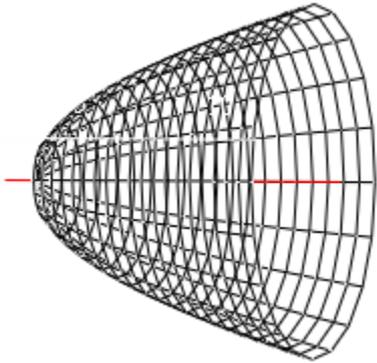


Test Nr. 5 Rotationskörper und e- Funktionen mit CAS Gr.A

1. Ein Sektglas hat innen folgende Figur:



Sie entsteht durch Rotation der Funktion
 $f(x) = 0,9 \cdot \sqrt{x}$ um die x- Achse.

- a)
 Wie viel Flüssigkeit passt in das Glas, wenn es 10 cm hoch ist (in ml)? Runden Sie auf zwei Dezimalstellen genau!
- b)
 Das Glas soll bei 100 ml einen Eichstrich erhalten. in welcher Höhe muss er angebracht werden? Runden Sie auf eine Dezimalstelle genau!
- c)

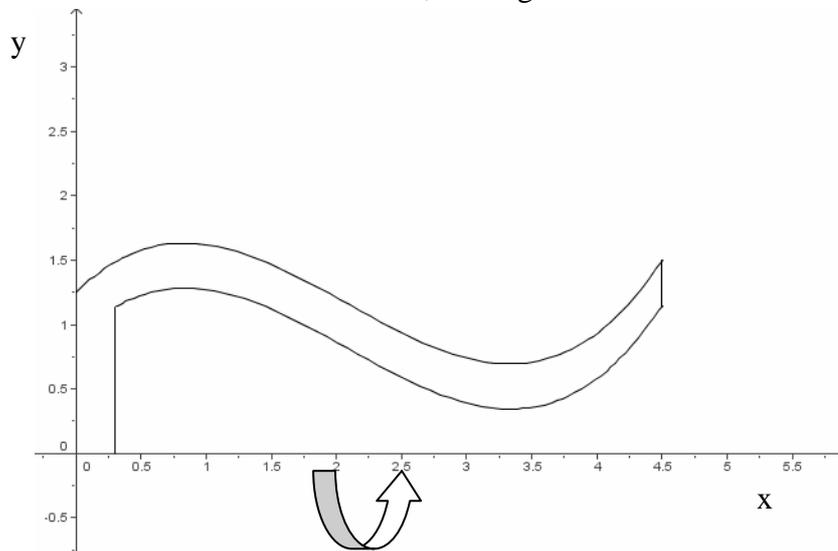
Tina soll das Glas ihrer Tante bei einer Feier gerade halb füllen.

Wie hoch ist der Flüssigkeitsstand jetzt, wenn Tina die Eichmenge von 100 ml zu Grunde legt? Was wird ihre Tante wohl dazu sagen?

2. Eine Vase aus Kupfer mit einer Dichte von $\rho = 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ entsteht bei der Rotation folgender Funktionen um die x- Achse:

$f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + x + \frac{5}{4}$ im Intervall $[0; 4,5]$ und $g(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + x + 0,9$ im Intervall $[0,3; 4,5]$.

Welche Masse m hat die Vase, wenn gilt: 1 LE = 1 cm und $m = \rho \cdot V$?



3. Gegeben ist eine Funktion $f(x) = (x + 3) \cdot e^{-\frac{x}{3}}$.

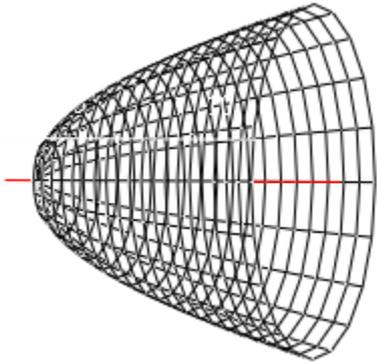
Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und den Extrempunkt von f.

Skizzieren Sie den Graphen von f(x).

Die x- Achse, der Graph von f und die Gerade $x = u$ mit $u > 0$ begrenzen eine Fläche $A(u)$ vollständig. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche $A(u)$ und den Grenzwert $\lim_{u \rightarrow \infty} A(u)$.

Test Nr. 5 Rotationskörper und e- Funktionen mit CAS Gr.B

1. Ein Sektglas hat innen folgende Figur:



Sie entsteht durch Rotation der Funktion

$$f(x) = 0,85 \cdot \sqrt{x} \text{ um die } x\text{- Achse.}$$

a)

Wie viel Flüssigkeit passt in das Glas, wenn es 10 cm hoch ist (in ml)? Runden Sie auf zwei Dezimalstellen genau!

b)

Das Glas soll bei 100 ml einen Eichstrich erhalten. in welcher Höhe muss er angebracht werden? Runden Sie auf eine Dezimalstelle genau!

c)

Tina soll das Glas ihrer Tante bei einer Feier gerade halb füllen.

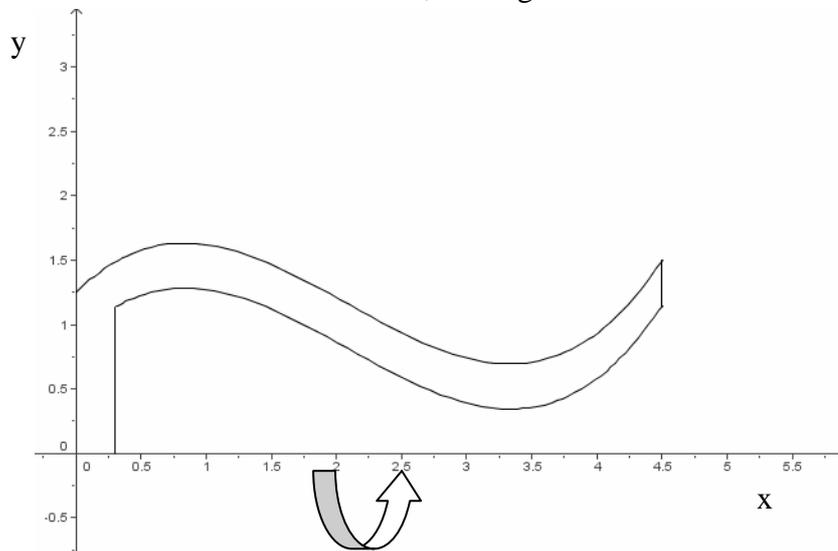
Wie hoch ist der Flüssigkeitsstand jetzt, wenn Tina die Eichmenge von 100 ml zu Grunde legt? Was wird ihre Tante wohl dazu sagen?

2. Eine Vase aus Messing mit einer Dichte von $\rho = 8,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ entsteht bei der Rotation folgender Funktionen um die x - Achse:

$$f(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + x + \frac{5}{4} \text{ im Intervall } [0; 4,5] \text{ und } g(x) = \frac{1}{8}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + x + 0,9 \text{ im}$$

Intervall $[0,3; 4,5]$.

Welche Masse m hat die Vase, wenn gilt: $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$ und $m = \rho \cdot V$?



3. Gegeben ist eine Funktion $f(x) = (x + 4) \cdot e^{-\frac{x}{4}}$.

Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und den Extrempunkt von f .

Skizzieren Sie den Graphen von $f(x)$.

Die x - Achse, der Graph von f und die Gerade $x = u$ mit $u > 0$ begrenzen eine Fläche $A(u)$ vollständig. Berechnen Sie den Inhalt der Fläche $A(u)$ und den Grenzwert $\lim_{u \rightarrow \infty} A(u)$.

$u \rightarrow \infty$

Lösungen A:

1.

$$V = \pi \cdot \int_0^{10} (0,9 \cdot \sqrt{x})^2 dx = \pi \cdot [0,405x^2]_0^{10} \approx 127,24VE$$

$$100 = \pi \cdot \int_0^b (f(x))^2 dx \quad b \approx 8,9$$

$$50 = \pi \cdot \int_0^b (f(x))^2 dx \quad b \approx 6,3 \text{ Die Tante wird behaupten, dass das Glas viel zu voll ist....}$$

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	

- $\pi \cdot \int_0^{10} ((f(x))^2) dx$ 127.235
- Löse $(100 = \pi \cdot \int_0^b ((f(x))^2) dx, b)$
b = 8.86538 or b = -8.86538
- Löse $(50 = \pi \cdot \int_0^b ((f(x))^2) dx, b)$
b = 6.26877 or b = -6.26877

Löse $(50 = \pi \cdot \int_0^b ((f(x))^2) dx, b)$

MAIN BDG AUTO FKT 4/30

2.

$$V_1 = \pi \cdot \int_0^{4,5} (f(x))^2 dx = 24,5114 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = \pi \cdot \int_{0,3}^{4,5} (g(x))^2 dx = 12,5242 \text{ cm}^3$$

$$V_1 - V_2 = 11,9872 \text{ cm}^3 \quad m = 8,96 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 11,9872 \text{ cm}^3 = 107,405 \text{ g}$$

Die Vase hat eine Masse von 107,4 g.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	

- $1/8 \cdot x^3 - 3/4 \cdot x^2 + x + 5/4 \rightarrow f(x)$ Fertig
- $1/8 \cdot x^3 - 3/4 \cdot x^2 + x + .9 \rightarrow g(x)$ Fertig
- $\pi \cdot \int_0^{4.5} ((f(x))^2) dx$ 24.5114
- $\pi \cdot \int_{.3}^{4.5} ((g(x))^2) dx$ 12.5242

MAIN BDG AUTO FKT 4/30

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	

- $\pi \cdot \int_0^{4.5} ((f(x))^2) dx$ 24.5114
- $\pi \cdot \int_{.3}^{4.5} ((g(x))^2) dx$ 12.5242
- $24.51135848257 - 12.524194212665$
- $11.987164269905 \cdot 8.96$ 11.9872
- 107.405

11.987164269905 * 8.96

MAIN BDG AUTO FKT 6/30

3.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	

- $(x+3) \cdot e^{-x/3} \rightarrow f(x)$ Fertig
- Löse $(0 = f(x), x)$ x = -3
- $f(0)$ 3
- $\frac{d}{dx}(f(x))$ $-x \cdot e^{-x/3}$

d(f(x), x)

MAIN BDG AUTO FKT 4/30

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch	

- Löse $(0 = \frac{d}{dx}(f(x)), x)$ x = 0
- $\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$ $(\frac{x}{9} - 1/3) \cdot e^{-x/3}$
- $\frac{d^2}{dx^2}(f(x)) |_{x=0}$ -1/3

d(f(x), x, 2) | x=0

MAIN BDG AUTO FKT 7/30

Schnittpunkt mit der x- Achse: $0 = f(x) \quad x = -3 \quad P_x(-3|0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(0) = 3 \quad P_y(0|3)$

Extrempunkt:

notwendige Bedingung: $f'(x) = 0 \quad f'(x) = -\frac{x}{3} \cdot e^{-x/3} \quad 0 = -\frac{x}{3} \cdot e^{-x/3} \quad x_e = 0 \quad P_E(0|3)$

hinreichende Bedingung: $f''(x_e) \neq 0 \quad f''(x) = (\frac{x}{9} - \frac{1}{3}) \cdot e^{-x/3} \quad f''(0) = -\frac{1}{3} < 0$ Hochpunkt

F1 Algebra F2 Calc F3 Andere F4 PrgEA F5 Lösch

▪ $\int f(x) dx \quad (-3 \cdot x - 18) \cdot e^{\frac{x}{3}}$

▪ $\int_{-3}^u f(x) dx \quad (-3 \cdot u - 18) \cdot e^{\frac{-u}{3}} + 9 \cdot e$

▪ $\lim_{u \rightarrow \infty} \left((-3 \cdot u - 18) \cdot e^{\frac{-u}{3}} + 9 \cdot e \right) \quad 9 \cdot e$

... ((-3*u-18)*e^(-u/3)+9)*e,u,inf
MAIN BOG AUTO FKT 10/30

$$A(u) = \int_{-3}^u f(x) dx = \left[(-3x - 18) \cdot e^{\frac{x}{3}} \right]_{-3}^u = (-3u - 18) \cdot e^{\frac{-u}{3}} + 9e$$

$$\lim_{u \rightarrow \infty} (-3u - 18) \cdot e^{\frac{-u}{3}} + 9e = 9e$$

Lösungen B:

1.

$$V = \pi \cdot \int_0^{10} (0,85 \cdot \sqrt{x})^2 dx = \pi \cdot \left[0,36125x^2 \right]_0^{10} \approx 113,49 \text{VE}$$

$$100 = \pi \cdot \int_0^b (f(x))^2 dx \quad b \approx 9,4$$

$$50 = \pi \cdot \int_0^b (f(x))^2 dx \quad b \approx 6,6 \text{ Die Tante wird behaupten, dass das Glas viel zu voll ist....}$$

F1	F2	F3	F4	F5	F6	
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch		
<ul style="list-style-type: none"> ▪ $\pi \cdot \int_0^{10} ((f(x))^2) dx$ 113.49 ▪ Löse $\left(100 = \pi \cdot \int_0^b ((f(x))^2) dx, b \right)$ b = 9.38688 or b = -9.38688 ▪ Löse $\left(50 = \pi \cdot \int_0^b ((f(x))^2) dx, b \right)$ b = 6.63752 or b = -6.63752 						
Löse(50=π*∫((f(x))^2),x,0,b),b...						
MAIN BOG AUTO FKT 5/30						

2.

$$V_1 = \pi \cdot \int_0^{4,5} (f(x))^2 dx = 24,5114 \text{ cm}^3$$

$$V_2 = \pi \cdot \int_{0,3}^{4,5} (g(x))^2 dx = 12,5242 \text{ cm}^3$$

$$V_1 - V_2 = 11,9872 \text{ cm}^3 \quad m = 8,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 11,9872 \text{ cm}^3 = 100,69 \text{g}$$

Die Vase hat eine Masse von 100,69 g.

F1	F2	F3	F4	F5	F6	
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch		
<ul style="list-style-type: none"> ▪ $1/8 \cdot x^3 - 3/4 \cdot x^2 + x + 5/4 \rightarrow f(x)$ Fertig ▪ $1/8 \cdot x^3 - 3/4 \cdot x^2 + x + .9 \rightarrow g(x)$ Fertig ▪ $\pi \cdot \int_0^{4.5} ((f(x))^2) dx$ 24.5114 ▪ $\pi \cdot \int_{.3}^{4.5} ((g(x))^2) dx$ 12.5242 ▪ $24.51135848257 - 12.524194212665$ 11.9872 ▪ $11.987164269905 \cdot 8.96$ 107.405 						
11.987164269905*8.96						
MAIN BOG AUTO FKT 4/30						

3.

F1	F2	F3	F4	F5	F6	
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch		
<ul style="list-style-type: none"> ▪ $(x+4) \cdot e^{-x/4} \rightarrow f(x)$ Fertig ▪ Löse $(0 = f(x), x)$ x = -4 ▪ $f(0)$ 4 ▪ $\frac{d}{dx}(f(x))$ $-x \cdot e^{-x/4} / 4$ 						
d(f(x),x)						
MAIN BOG AUTO FKT 4/30						

F1	F2	F3	F4	F5	F6	
Algebra	Calc	Andere	PrgEA	Lösch		
<ul style="list-style-type: none"> ▪ Löse $(0 = \frac{d}{dx}(f(x)), x)$ x = 0 ▪ $\frac{d^2}{dx^2}(f(x))$ $(\frac{x}{16} - 1/4) \cdot e^{-x/4}$ ▪ $\frac{d^2}{dx^2}(f(x)) x=0$ -1/4 						
d(f(x),x,2) x=0						
MAIN BOG AUTO FKT 7/30						

Schnittpunkt mit der x- Achse: $0 = f(x) \quad x = -4 \quad P_x(-4|0)$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $f(0) = 4 \quad P_y(0|4)$

Extrempunkt:

notwendige Bedingung: $f'(x) = 0 \quad f'(x) = -\frac{x}{4} \cdot e^{-x/4} \quad 0 = -\frac{x}{4} \cdot e^{-x/4} \quad x_e = 0 \quad P_E(0|4)$

hinreichende Bedingung: $f''(x_e) \neq 0$ $f''(x) = \left(\frac{x}{16} - \frac{1}{4}\right) \cdot e^{-\frac{x}{4}}$ $f''(0) = -\frac{1}{4} < 0$ Hochpunkt



▪ $\int f(x) dx$ $(-4 \cdot x - 32) \cdot e^{-\frac{x}{4}}$

▪ $\int_{-4}^u f(x) dx$ $(-4 \cdot u - 32) \cdot e^{-\frac{u}{4}} + 16 \cdot e$

▪ $\lim_{u \rightarrow \infty} \left((-4 \cdot u - 32) \cdot e^{-\frac{u}{4}} + 16 \cdot e \right)$ $16 \cdot e$



$$A(u) = \int_{-4}^u f(x) dx = \left[(-4x - 32) \cdot e^{-\frac{x}{4}} \right]_{-4}^u = (-4u - 32) \cdot e^{-\frac{u}{4}} + 16e$$

$$\lim_{u \rightarrow \infty} (-4u - 32) \cdot e^{-\frac{u}{4}} + 16e = 16e$$