Klausur Kl. 11 A1 (mit CAS)

Die einzelnen Lösungsschritte dieser Aufgabe müssen ersichtlich sein!

Gegeben ist eine Funktion $f_t(x) = \frac{1}{t} \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 + t \cdot x\,;\ x \in R; \quad t > 0$

Ihr Schaubild sei K_t.

a) Berechnen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und den Wendepunkt (mit Krümmungswechsel) der Graphen von $f_t(x)$.

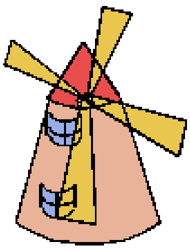
b) Zeigen Sie, dass die Kurve C: $y = -\frac{1}{6}x^2$ die Kurve der Wendepunkte ist.

c) Zeichnen Sie K_3 und C mit Ihrem CAS und fertigen Sie eine Skizze an!

d) K_3 und die x- Achse schließen eine Fläche vollständig ein. Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche mittels Integralrechnung!
C teilt diese Fläche in zwei Teilflächen. In welchem Verhältnis stehen diese Teilflächen zueinander?

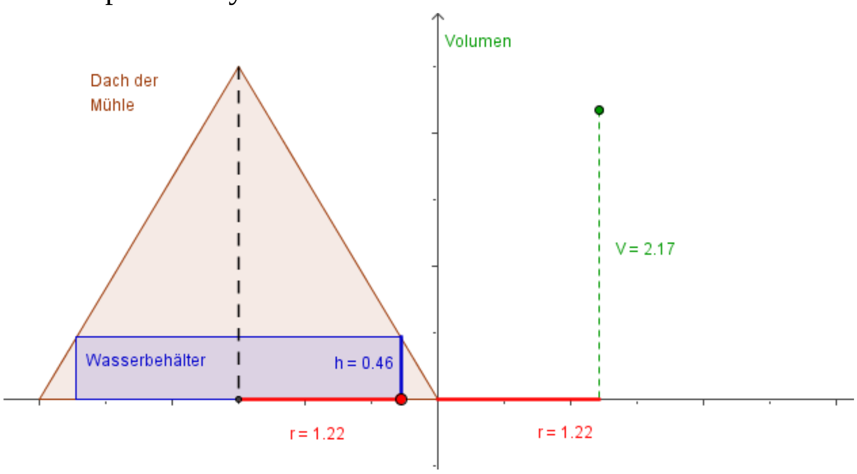
Lösen Sie die Aufgabe e_1 oder e_2 !

e_1) Das Dreieck ABC wird gebildet durch A(0|0); B(x|0) und C(x|f_3(x)) mit $(-3 \le x \le 0)$.
Zeichnen Sie $f_3(x)$ mit Ihrem CAS und fertigen Sie eine Skizze an.
Zeichnen Sie das Dreieck ABC für ein x $(-3 \le x \le 0)$ in Ihre Skizze ein.
Prüfen Sie, ob der Flächeninhalt des Dreiecks maximal werden kann. Berechnen Sie gegebenenfalls die Punkte A, B und C und den maximalen Flächeninhalt des Dreiecks! (zur Kontrolle: $A(x) = \frac{1}{6}x^4 + x^3 + \frac{3}{2}x^2$ ist die Zielfunktion)



e_2) Wasserbehälter im Dach einer Mühle

Mathilde will in einer Mühle ein kleines Café eröffnen. In dem kegelförmigen Dach der Mühle soll nun ein zylindrischer Wasserbehälter mit möglichst großem Volumen aufgestellt werden. Das Dach hat eine Höhe von 2,5 m und unten einen Durchmesser von 3 m. Welche Maße muss der optimale Zylinder haben?



Stellen Sie eine Formel für die Zielfunktion V(r) auf!
Welche Nebenbedingung können Sie aufstellen?
Berechnen Sie das Maximum!
Stellen Sie den Sachverhalt grafisch als Funktion dar!

(zur Kontrolle: Zielfunktion ist $V(r) = \pi \cdot r^2 \cdot (\frac{5}{2} - \frac{5}{3}r)$)