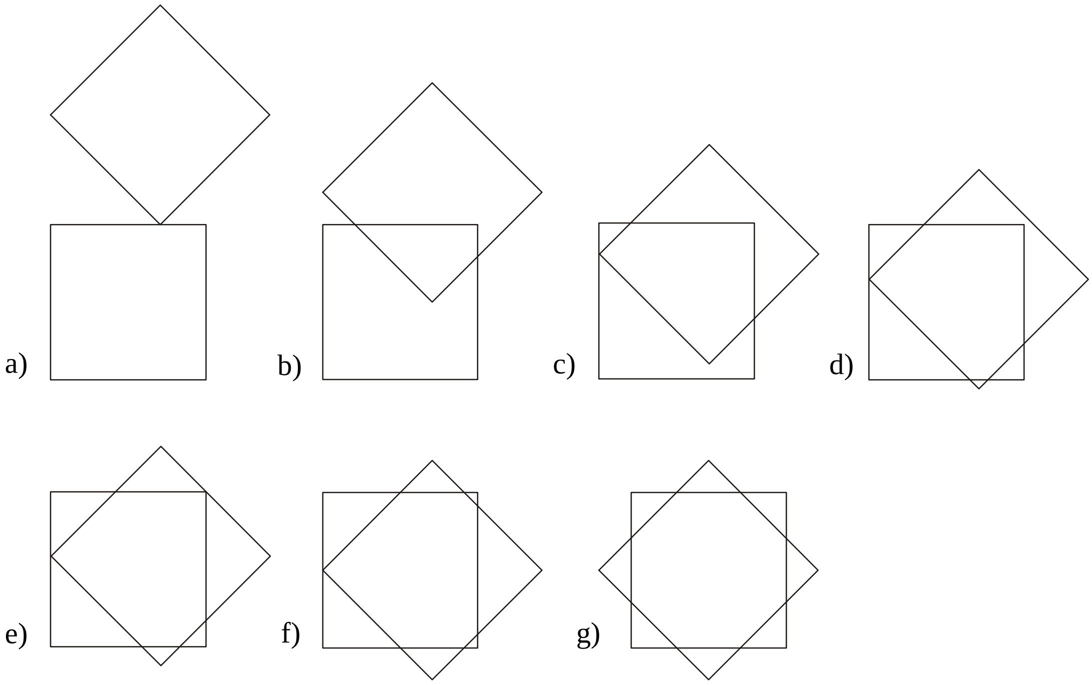
**4G11** a)



b)



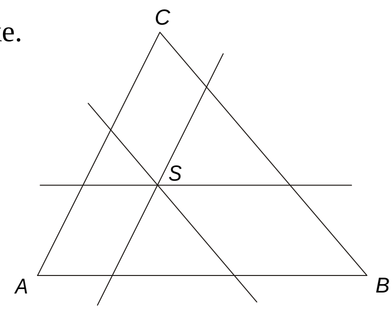
**4G12**



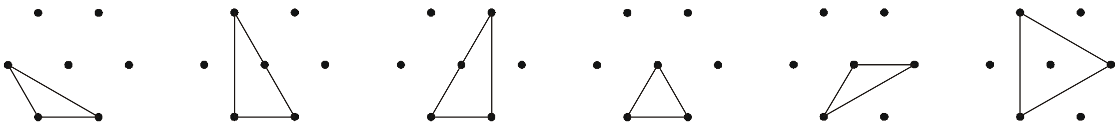

**4G13** b) *HG* muss um (40 – 10 – 15) m = 15 m verlängert werden.
c) Es bleiben 2 · (20 – 10) m = 20 m Zaun übrig.

**4G14** a) Die Oberfläche besteht aus 18, 26 bzw. 32 kleinen Quadraten.
b) Zur Ergänzung sind 4, 20 bzw. 18 kleine Würfel erforderlich.
c) Der große Würfel enthält insgesamt 8, 27 bzw. 27 kleine Würfel.
d) Die Oberfläche des großen Würfels besteht aus 24, 54 bzw. 54 kleinen Quadraten.

**4G15** 7 Dreiecke und 12 Vierecke.




**4G16**



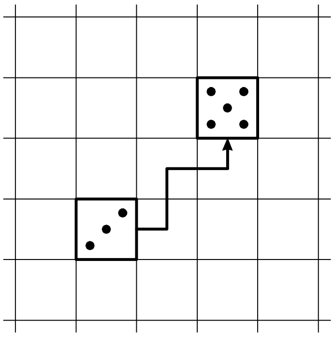
6 Dreiecke 6 Dreiecke 6 Dreiecke 6 Dreiecke 6 Dreiecke 2 Dreiecke

Es gibt insgesamt 32 Dreiecke.

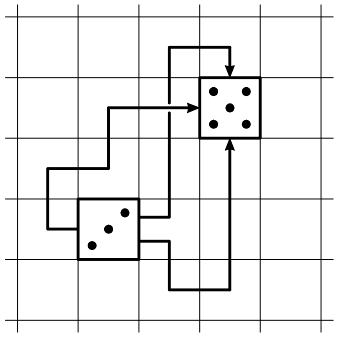
**4G17** Es werden 4·(55·2 + 40·2 + 30·4 + 15) cm = 1300 cm = 13 m Schnur gebraucht.

**4G18** a) 2 Punkte liegen oben.

b) Der kürzeste Weg:



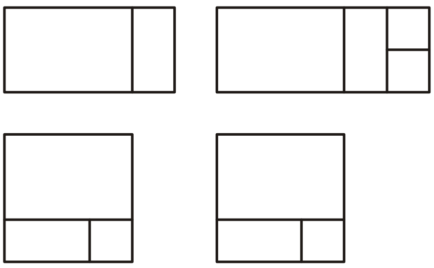
6 Schritte lange Wege:



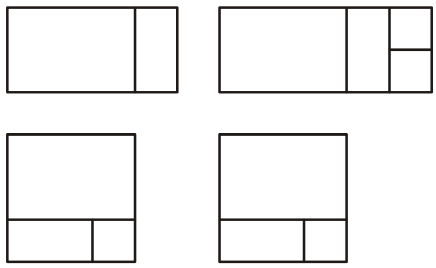
Bemerkung: Es gibt 34 Wege, die 8 Schritte lang sind, und 270 Wege, die 10 Schritte lang sind. Nicht mitgezählt sind jeweils solche Wege, die aus kürzeren Wegen durch Hinzufügen von Paaren aufeinander folgender, sich gegenseitig aufhebender Schritte entstehen.

**4G19** Das Herz wiegt 400 g.

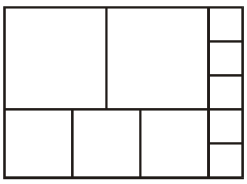
**4G20** b)



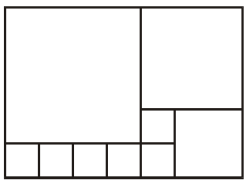
c)



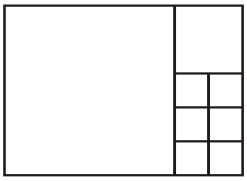
**4G21** z. B. a) 10 Quadrate



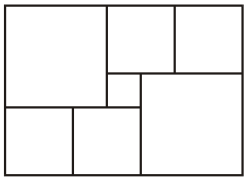
b) 9 Quadrate



c) 8 Quadrate



d) 7 Quadrate



**5L1** Da die gesuchte Zahl, die das Alter angibt, höchstens 45 ist und an ihrer Zehnerstelle eine gerade Zahl steht, muss die gesuchte Zahl mit 2 oder 4 beginnen.
Eine mit 2 oder 4 beginnende Zahl, an deren Einerstelle eine ungerade Zahl steht, die mit der an der Zehnerstelle stehenden Zahl eine zweistellige Summe bildet, kann nur 29, 47 oder 49 sein.
Die beiden letzten Zahlen scheiden aus, weil sie größer als 45 sind; nur 29 erfüllt alle Bedingungen.
Der Lehrer ist 29 Jahre alt.

**5L2** Herr Krause wohnt in Berlin.
Da die Herren Lehmann und Müller (wie auch Krause) nicht in Leipzig zu Hause sind, muss Herr Schulze in Leipzig wohnen.
Da Herr Lehmann nicht in Berlin, Leipzig oder Erfurt wohnt, hat er seine Wohnung in Schwerin.
Der Wohnort von Herrn Müller ist dann Erfurt.

**5L3** Weder Birgit noch Claudia haben die Zeugnisnote 1, also hat Anke die Note 1.
Da Anke und Claudia die Noten 1 bzw. 3 haben, hat Birgit die Note 2; Birgit geht dann in die 4. Klasse.
Weil Anke in die 5. und Birgit in die 4. Klasse geht, muss Claudia in der 6. Klasse sein.

Also: Anke ist Schülerin der 5. Klasse und hat die Zeugnisnote 1,
Birgit ist Schülerin der 4. Klasse und hat die Zeugnisnote 2,
Claudia ist Schülerin der 6. Klasse und hat die Zeugnisnote 3.

**5L4** Die Frage könnte sein: „Sind Sie Bewohner dieser Insel?“ Ist die Antwort **ja**, befindet sich der Schiffbrüchige auf der Wahrheitsinsel (WI), ist sie **nein**, befindet er sich auf der Lügeninsel (LI):

| | | Die Antwort eines Bewohners der | |
|---|---|---|---|
| | | WI | LI |
| Der Schiffbrüchige befindet sich auf der | WI | **ja** | **ja** |
| | LI | **nein** | **nein** |

**5L5** Rudolf war es.
Die Aussagen von Johannes und Rudolf widersprechen einander, sodass genau einer von ihnen gelogen hat. Wenn drei der Jungen stets die Wahrheit sagen, kommen nur Johannes oder Rudolf als Lügner in Betracht, und die Aussagen von Emil und Karl sind dann wahr. Aus ihnen ergibt sich, dass Rudolf die Scheibe eingeschlagen hat.

**5L6** a) Die Schüler nach zunehmendem Alter geordnet: Ilse, Kurt, Richard, Lore, Herbert.
b) Die Aussagen (1), (2), (3), (6), (9) und (10) sind überflüssig.

**5L7** Wenn – wie hier offensichtlich vorausgesetzt – in (2) kein Schüler doppelt genannt wird, muss Ronny Lumnitz heißen.
Da Falk weder Krause noch Lumnitz heißt, muss sein Nachname Schettler sein.
Schließlich heißt Ingmar mit Nachnamen Krause.

**5L8** Es gibt $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$ Möglichkeiten:

| | | | |
|---|---|---|---|
| ABCD | BACD | CABD | DABC |
| ABDC | BADC | CADB | DACB |
| ACBD | BCAD | CBAD | DBAC |
| ACDB | BCDA | CBDA | DBCA |
| ADBC | BDAC | CDAB | DCAB |
| ADCB | BDCA | CDBA | DCBA |

**5L9** 9 Schüler nahmen am Turnier teil.

**5L10** 68 Teilnehmer sprechen sowohl Englisch als auch Deutsch.

**5L11** Es gibt 56 solcher „Würfelzahlen“.

**5L12** Andreas Krause wohnt im Vogelweg.
Beate Meier wohnt im Talweg.
Christian Neubert wohnt im Uferweg.
Doris Lehmann wohnt im Waldweg.

**5L13** Es gibt genau 8 Lösungen, bei denen in der 1. Zeile die fünf Zahlen in ihrer natürlichen Reihenfolge stehen:

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | 4 | 1 | 2 |
| 4 | 5 | **2** | 3 | 1 |
| 2 | 4 | 1 | 5 | 3 |
| **3** | 1 | 5 | 2 | **4** |

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 5 | 1 | 2 |
| 5 | 1 | **2** | 3 | 4 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 1 |
| **4** | 5 | 1 | 2 | **3** |

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 2 | 1 | 4 |
| 5 | 1 | **4** | 3 | 2 |
| 4 | 3 | 5 | 2 | 1 |
| **2** | 4 | 1 | 5 | **3** |

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|
| 5 | 3 | 1 | 2 | 4 |
| 2 | 5 | **4** | 3 | 1 |
| 4 | 1 | 2 | 5 | 3 |
| **3** | 4 | 5 | 1 | **2** |

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 5 | 4 | 1 | 3 |
| 4 | 3 | **2** | 5 | 1 |
| 5 | 4 | 1 | 3 | 2 |
| **3** | 1 | 5 | 2 | **4** |

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 4 | 5 | 3 | 1 |
| 5 | 3 | **2** | 1 | 4 |
| 3 | 1 | 4 | 5 | 2 |
| **4** | 5 | 1 | 2 | **3** |

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 2 | 3 | 1 |
| 5 | 3 | **4** | 1 | 2 |
| 3 | 1 | 5 | 2 | 4 |
| **2** | 4 | 1 | 5 | **3** |

| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 3 | **4** | 5 | 1 |
| 5 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| **3** | 4 | 5 | 1 | **2** |

Durch Permutation der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 erhält man daraus sämtliche Lösungen.
Es gibt also $8 \cdot 5! = 960$ verschiedene Lösungen. Nur eine davon braucht angegeben zu werden.

**5L14**

| | | | |
|---|---|---|---|
| Beate | Ronald | Steffi | Uwe |
| Gitarre | Klavier | Blockflöte | Trompete |
| Mittwoch | Montag | Dienstag | Freitag. |

**5L15** 5c, 5a, 5d, 5b

**5L16** Da Achim nicht in den Alpen und nicht im Harz war, muss er im Riesengebirge gewesen sein. In den Alpen war also Christian, er rodelte nicht. Achims Freund, der rodelte, ist somit Bernd.

Nun gibt es zwei Möglichkeiten:

(1) Achim fuhr Ski und Christian lief Eis

| | Harz | Riesengeb. | Alpen |
|---|---|---|---|
| Skifahren | | Achim | |
| Eislauf | | | Christian |
| Rodeln | Bernd | | – |

(2) Achim lief Eis und Christian fuhr Ski.

| | Harz | Riesengeb. | Alpen |
|---|---|---|---|
| Skifahren | | | Christian |
| Eislauf | | Achim | |
| Rodeln | Bernd | | – |

**5L17** a) 2 Schüler, b) 7 Schüler, c) 4 Schüler, d) 18 Schüler, e) 21 Schüler

**5L18** Wir notieren in einer Tabelle, welche Personen (als unmittelbare Folge aus den drei Aussagen) **nicht** miteinander verheiratet sind:

| | Dieter | Hans | Klaus | Peter |
|---|---|---|---|---|
| Erika | – (1) | – (2) | | |
| Gabi | | – (2) | | |
| Rita | | | | |
| Simone | – (1) | – (1) | | – (3) |

Nun sieht man sofort, dass Hans mit Rita und Simone mit Klaus verheiratet sind.
Wir vervollständigen die Tabelle

| | Dieter | Hans | Klaus | Peter |
|---|---|---|---|---|
| Erika | – (1) | – (2) | – | |
| Gabi | | – (2) | – | |
| Rita | – | + | – | – |
| Simone | – (1) | – (1) | + | – (3) |

und lesen ab, dass Dieter mit Gabi verheiratet ist und Erika mit Peter.

**5L19** Wir suchen die „ungünstigsten" Fälle. Die Bedingung ist **nicht** erfüllt, wenn

a) 8 blaue und 6 weiße Kugeln
b) 10 rote und 6 weiße Kugeln
c) 10 rote und 8 blaue Kugeln
d) eine rote, eine blaue und eine weiße Kugel

gezogen werden.

Bei jeweils einer Kugel mehr ist jede der Bedingungen erfüllt; es müssen also a) 15, b) 17, c) 19, d) 4 Kugeln entnommen werden.

**5L20** Peter Glawe, Michael Ilgner, Wilhelm Schulz

**5L21** Thomas erhielt den 1. Preis, Paul den 2. Preis und Bernd den 3. Preis.

**5A1** Der Quotient ist 23.

**5A2** a) Bernd ist 6 Jahre alt, Andreas ist 14 Jahre alt.
b) (1) ist wahr, (2) falsch.

**5A3** Die gesuchte Zahl ist 59.

**5A4** a) 16 061 b) 55 km/h

**5A5** 370 – 37 = 333, 740 – 74 = 666, 1 110 – 111 = 999.

**5A6** Eine Teetüte wiegt 50 g.

**5A7** Lösungsidee: 646 = 2·17·19.

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{6}\boxed{4}\boxed{6} & : & \boxed{1}\boxed{9} & = & \boxed{3}\boxed{4} \\ - & & \cdot & & + \\ \boxed{1}\boxed{6}\boxed{2} & - & \boxed{1}\boxed{6} & = & \boxed{1}\boxed{4}\boxed{6} \\ \hline \boxed{4}\boxed{8}\boxed{4} & - & \boxed{3}\boxed{0}\boxed{4} & = & \boxed{1}\boxed{8}\boxed{0} \end{array}$$

**5A8** Heike hat 39, Bianka 47 und Kerstin 42 Kohlköpfe geerntet.

**5A9** 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 67 + 8 + 9 = 99, 1 + 23 + 45 + 6 + 7 + 8 + 9 = 99,
12 + 3 + 4 + 56 + 7 + 8 + 9 = 99

**5A10** Die im Kryptogramm enthaltenen Aufgaben sind:

(1) $a \cdot a = b$
(2) $c \cdot a = d$
(3) $e \cdot a = a$
(4) $a - c = e$
(5) $b - d = a$

Weil z. B. wegen (1) $a \neq 0$ ist, folgt aus (3) $e = 1$.
Dann ist $c \neq 1$ und z. B. wegen (2) auch $c \neq 0$, also gilt $c \geq 2$.
Wegen (4) ist dann $a \geq 3$ und wegen (1) ist $a = 3$.
Danach ergibt sich aus (1) $b = 9$, aus (4) $c = 2$ und aus (2) $d = 6$.
(5) wird von den ermittelten Werten erfüllt.

Die einzige Lösung ist:

$$\begin{array}{ccccc} \boxed{3} & \cdot & \boxed{3} & = & \boxed{9} \\ - & & & & - \\ \boxed{2} & \cdot & \boxed{3} & = & \boxed{6} \\ \hline \boxed{1} & \cdot & \boxed{3} & = & \boxed{3} \end{array}$$

**5A11** Nach 180 Minuten (oder 3 Stunden), also um 15.00 Uhr fahren alle Busse erstmalig wieder zusammen ab.
Bis dahin hat der erste Bus 4 Fahrten, der zweite Bus 6 Fahrten, der dritte Bus 5 Fahrten und der vierte Bus 3 Fahrten durchgeführt.

**5A12** Rolf und Walter treffen sich nach 14 Tagen, am 17. Juni um 10.00 Uhr.

**5A13** Auf einem Stück stehen die Zahlen 1, 2, 11 und 12, auf einem anderen 3, 4, 9, und 10 und auf dem dritten 5, 6, 7 und 8.

**5A14** Uwe ist 11 Jahre alt.

**5A15** Die Summe der 9 gegebenen Zahlen ist 45, sodass jede der 3 gleich großen Teilsummen aus 3 Summanden 15 sein muss.
Die Zahl 1 tritt nur in zwei solcher Teilsummen auf, nämlich in 1 + 6 + 8 und in 1 + 5 + 9.
Jede dieser beiden Teilsummen lässt sich nur auf eine Weise durch zwei passende Teilsummen so ergänzen, dass in den 3 Teilsummen alle Summanden verschieden sind und somit alle Zahlen zwischen 1 und 9 vorkommen:

$1 + 6 + 8 = 2 + 4 + 9 = 3 + 5 + 7$ und $1 + 5 + 9 = 2 + 6 + 7 = 3 + 4 + 8$.

**5A16** $P = 1$, $A = 5$, $H = 2$, $L = 8$; die Zahl heißt 58 125.

**5A17** Von den 525 t Schotter hat der erste LKW 175 t transportiert. Die restlichen 350 t können vom zweiten LKW in 50 Fuhren abtransportiert werden.

**5A18**

$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 13 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 11 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5 + 9 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 7 + 7 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 9 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 5 + 7 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 5 + 5 + 5 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 3 + 7 = 20$
$1 + 1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 5 + 5 = 20$
$1 + 1 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 5 = 20$
$1 + 1 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 20.$

**5A19** a) $g$ ist 6, 8 oder 10, b) $p$ ist 2, 4, 6 oder 8.

**5A20** Jürgen sprang 3,20 m, Werner sprang 3,30 m, Heinz und Karl sprangen 3,40 m und Uwe sprang 3,45 m.

**5A21** Die zweite Ziffer (Zahl an der Tausender-Stelle) ist wegen (2) eine gerade Zahl, wegen (3) mindestens 4 und wegen (4) höchstens 6, sodass sie nur 4 oder 6 sein kann.
Danach lassen sich die übrigen Ziffern leicht ermitteln. Nur fünf fünfstellige natürliche Zahlen haben die 4 Eigenschaften: 24 070, 24 071, 36 290, 36 291, 36 292.

**5A22** Es nahmen 9 Kinder, 18 Jugendliche, 18 Frauen und 36 Männer am Waldlauf teil.

**5A23** a) (31 + 29 + 31 + 30 + 5) Tage = 126 Tage,
b) $(126 \cdot 24 - 1 + 9)$ Stunden = 3 032 Stunden,
c) $(3\,032 \cdot 60 + 30)$ Minuten = 181 950 Minuten,
d) $181\,950 \cdot 60$ Sekunden = 10 917 000 Sekunden
e) $126 = 64 + 32 + 16 + 8 + 4 + 2 = 2^6 + 2^5 + 2^4 + 2^3 + 2^2 + 2^1$

**5A24** 53 460, 63 360, 73 260, 83 160, 93 060, 93 960

**5A25**

$$\begin{array}{r} \underline{385 \cdot 412} \\ 1540 \\ 385 \\ \underline{770} \\ 158620 \end{array} \qquad \text{oder} \qquad \begin{array}{r} \underline{380 \cdot 412} \\ 1520 \\ 380 \\ \underline{760} \\ 156560 \end{array}$$

**5A26** 60 Äpfel lagen im Korb.

**5A27**

| *a* | *b* |
|---|---|
| 3 | 28 |
| 13 | 21 |
| 23 | 14 |
| 33 | 7 |
| 43 | 0 |

**5A28** Im Juli wurden 195 und im Dezember 245 Handys verkauft.

**5A29** Es gibt 7 Möglichkeiten:

| 2 € | 1 € | 50 Cent | 20 Cent |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 1 | 4 |
| 0 | 2 | 1 | 4 |
| 0 | 1 | 3 | 4 |
| 0 | 1 | 1 | 9 |
| 0 | 0 | 5 | 4 |
| 0 | 0 | 3 | 9 |
| 0 | 0 | 1 | 14 |

**5A30** Es gibt zwei Lösungen: 445522 : 77 = 5786 und 445599 : 77 = 5787.

**5A31** Die gesuchten Zahlen sind: 1, 2, 7, 11, 13, 14, 22 und 26.

**5A32** $(20 \cdot 7 - 16 \cdot 2) \cdot \left(\frac{6}{2} + \frac{39}{3}\right) = 108 \cdot 16 = 1728$

**5A33** Die einzige Lösung ist:

$$\begin{array}{r} 81184 \\ \underline{+987324} \\ 1068508 \end{array}$$

**5A34** a) Sie treffen sich um 12.30 Uhr.
b) Der Treffpunkt ist 40 km von Rostock entfernt.
c) Beide sind selbstverständlich gleich weit von Greifswald entfernt.

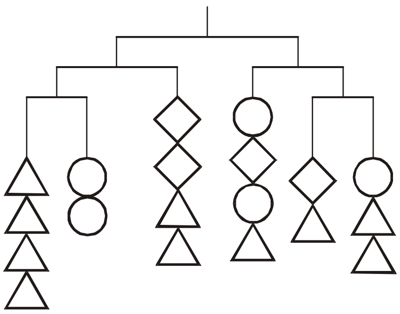
**5A35** Wegen (1) muss $x$ eine natürliche Zahl zwischen 55 und 69 sein,
(2) schränkt $x$ auf 57, 60, 63, 66, 69 ein.
Wegen (3) kann $x$ nur 57, 66 oder 69 sein.

**5A36** a) Nach 40 Stunden stehen die *großen* Zeiger erstmals wieder beide gleichzeitig auf 12, die Wanduhr geht genau eine Stunde vor (die kleinen Zeiger zeigen auf 4 bzw. 5).
Erst nach einer 12-mal so langen Zeit zeigen auch die *kleinen* Zeiger wieder auf dieselbe Zahl, nämlich auf 12. Alle vier Zeiger stehen also nach 40·12 Stunden = 480 Stunden wieder auf 12.

b) 480 Stunden = 20 Tage; der Zeigergleichstand fand am Sonnabend, dem 19. April 2003 statt.

**5A37** Es wurden 29·3 € abgegeben, also müssen noch 29·7 € = 203 € eingesammelt werden.

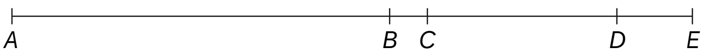
**5A38** Ein Kreis ist so schwer wie 2 Dreiecke, ein Quadrat ist so schwer wie 3 Dreiecke.
Es müssen 4 bzw. 2 Dreiecke an den fraglichen Stellen hängen (Zeichnung nicht verlangt):



**5A39** a) nach 105 s
b) Der Schnellzug durchfuhr in dieser Zeit 7 Runden, der Güterzug 5 Runden.
c) nach 420 s = 7 min

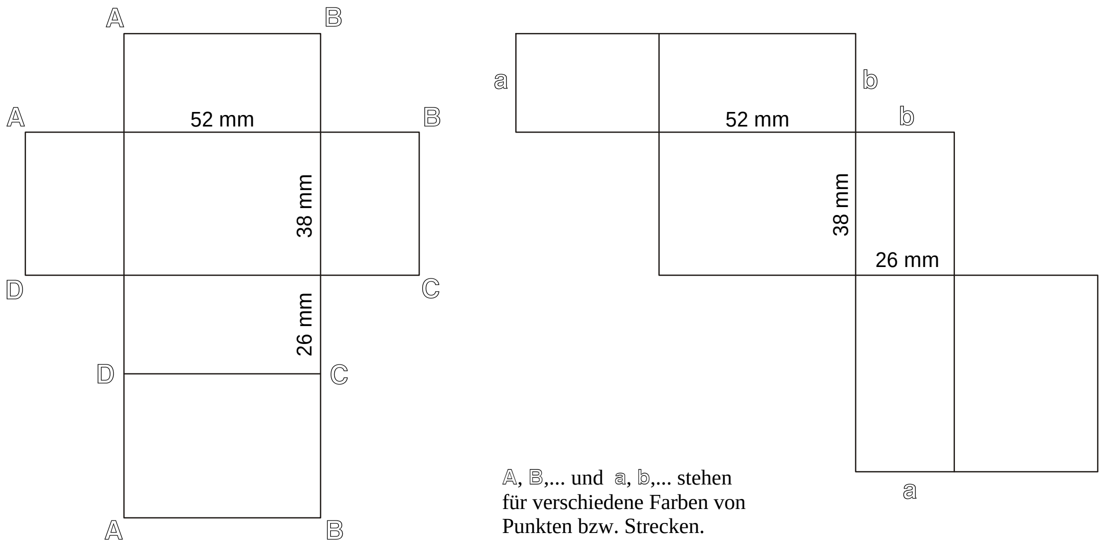
**5A40** a) Quotient
b) 200423 : 79 = 2537

**5G1** a)

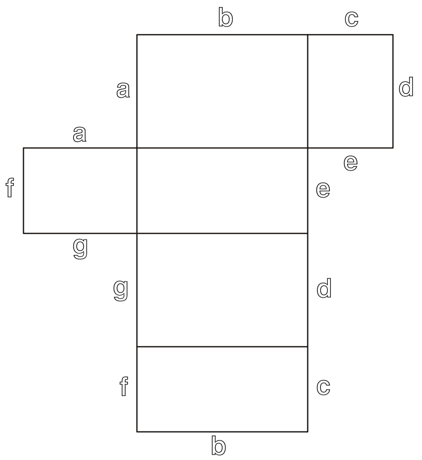



b) $\overline{AD} = 16\ \text{cm}$, $\overline{AB} = 10\ \text{cm}$, $\overline{BC} = 1\ \text{cm}$

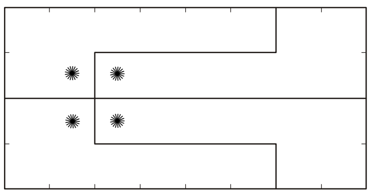
**5G2** Z. B.:



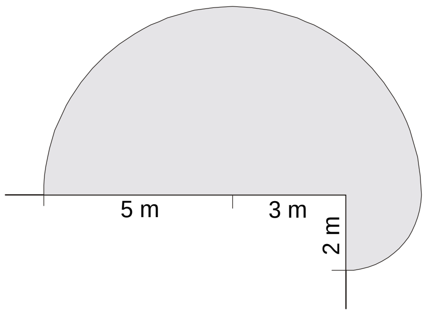

**5G3** Nur b) ist ein Quadernetz.
Die Kanten des Quaders sind
3 cm, 2 cm und 1,5 cm lang.




**5G4**

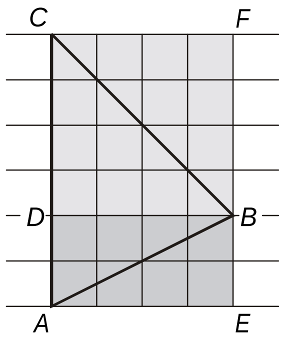


**5G5**

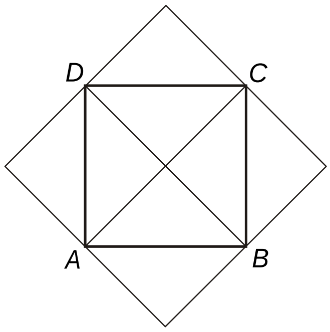



(verkleinerte Zeichnung)

**5G6** Das Dreieck *ABC* besteht aus den Dreiecken *ABD* und *DBC*.
Das Dreieck *ABD* ist halb so groß wie das 8 Kästchen große Rechteck *AEBD*, sodass das Dreieck *ABD* so groß wie 4 Kästchen ist.
Analog ist das Dreieck *DBC* 8 Kästchen groß, weil es halb so groß wie das 16 Kästchen große Quadrat *DBFC* ist.
Das Dreieck *ABC* ist somit 12 Kästchen groß.




**5G7**




Die Bäume stehen bei *A*, *B*, *C* und *D*.

Das Quadrat *ABCD* wird durch die Linien *AC* und *BD* in vier gleiche Teile zerlegt. Klappt man die Teildreiecke nach außen, entsteht ein Quadrat mit doppelt so großem Inhalt.

**5G8** a) 4 Schnitte zerlegen den Quader in 8 Würfel mit der Kantenlänge 6 cm.

b) 11 Schnitte zerlegen den Quader in 64 Würfel mit der Kantenlänge 3 cm,
18 Schnitte zerlegen den Quader in 216 Würfel mit der Kantenlänge 2 cm,
39 Schnitte zerlegen den Quader in 1728 Würfel mit der Kantenlänge 1 cm.

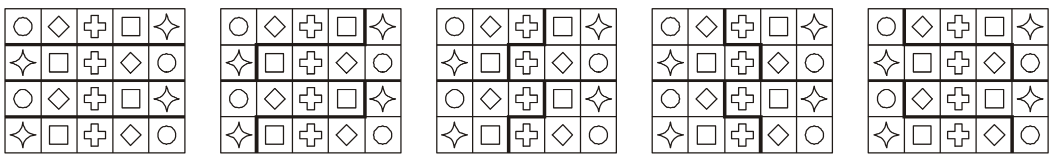
Bemerkung: Dies gilt unter der Voraussetzung, dass alle Teile des Quaders ihre Lage beibehalten. Verzichtet man auf diese Bedingung, so kommt man durch günstige Anordnung der Teile mit weniger Schnitten aus, nämlich mit a) 3, b) 6, 9 bzw. 12.

**5G9** a) 6 Schnitte sind notwendig.

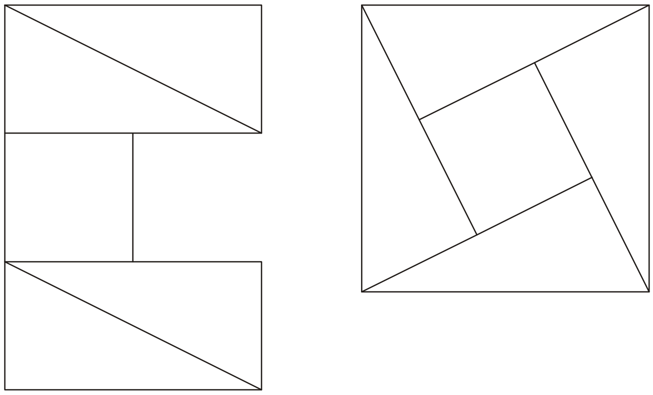
b) 27 Würfel

c) 1 Würfel hat keine schwarze Seitenfläche,
6 Würfel haben eine schwarze Seitenfläche,
12 Würfel haben zwei schwarze Seitenflächen,
8 Würfel haben drei schwarze Seitenflächen,
kein Würfel hat vier schwarze Seitenflächen.

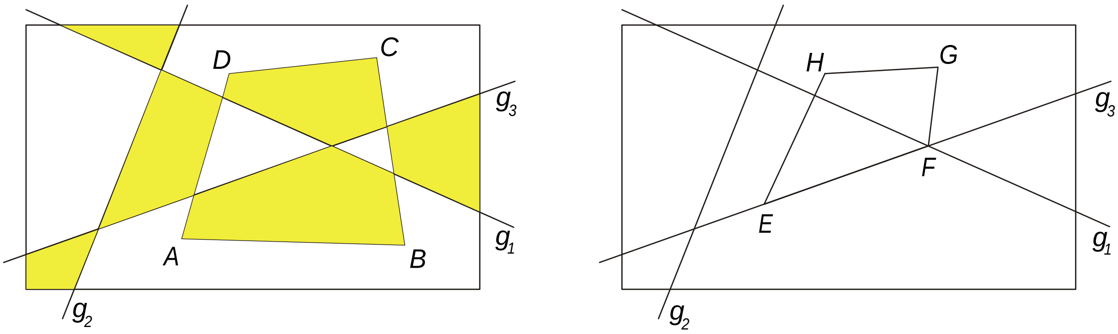
**5G10**



**5G11** z. B.:

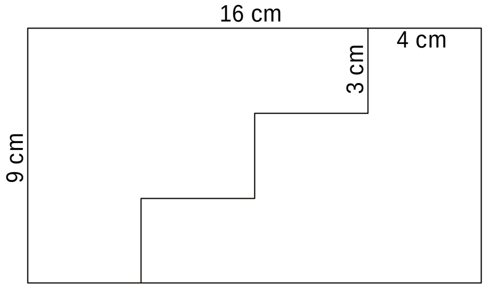


**5G12**




Wenn in einem Punkt 3 oder 5 (eine ungerade Anzahl!) Teilflächen zusammenstoßen (wie in der rechten Abbildung in *E* oder *F*), können diese nicht mehr mit zwei Farben so gefärbt werden, dass zwei längs einer Linie benachbarte Teilflächen verschieden gefärbt sind.

**5G13**

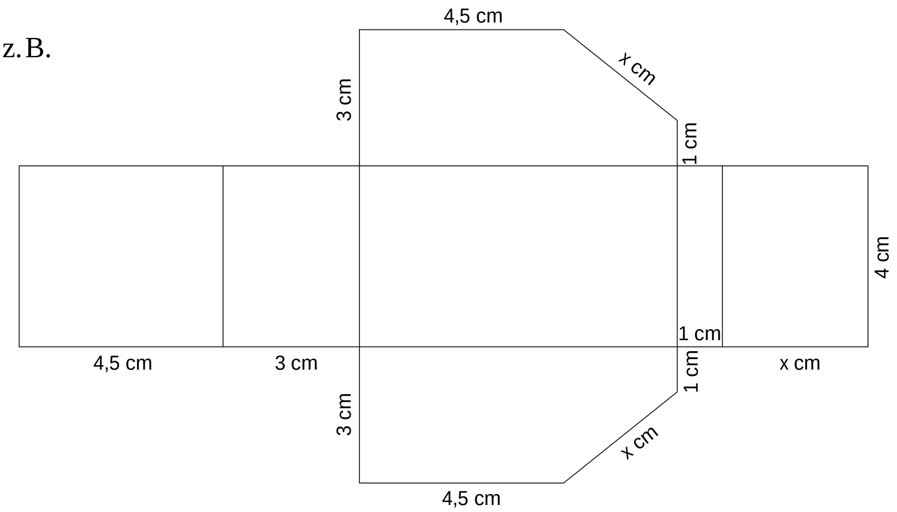



**5G14** Eine Seite ist 40 m lang. Es müssen 61 Zaunsäulen und 60 Zaunfelder gekauft werden.

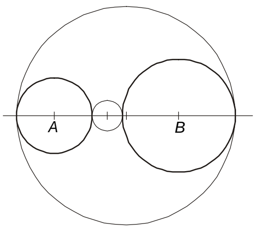
**5G15** Die Rasenfläche ist 52 m lang und 26 m breit.

**5G16** a) 9 m, b) 15 Bäume

**5G17** z. B.



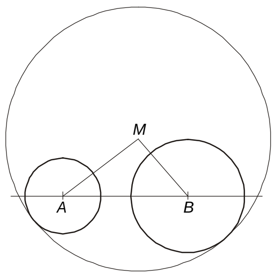

**5G18**



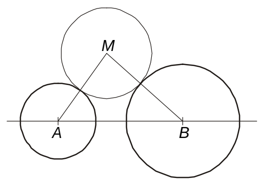

Diese nahe liegende Konstruktion löst die Aufgabe.

Sie liefert die kleinstmöglichen gesuchten Kreise. Ist *c* der Abstand von *A* und *B*, so sind ihre Radien $\frac{1}{2}(c+r_1+r_2)$ und $\frac{1}{2}(c-r_1-r_2)$.

Um gemäß a) einen größeren Kreis zu konstruieren, gibt man seinen Radius *r*, $r > \frac{1}{2}(c+r_1+r_2)$, vor und finden seinen Mittelpunkt *M* als einen Schnittpunkt zweier Kreise, nämlich des Kreises um *A* mit dem Radius $r-r_1$ und des Kreises um *B* mit dem Radius $r-r_2$.




Analog wählt man bei b) einen Radius *r* größer als $\frac{1}{2}(c-r_1-r_2)$ und als Mittelpunkt *M* einen der Schnittpunkte der Kreise um *A* und *B* mit den Radien $r+r_1$ bzw. $r+r_2$.




**5G19** a) z. B.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ~~0~~ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | ~~0~~ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | ~~0~~ | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | ~~0~~ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | ~~0~~ | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | ~~0~~ |

b) z. B.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | ~~0~~ | 0 | 0 | 0 | ~~0~~ |
| ~~0~~ | ~~0~~ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | ~~0~~ | ~~0~~ | 0 |
| 0 | 0 | ~~0~~ | 0 | ~~0~~ | 0 |
| 0 | 0 | ~~0~~ | ~~0~~ | 0 | 0 |
| ~~0~~ | 0 | 0 | 0 | 0 | ~~0~~ |

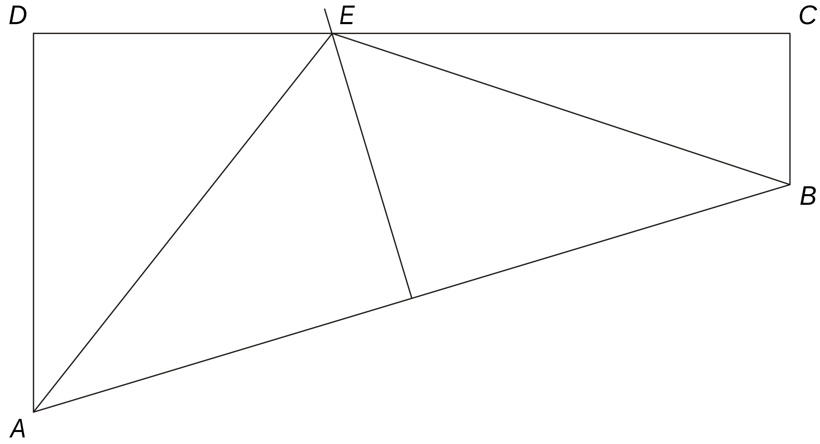
c) z. B.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | ~~0~~ | 0 | 0 | 0 | ~~0~~ |
| ~~0~~ | ~~0~~ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ~~0~~ | 0 | 0 | 0 | 0 | ~~0~~ |

d) z. B.

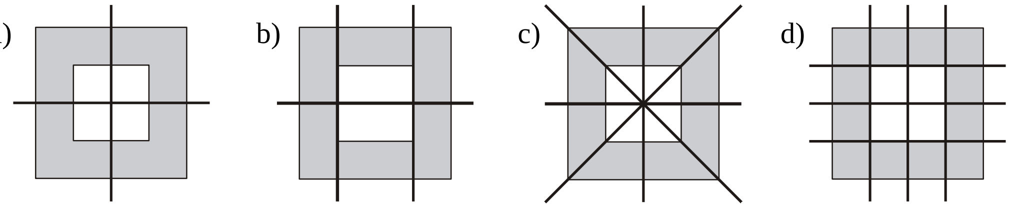
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | ~~0~~ | 0 | 0 | 0 | ~~0~~ |
| ~~0~~ | ~~0~~ | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | ~~0~~ | ~~0~~ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | ~~0~~ | ~~0~~ | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| ~~0~~ | 0 | 0 | 0 | 0 | ~~0~~ |

**5G20**

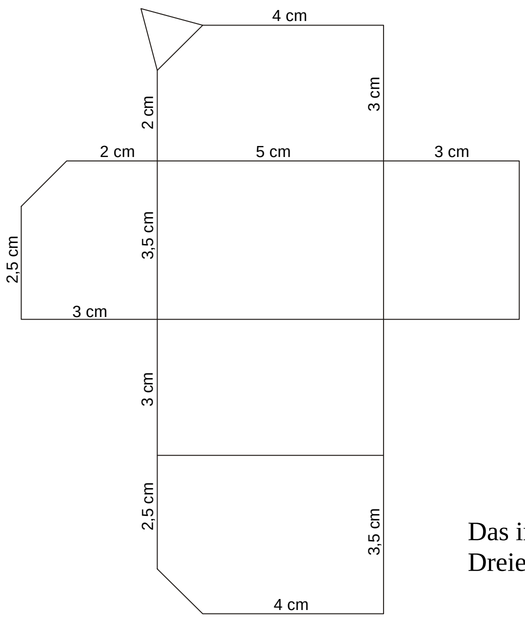



Die Seite $\overline{AB}$ ist 10,4 cm und die Seite $\overline{AE}$ ist 6,4 cm lang.
(Rechnung ergibt genauere Werte: 10,4403 cm und 6,3720 cm.)

**5G21** z. B.: a) b) c) d)



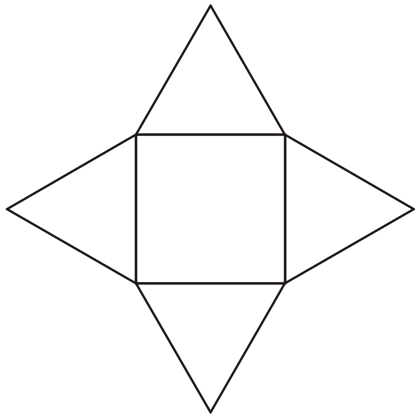
**5G22** a) 10 Ecken, b) 7 Flächen,
c) z. B.



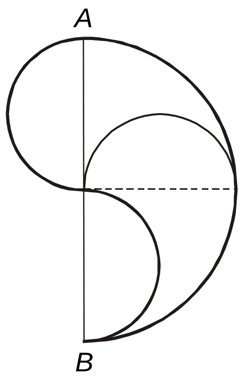

Das im Netz auftretende Dreieck ist gleichseitig.

**5G23** Der Restkörper besteht aus 88 kleinen Würfeln.

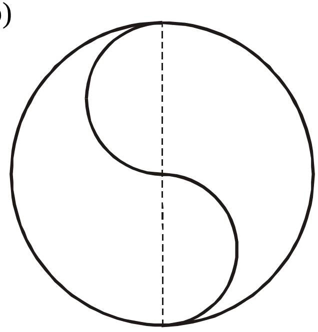
**5G24** z. B.



**5G25** a)




b)



**5G26** z. B.