

**Spaß mit Mathe?**

Rostock, 04.02.2008      Prof. Dr. Hans-Dieter Sill      1

### Was sollte man in Mathe anders machen?

1. **Den Bezug zur Wirklichkeit erhöhen**
  - An Erfahrungswelt der Schüler anknüpfen
  - Aufgabenstellungen kritischer hinterfragen
  - Sinnvolle Genauigkeit stärker beachten
  - Inhalte nach Ihrer Bedeutung für Alltag und Beruf gewichten, z. B. mehr Gleichungen umstellen, statt Gleichungen lösen; mehr Statistik statt Wahrscheinlichkeitsrechnung

2

### Was sollte man in Mathe anders machen?

2. **Spiralförmige, kumulative Lernprozesse von Klasse 1 bis 12 planen, organisieren und gestalten**
  - Linienführungen der zentralen Lernprozesse in Rahmenplänen und Handreichungen ausarbeiten, dazu Voraussetzungen schaffen
  - Fortbildungskurse durchführen
  - mehr Kommunikation in Fachschaften
  - kein ständiger Lehrerwechsel

3

### Was sollte man in Mathe anders machen?

3. **Niveaustufen der Beherrschung zentral planen und damit Stoff-Zeit-Problem lösen**
  - Sicheres Wissen und Können (SWK), dauerhaft:  $P(\text{richtige Lösung}) = 0,8$
  - Reaktivierbares Wissen und Können (RWK); Inhalte von vorbereiteten Leistungserhebungen; Normalverteilung
  - Exemplarisches Wissen und Können (EWK); eindrucksvolle Beispiele

4

### Was sollte man in Mathe anders machen?

4. **Neue Formen der Unterrichtsgestaltung zielgerichtet einsetzen**
  - mehr geeignete offene Aufgaben entwickeln und einsetzen
  - Schülern mehr Zeit zum selbstständigen und selbstbestimmten Lernen geben
  - dazu Fortbildungen für alle und Erfahrungsaustausch organisieren

5

### Was sollte man in Mathe anders machen?

5. **Geeignete Elemente der Unterhaltungsmathematik in den Unterricht integrieren**

**Bei allem stets die Ziel-Inhalt-Methode-Relation beachten:**

nicht: Lasst all Blumen blühen!  
Greif hier mal hin, greif da mal hin!  
Hauptsache Spaß gehabt!

sondern: Welches mathematische Wissen und Können kann damit (besser/schneller) angeeignet/gefestigt/vertieft werden.

6

## Was sind unterhaltsame mathematische Aufgaben?

- „illustrierte“ formale Aufgaben
- Rechenspiele, Rechenwettbewerbe
- Zahlenkunststücke, Zaubertricks
- Rätsel- und Knobelaufgaben
- Aufgaben mit einem überraschenden Ergebnis
- Interessante Begebenheiten und Aufgaben aus der Geschichte der Mathematik

7

## Warum sind unterhaltsame Aufgaben so beliebt?

- „Wann ist die Freude am größten? - Wenn du das Gewünschte erreichst!“ Thales von Milet
- „Die Mathematik ... ist so ernst, dass man keine Gelegenheit versäumen sollte, dieses Fachgebiet etwas unterhaltsamer zu gestalten.“ Blaise Pascal
- „Mit Speck fängt man Mäuse“ Johannes Lehmann
- Sie sprechen das Erlebnismotiv an.
- Auch Schüler, die sonst nicht so gut sind, haben Spaß daran.

8

## Wann sollte man unterhaltsame Aufgaben einsetzen?

1. Im normalen Lernprozess: Aufgaben mit überraschendem Ergebnis, historische Aufgaben und Betrachtungen, „illustrierte“ Aufgaben
2. In täglichen Übungen: intelligentes Kopfrechenttraining
3. In 3 - 5 Minuten am Ende einer Stunde als Belohnung für schnelles Arbeiten und gute Disziplin, auch Aufgaben von Schülern: Scherzaufgaben, Zaubertricks, Rätsel, Knobelaufgaben, u. a.

9

## Aufgaben mit überraschendem Ergebnis

- Kuriose Rechnungen
- Überraschungen am Kreis
- Überraschungen mit der Ähnlichkeit
- Überraschungen in der Algebra

10

## Kuriose Rechnungen

Kl. 5, schriftliche Rechenverfahren:

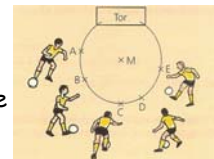
- $1738 \cdot 4 = (6952)$
- $186 \cdot 39 = (7254)$
- $198 \cdot 27 = (5346)$
- $11 \cdot 11 = (121)$
- $111 \cdot 111 = (12321)$
- $1111 \cdot 1111 = (1234321)$
- Berechne und vergleiche:
  - a)  $12 \cdot 42$  und  $21 \cdot 24$  (504)
  - b)  $24 \cdot 84$  und  $42 \cdot 48$  (2016)
  - c)  $47 + 2$  und  $47 \cdot 2$  (49, 94)
  - d)  $497 + 2$  und  $497 \cdot 2$  (499, 994)

11

## Überschungen am Kreis

Kl. 7, Winkel am Kreis:

- Kreistraining beim Fußball  
Der Trainer einer Fußballmannschaft stellt seine Spieler im Kreis auf und übt das Schießen auf das leere Tor.  
Welcher der Spieler A bis E hat die beste Schussposition?



12

## Überraschungen mit der Ähnlichkeit

- Ein Hühnerei soll einer Portion Rührei entsprechen. Ein Straußenei ist etwa dreimal so groß wie ein Hühnerei. Wie viele Portionen Rührei bekommt man aus einem Straußenei?
- Wie viele Sektgläser kann man mit einem vollen Sektglas halbhoch füllen?



13

## Überraschungen in der Algebra

Kl. 8, Termumformungen

- Wo steckt der Fehler?

a)

$$-20 = -20$$

$$16 - 36 = 25 - 45$$

$$16 - 36 + 20,25 = 25 - 45 + 20,25$$

$$(4 - 4,5)^2 = (5 - 4,5)^2$$

$$4 - 4,5 = 5 - 4,5$$

$$4 = 5$$

b)

$$a = b \quad | \cdot a$$

$$a^2 = ab \quad | + a^2 - 2ab$$

$$a^2 + a^2 - 2ab = ab + a^2 - 2ab$$

$$2(a^2 - ab) = a^2 - ab \quad | : (a^2 - ab)$$

$$2 = 1$$

14

## Intelligentes Kopfrechenttraining

- „Use it or lose it.“
- Form des „intelligenten“ Übens
- Einsatz in täglichen Übungen ab Kl. 5
- Möglichkeiten:
  - Rechenspiele
  - Rechenvorteile
  - Fortsetzen von Zahlenfolgen
  - Vergleichen der Eigenschaften von Zahlen

15

## Spiel 40

- Einsatz: Kl. 5 bis 12
- Ziele:
  - Kopfrechenfertigkeiten
  - Realisieren von Termstrukturen
- Regeln:
  - Lehrer würfelt mit 4 Würfeln, schreibt Zahlen an
  - Schüler bilden aus den vier Zahlen und allen Rechenoperationen, Klammern usw. einen Term, der den Wert 40 hat; Beispiele
  - Wer als erster einen Term gefunden hat, erhält 2 Punkte, wenn der Term richtig ist, sonst einen Minuspunkt. Der Term wird angeschrieben.
  - Kann 40 nicht erreicht werden, einen Punkt für den Term, der am dichtesten bei 40 liegt

16

## Beispiele Spiel 40

- (1) Würfelergbnis: 1 3 5 6  
Möglichkeiten:  $(3 + 5) \cdot (6 - 1)$ ;  $5 \cdot (6 + 3 - 1)$
- (2) Würfelergbnis: 2 3 4 6  
Möglichkeiten:  $2 \cdot 3 \cdot 6 + 4$ ;  $(3 + 4) \cdot 6 - 2$
- (3) Würfelergbnis: 3 4 5 5  
Möglichkeiten:  $5 \cdot 4 \cdot (5 - 3)$ ;

$$\frac{5!}{(4+5):3}$$

$$5^{\sqrt{4}} + 3 \cdot 5$$

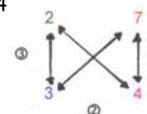
$$(5+5) \cdot \binom{4}{3}$$

17

## Rechenvorteile:

- Einsatz: ab Kl. 5
- Multiplikation und Division mit 5 und 25
  - $284 \cdot 5 = 284 : 2 \cdot 10 = 1420$
  - $1350 : 5 = 1350 : 10 \cdot 2 = 270$
  - $28 \cdot 25 = 28 : 4 \cdot 100 = 700$
  - $3100 : 25 = 3100 : 100 \cdot 4 = 124$
- Kreuzweise Multiplikation

$$27 \cdot 34$$



①  $7 \cdot 4 = 28$

②  $2 \cdot 4 + 3 \cdot 7 + 2 = 31$

③  $2 \cdot 3 + 3 = 9$

$27 \cdot 34 = 918$

18

## Fortsetzen von Zahlenfolgen

- Einsatz: ab Kl. 5
- Ziele:
  - Kopfrechenfertigkeiten
  - Beweglichkeit des Denkens
  - Vorbereitung Berufseinstellungstest
- Beispiele:
  - Setze jede Folge um vier Glieder fort.
  - a) 9; 20; 31; 42; ...      b) 64; 58; 52; 46; ...
  - c) 33; 8; 44; 10; ...      d) 18; 23; 29; 36; ...

19

## Fortsetzen von Zahlenfolgen

Zeichne die nächsten beiden Zahlenbilder!



- a) Wie viele Büchsen bzw. Tennisbälle sind jeweils aufgestapelt?  
 b) Bestimme die Anzahl der Büchsen bzw. Tennisbälle in den nächsten drei Stapeln!  
 c) Wie viele Büchsen bzw. Tennisbälle hat jeweils der fünfte Stapel?



20

## Vergleichen der Eigenschaften von Zahlen

- Fünf Zahlen haben jeweils eine gemeinsame Eigenschaft. Welche Zahl nicht?  
 Gib die Eigenschaft und die Zahl an.
- {4; 8; 24; 33; 42; 44}
- {15; 25; 40; 50; 60; 72}
- {7; 14; 28; 49; 57; 98}
- {12; 24; 32; 42; 66; 90}
- {13; 19; 21; 28; 49; 97}
- {16; 25; 27; 49; 64; 81}

21

## 5 Minuten Knocheien

- Auswahlkriterien:
    1. Beitrag zu Zielen des MU
    2. Für jeden in max. 15 Minuten lösbar
  - Möglichkeiten:
    - Kuriose Zahldarstellungen
    - Zahlenkunststücke und Zaubertricks
    - Magische Figuren und Kryptogramme
    - Interessantes aus der Geschichte der Mathematik
- Scherzaufgaben, Witze

22

## Kuriose Zahldarstellungen

- Einsatz: ab Kl. 5
- Ziele:
  - Kopfrechenfertigkeiten
  - Realisieren von Termstrukturen
  - Festigen aller Rechenoperationen
- Aufgabenbeispiele
  - 1) Stelle die Zahlen von 1 bis 10 unter Verwendung von 4 mal der Ziffer 7 dar.
  - 2) Stelle die Zahl 6 mit jeweils 3 mal der Ziffer 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 oder 9 dar.
  - 3) Stelle die Zahl 3 mit 12 Fünfen dar.

23

## Zahlenkunststücke

1. Tricks mit festen Ergebnissen
  - a) Man denke sich eine natürliche Zahl kleiner als 10, multipliziere sie mit 4, addiere zum Ergebnis 3 und multipliziere die Summe mit 3. Dann wird das Doppelte der gedachten Zahl subtrahiert, die erste Ziffer des Ergebnisses gestrichen, zum verbliebenen Rest 7 addiert und aus der Summe die Quadratwurzel gezogen.

24

## Zahlenkunststücke

- b) Man denke sich eine beliebige dreistellige Zahl und bilde die Summe der Quadrate aller Ziffern. Von dieser Zahl bilde man erneute die Summe der Quadrate aller Ziffern usw. Wird dabei die Zahl 1 erreicht, setze man mit 2 fort. Dies wiederhole man mindestens 10-mal.

25

## Zahlenkunststücke

2. Erraten von gedachten Zahlen
- a) Man denke sich ein beliebiges Datum (Tag und Monat), multipliziere die Zahl, die den Tag angibt, mit 3 und addiere zu diesem Produkt 7. Die erhaltene Summe wird verdreifacht und die Tageszahl addiert. Die so ermittelte Zahl wird mit 10 multipliziert und dazu die Monatszahl addiert. Man nenne mir das Ergebnis und ich ermittle das Datum.

26

## Zahlenkunststücke

- b) Man bilde das Produkt einer beliebigen einstelligen Zahl mit 9, subtrahiere das Ergebnis vom Zehnfachen des Alters und nenne mir das Ergebnis!  
Ich ermittle daraus das Alter.
- c) Man multipliziere sein Alter mit einer beliebigen einstelligen Zahl, addiere zu diesem Produkt die Summe aus Alter und der gedachten Zahl und nenne mir das Ergebnis.  
Ich ermittle aus dieser einen Zahl sowohl das Alter als auch die gedachte Zahl.

27

## Zahlenkunststücke

- Man nehme eine beliebige vierstellige Zahl, bei der nicht alle vier Ziffern gleich sind und ordne die vier Ziffern der Größe nach absteigend. Von der so entstehenden Zahl subtrahiere man die Zahl, die bei aufsteigender Anordnung der Ziffern entsteht. Ergibt sich als Differenz eine Zahl mit weniger als 4 Ziffern, werden für die fehlenden Ziffern Nullen verwendet. Mit der neuen Zahl wird die Rechnung wiederholt.
- a) Erhält man irgendwann stets die gleichen Ziffern?
- b) Geht das auch für dreistelligen und fünfstelligen Zahlen?

28

## Scherzaufgaben

- Ein Graben ist einen Meter tief, neun Meter lang und zwei Meter breit. Wie viel Kubikmeter Erde müssen aus diesem Graben gebuddelt werden?
- Ein Wächter bewacht ein Tor. Es darf nur eintreten, wer die richtige Antwort weiß. Der Wächter fragt den ersten: „Was ist die Antwort auf 8?“ Er sagt 4 und wird durchgelassen. Der Wächter fragt den zweiten: „Was ist die Antwort auf 16?“ Der zweite sagt 8 und wird durchgelassen. Als der nächste kommt, fragt der Wächter: „Was ist die Antwort auf 12?“ Er sagt 6 und wird *nicht* durchgelassen. Was hätte er antworten müssen?

29

## Lustige Schülerlösungen

$$\frac{1}{n} \sin x = ?$$

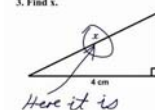
$$\frac{1}{2} \sin x =$$

$$\sin x = 6$$

$$\lim_{8 \rightarrow 9} \sqrt{8} = 3$$

$$\sqrt{\frac{2}{2}} = \sqrt{1}$$

3. Find x.



Here it is

30