

**Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs im  
Mathematikunterricht der 2. Klasse unter Einbeziehung des  
Strukturmodells der Prozessbetrachtung**

Hausarbeit im Rahmen der Ersten Staatsprüfung  
für das Lehramt an Grund- und Hauptschulen

vorgelegt von

Sandra Cordt

Rostock, 17.12.2012

Themensteller: Frau Grit Kurtzmann

(Allgemeine Grundschulpädagogik/Institut für Grundschulpädagogik/  
Universität Rostock/Philosophische Fakultät)

## Inhalt

<b>1</b>	<b>Einleitung.....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Zur Bedeutung der Stochastik im Mathematikunterricht deutscher Schulen ..</b>	<b>2</b>
2.1	Die Stochastik und ihre Bestandteile .....	2
2.2	Die aktuelle Stellung der Stochastik im Mathematikunterricht.....	3
2.3	Begründung zur Behandlung der Wahrscheinlichkeitsrechnung im Mathematikunterricht der Grundschule .....	5
<b>3</b>	<b>Wahrscheinlichkeit und Zufall.....</b>	<b>7</b>
3.1	Historische Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie .....	7
3.2	Verschiedene Auffassungen und Anwendungen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs .....	9
3.2.1	Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff.....	9
3.2.2	KOLMOGOROFFs axiomatischer Aufbau der Wahrscheinlichkeit.....	10
3.2.3	Statistische Wahrscheinlichkeit .....	11
3.3	Der Zufall – Begriffsbestimmung und historische Bedeutung .....	13
3.4	Das Strukturmodell „Prozessbetrachtung“ .....	14
3.4.1	„Zufälliger Vorgang“ – Begriffsbestimmung .....	14
3.4.2	Wichtige Aspekte des Modells und der Durchführung .....	15
3.4.3	Anwendung der Prozessbetrachtung auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung .....	17

<b>4</b>	<b>Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs – entwicklungspsychologische Erklärungsansätze .....</b>	<b>18</b>
4.1	PIAGETs Stufenmodell .....	19
4.2	Klassifizierung des Wahrscheinlichkeitsverständnisses nach HAWKINS und KAPADIA .....	21
4.3	Animistische Vorstellungen bei Kindern und ihre Bedeutung im Entwicklungsprozess .....	23
<b>5</b>	<b>Zur Erarbeitung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der Grundschule: Didaktische Besonderheiten und Vorschläge .....</b>	<b>25</b>
5.1	Subjektiver und statistischer Zugang zum Wahrscheinlichkeitsbegriff .....	26
5.2	Zugang zur Wahrscheinlichkeit mithilfe der Prozessbetrachtung .....	27
5.3	Die Wahrscheinlichkeitsskala nach VARGA .....	28
5.4	Didaktische Prinzipien zur Erarbeitung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der Grundschule .....	29
5.5	Die Sprache der Stochastik – Besonderheit und Schwierigkeit.....	33
<b>6</b>	<b>Ein Praxisvorschlag – Eine Lerneinheit zur Einführung und Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs im 2. Schuljahr .....</b>	<b>35</b>
6.1	Verortung des Themas in die Bildungspläne.....	35
6.1.1	Bildungsstandards.....	35
6.1.2	Rahmenplan Mecklenburg-Vorpommern .....	37
6.2	Zielstellung und Überblick zur Lerneinheit.....	37
6.3	Didaktische Reduktion der „Prozessbetrachtung“ und didaktisch-methodische Konsequenzen.....	39
6.4	Planung der Lerneinheit.....	40
6.4.1	Motivations- und Hinführungsphase.....	42
6.4.2	Erarbeitungsphase „wahrscheinlicher als“ .....	44
6.4.3	Anwendungsphase „wahrscheinlicher als“ .....	48

6.4.4	Übergang zur qualitativen Einschätzung durch die Erarbeitung und Anwendung von „mehr/weniger wahrscheinlich“ .....	50
6.4.5	Erarbeitung der Begriffe „sicher“, „möglich, (aber nicht sicher)“ und „unmöglich“ anhand der Wahrscheinlichkeitsskala.....	53
6.4.6	Anwendung der Begriffe „sicher“, „möglich, (aber nicht sicher)“ und „unmöglich“ mithilfe der Wahrscheinlichkeitsskala .....	57
6.4.7	Abschluss- und Reflexionsphase.....	62
<b>7</b>	<b>Schlusswort und kritischer Ausblick .....</b>	<b>64</b>
	<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>66</b>
	<b>Anhang .....</b>	<b>73</b>
	<b>Selbstständigkeitserklärung.....</b>	<b>165</b>

## 1 Einleitung

Wahrscheinlichkeiten sind ein wichtiger Bestandteil unseres täglichen Lebens. Wir werden mit Wahrscheinlichkeitseinschätzungen konfrontiert oder entscheiden uns auf der Grundlage eigener Urteile. Die Frage nach der Wahrscheinlichkeit eines bestimmten Ergebnisses ist über die Grenzen des Mathematikunterrichts hinaus bedeutend für Menschen jeglichen Alters. Aus diesem Grund sind die Stochastik und die Wahrscheinlichkeitsrechnung, als Teilgebiet, mittlerweile ein Thema in den Bildungsplänen aller Klassenstufen. Trotzdem gestaltet sich die Umsetzung dieses Themengebiets oftmals schwierig für Lehrer, besonders im mathematischen Anfangsunterricht. Einen Vorschlag in Form einer Lerneinheit zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs im zweiten Schuljahr soll diese Arbeit liefern.

Dazu soll nach einer Definition der Stochastik, als mathematischer Wissenschaftsbereich, zunächst ein Überblick über die aktuelle Situation des Stochastikunterrichts vermittelt werden. Die problematische Situation wirft die Fragen auf, warum stochastische Inhalte überhaupt von Bedeutung sind und ob die Vermittlung tatsächlich bereits in der Grundschule beginnen sollte. Zur Beantwortung dieser Fragen werden verschiedene Begründungsansätze vorgestellt, die gleichzeitig dem Thema dieser Arbeit eine Berechtigung verleihen.

Im nächsten Schritt wird der Wahrscheinlichkeitsbegriff und somit der Praxisvorschlag in Kapitel 3 theoretisch fundiert, indem Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung geklärt werden und der Zufall als zentraler Begriff mithilfe der Prozessbetrachtung charakterisiert wird. Die Prozessbetrachtung ist für den Praxisvorschlag grundlegend und wird im Zuge der theoretischen Fundierung vorgestellt.

Bevor die Lerneinheit, die einen Beitrag zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs leisten soll, im 6. Kapitel vorgestellt wird, ist es unumgänglich auch entwicklungspsychologische Erklärungen zu betrachten und daraus didaktische Schlussfolgerungen für den Entwicklungsprozess im Stochastikunterricht zu ziehen. Dazu werden in Kapitel 4 wichtige entwicklungspsychologische Erklärungsansätze vorgestellt und in Kapitel 5 didaktisch interpretiert. Nach der Festlegung von didaktischen Prinzipien kann die Lerneinheit vorgestellt werden und soll dabei die folgenden Fragen beantworten: Wie kann der Wahrscheinlichkeitsbegriff mithilfe einer Lerneinheit entwickelt werden? Welche Ziele sind dabei zu verfolgen und in welcher Form werden die Inhalte vermittelt?

## **2 Zur Bedeutung der Stochastik im Mathematikunterricht deutscher Schulen**

Das erste Kapitel soll einen Überblick über die Stochastik als Themengebiet des Mathematikunterrichts in der Schule geben. Folgende Fragen werden dabei betrachtet: Wie ist die Stochastik mathematisch aufgebaut? Wie stellt sich die Stochastik aktuell im Mathematikunterricht dar? Warum ist die Stochastik Bestandteil der Bildungspläne und was spricht für die Vermittlung stochastischer Inhalte in der Grundschule?

### **2.1 Die Stochastik und ihre Bestandteile**

Die Stochastik, als Teilgebiet der Mathematik, wird von MÜLLER wie folgt definiert:

Unter Stochastik wird ganz allgemein der durch die Wahrscheinlichkeitsrechnung und Mathematische Statistik sowie deren Anwendungsgebiete [...] gekennzeichnete Wissenschaftsbereich verstanden, der sich mit Zufallserscheinungen befaßt (griech. Στοχαστικός, jemand, der im Vermuten geschickt ist). (MÜLLER 1991, 401)

Die Stochastik im heutigen Verständnis und in der gegenwärtigen Anwendung beinhaltet drei große Teilgebiete: Neben der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der Statistik, welche als die beiden ursprünglichen Teilbereiche gelten (vgl. JÄGER & SCHUPP 1983, 12), zählt heute auch die Kombinatorik zur Stochastik. Dieser Teilbereich beschäftigt sich vor allem mit der Bestimmung von Anzahlen. Das bedeutet, Fragestellungen wie „Wie viele und welche Möglichkeiten gibt es?“ werden durch die Kombinatorik beantwortet. Die Beschreibende Statistik als Teilgebiet der Stochastik, ermittelt den Ist-Zustand und stellt diesen durch verschiedene graphische Mittel dar. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung, als drittes Teilgebiet und Fokus dieser Arbeit, ist dem Zufall und seiner Entschlüsselung zugewandt. Die enge Verbindung zwischen den beiden ursprünglichen Teilgebieten der Stochastik zeigt sich darin, dass durch die Wahrscheinlichkeitsrechnung statistische Ergebnisse erklärt bzw. hinterfragt werden. (vgl. KÜTTING & SAUER 2008, 10)

JÄGER und SCHUPP (1983, 12ff.) beschreiben die Stochastik durch unterschiedliche Aspekte und Verwendungszwecke. Ein Aspekt kennzeichnet die Stochastik als Lehre von Gesetzmäßigkeiten über Zufalls- und Massenerscheinungen. Das bedeutet, dass der Zufall, der in einem Einzelfall auftreten kann, durch mathematische Analysen mit Gesetzmäßigkeiten im massenhaften Auftreten dieser Einzelfälle verbunden wird. Ein weiterer Aspekt stellt die Stochastik als „Entscheidungshilfe“ dar: Mithilfe von Wahrscheinlichkeitsbe-

rechnungen können Aussagen über zukünftige und noch ungewisse Entwicklungen gemacht werden, sogenannte „Trendberechnungen“. Daraus können Resultate für das jetzige Handeln gezogen werden. Ein dritter Aufgabenbereich der Stochastik ist die Datenanalyse, durch die komplexe stochastische Situationen bzw. Probleme analysiert werden können. In einem vierten und letzten Aspekt beschreiben JÄGER und SCHRUPP die Stochastik als „rationale Methode des induktiven Schließens“. Dabei fängt die Stochastik die menschliche Neigung auf, aufgrund von Erfahrungen zu urteilen, was zu fehlerhaften oder unzuverlässigen Urteilen führen kann. Die Stochastik fundiert diese Neigung theoretisch, da relative Häufigkeiten zur Einschätzung von Wahrscheinlichkeiten genutzt werden können. Andererseits erweitert die Stochastik die Schätzungsmöglichkeiten durch andere Methoden zur Wahrscheinlichkeitsberechnung und zeigt damit auch dem Urteilen aus Erfahrungen seine Grenzen. (vgl. JÄGER & SCHUPP 1983, 12ff.)

Eine bedeutende Rolle in der Anwendung der Stochastik spielt stochastische Modellbildung. Im Alltag begegnet uns eine Vielzahl von verschiedenen Zufallsphänomenen und zufälligen Situationen. Ein mathematisches Begreifen und eine Analyse sind jedoch erst möglich, wenn sie in ein stochastisches Modell übertragen werden bzw. das Phänomen stochastisch modelliert wird. Das bedeutet, aus einem realen Problem wird durch Abstraktionen ein mathematisches, in diesem Fall stochastisches Problemmodell. Dieses Modell lässt sich unter Verwendung mathematischer Theorien lösen, interpretieren und schließlich auf die reale stochastische Situation anwenden. Mit diesem Kreislauf können alle stochastischen Probleme, die in der Realität und in unserem Alltag auftreten, erfasst und bewältigt werden. (vgl. KÜTTING & SAUER 2008, 9) Der Anwendungsbereich der Stochastik breitet sich dadurch auf eine Vielzahl von Lebensbereichen aus und verdeutlicht die große Bedeutung der Stochastik für die Mathematik, als lebendige Wissenschaft.

## **2.2 Die aktuelle Stellung der Stochastik im Mathematikunterricht**

In den aktuellen Bildungsplänen ist die Stochastik in allen Jahrgangsstufen und Schularten fest verankert, stellt jedoch noch immer ein „Problemkind“ der Lehrer<sup>1</sup> im Mathematikunterricht dar. Die Unsicherheit bezieht sich aber nicht nur auf die Primarstufe, sondern auf die verschiedensten Schulformen und Jahrgangsstufen. In der PISA-Studie von 2003 gab es einen Themenbereich über Daten und Zufallsphänomene und es wurden Lehrer zum

---

<sup>1</sup> Im Folgenden ist die Bezeichnung „Lehrer“ als geschlechtsneutral zu verstehen.

Thema Stochastik befragt. Dabei wurde der allgemeine Eindruck, Stochastik sei ein Thema für das Schuljahresende, von Lehrern bestätigt. Die Befragung zeigte, dass Stochastik „ungerne und deshalb möglichst wenig von vielen Lehrern unterrichtet wird“ (MARTIGNON & WASSNER 2005, 205). Doch was sind die Gründe für diese Unbeliebtheit der Stochastik? Dies lässt sich u. a. durch einen Blick in die Entwicklung des Stochastikunterrichts erklären. Die Stochastik war nach ihrer Aufnahme in Bildungspläne 1901 lange Zeit auf die gymnasiale Oberstufe beschränkt und wurde in Deutschland erst 1970 auf andere Schulformen erweitert. (vgl. JÄGER & SCHUPP 1983, 14f.) Eine intensive Betrachtung von Stochastik und ihren Teilgebieten war in der Vergangenheit im Mathematikunterricht nicht zu finden. Viele Lehrer, die heute unterrichten, haben in ihrer eigenen Schulausbildung keine oder nur wenige bewusste Erfahrungen mit der Stochastik als mathematische Disziplin gemacht. Die eigene Unsicherheit spiegelt sich nun in der eigenen Lehrertätigkeit wieder. Außerdem sind sich viele Lehrer über die genauen Unterrichtsinhalte unsicher und wissen nicht, was im Stochastikunterricht vermittelt werden soll. (vgl. MARTIGNON & WASSNER 2005, 205)

Trotzdem erkennen viele Lehrer (42,5%) die Bedeutsamkeit der Stochastik, nicht nur für die kindliche, sondern allgemein für die Lebenswelt. Gleichzeitig sahen die Lehrer in der Befragung auch die Notwendigkeit einer Förderung und Hervorhebung von Stochastik im Mathematikunterricht. Davon halten 17,5 % eine stochastische Ausbildung auch schon in der Primarstufe für sinnvoll. (vgl. ebd., 206)

Eine Einschätzung von Schülerleistungen im Stochastikunterricht wurde von Lehrern im Rahmen der Befragung ebenfalls gegeben. Obwohl Schüler<sup>2</sup> im Allgemeinen aufmerksamer, motivierter und interessierter in stochastischen Unterrichtsstunden scheinen, fallen ihnen stochastische Inhalte im „Verstehen und Durchdringen“ schwerer. MARTIGNON und WASSNER (2005, 207) stellen daher die Hypothese auf, dass die Probleme mit diesen Inhalten bei Schülern dadurch entstehen, dass sie seit dem Beginn des Stochastikunterrichts nicht genügend Erfahrungen mit stochastischen Situationen machen konnten. Eine natürliche und intuitive Auseinandersetzung mit diesem Thema ist dadurch nicht gegeben und die Schüler können wichtige Heuristiken, die bei der Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs notwendig sind, nicht ausbilden. (vgl. ebd., 207) Dies stellt nur einen Grund dafür dar, dass Didaktiker, Entwicklungspsychologen und Lehrer für einen frühen

---

<sup>2</sup> Im Folgenden ist die Bezeichnung „Schüler“ als geschlechtsneutral zu verstehen.

schulischen Einstieg in die Stochastik plädieren und dafür verschiedene Begründungsansätze liefern.

### **2.3 Begründung zur Behandlung der Wahrscheinlichkeitsrechnung im Mathematikunterricht der Grundschule**

Heutzutage sind stochastische Inhalte in den Rahmenplänen des Anfangsunterrichts verankert und trotzdem liefern viele Didaktiker und Mathematiker noch immer Begründungsansätze für eine frühe Einführung in die Stochastik. Einige dieser Begründungsansätze sollen im Folgenden vorgestellt werden.

Allgemeine Begründungen für einen Unterricht der Wahrscheinlichkeitsrechnung lieferte der Mathematiker Alfréd RÉNYI bereits 1970. RÉNYI (zit. in HILSBURG & WARMUTH 1991, 6) gibt drei Begründungsansätze:

- A.) Man unterrichtet Wahrscheinlichkeitsrechnung, weil sie eine wichtige Rolle in der Entwicklung des Denkens der Schüler spielt.
- B.) Man unterrichtet Wahrscheinlichkeitsrechnung wegen ihrer Nützlichkeit im täglichen Leben und in verschiedenen Gebieten von Wissenschaft und Technik usw.
- C.) Man unterrichtet Wahrscheinlichkeitsrechnung, weil sie für die mathematische Erziehung wichtig, vielleicht sogar unentbehrlich ist.

In RÉNYIs Aussagen lassen sich bereits Begründungsfelder erkennen, die auch in gegenwärtigen Arbeiten noch beschrieben werden, aber sich auf den Unterricht in der Grundschule und speziell auf die Behandlung von Wahrscheinlichkeit und Zufall beziehen.

Das erste Begründungsfeld bezieht sich auf die Bedeutung des Lerngegenstandes für das Leben der Schüler und die damit einhergehenden Erfahrungen. Kinder im Grundschulalter haben bereits Erfahrungen mit dem Zufall gemacht. Sie sind zufälligen Erscheinungen in ihrer Lebensumwelt außerhalb der Schule begegnet, mussten mit dem Ergebnis eines zufälligen Vorgangs umgehen und Entscheidungen in Situationen mit Zufallscharakter treffen. Außerdem basieren die meisten Kinderspiele auf dem Zufallsprinzip, so haben Kinder auch schon frühe Erfahrungen mit „Zufallsgeräten“ wie dem Würfel, dem Glücksrad und der Lostrommel auf dem Rummel gemacht. (vgl. KÜTTING 1981; NEUBERT 1995) Aufgrund dieser bereits vorhandenen Erfahrungen entwickeln Kinder schon früh erste Vorstellungen und Intuitionen über das Zufallsphänomen, seine Funktionsweise und Auswirkungen. Diese eigenständigen Vorstellungen entwickeln sich ohne den schulischen Kontext und ohne den Mathematikunterricht und sind daher ausschließlich subjektiv und mit eigenen Erklärungsansätzen gefüllt. Werden diese eigenen Intuitionen nicht aufgegrif-

fen und gezielt erweitert, können sie zu Fehlvorstellungen führen, die in zufälligen Situationen oder bei zufälligen Vorgängen unrealistische Erwartungen hervorbringen können. (vgl. GRÜNEWALD 1989, 2)

MÜLLER und WITTMANN (1977, in: KÜTTING 1981, 145) beschreiben das frühe Unterrichten der Stochastik als notwendig, „weil sich ohne systematische Anleitung leicht Fehlauffassungen über Zufallsphänomene fixieren, die einen späteren Unterricht entscheidend erschweren können“. Damit wird nicht nur das bisher Genannte zusammengefasst, sondern ein weiterer Grund für den frühen Stochastikunterricht angegeben: Die Vorteile in Bezug auf die folgende Schulzeit. Die frühe Einbindung von stochastischen Inhalten in den Mathematikunterricht kann den späteren Stochastikunterricht erheblich erleichtern. Die vorhandenen Erfahrungen und Intuitionen knüpfen direkt an die Lebensumwelt der Kinder an und sollten daher unbedingt aufgegriffen werden. Im späteren Mathematikunterricht wird die Einführung in stochastische Zusammenhänge schwerer (vgl. GRÜNEWALD 1989, 2), da sich bereits Fehlvorstellungen gebildet haben können, die ein volles Verständnis für zufällige Vorgänge erschweren oder die kindliche Neugierde und Lust nach Entdeckungen nicht mehr oder nur noch in geringem Maße vorhanden sind.

Eng verknüpft mit dem Erfahrungsansatz ist auch das zweite Begründungsfeld, das sich auf die Entwicklung von stochastischem Verständnis bezieht. Da die Wahrscheinlichkeitstheorie axiomatisch aufgebaut ist (s. Kapitel 3.2.2), werden viele Begriffe nicht definiert und bleiben damit schlecht fassbar, vor allem für Kinder im Grundschulalter. Das Verständnis für zufällige Vorgänge und der Wahrscheinlichkeitsbegriff können dadurch nur durch eine intensive Auseinandersetzung mit dem Lerngegenstand entwickelt werden. Das bedeutet wiederum, dass die Entwicklung ein zeitintensiver und langanhaltender „Prozess“ ist, der frühzeitig begonnen werden muss, um eine umfassende Ausbildung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs zu gewährleisten. (vgl. GRÜNEWALD 1989, 2) Aus diesem Grund ist es sinnvoll, bereits Grundlagen im Mathematikunterricht der Grundschule zu vermitteln, damit der Entwicklungsprozess des Wahrscheinlichkeitsbegriffs erfolgreich verläuft.

Eine dritte Begründung findet sich in der praktischen Auseinandersetzung mit zufälligen Vorgängen. Im Stochastikunterricht können und sollten Schüler zufällige Erscheinungen beobachten, experimentieren und Ergebnisse analysieren. (vgl. ebd., 2) Diese Techniken und Methoden können bereits im Grundschulunterricht vermittelt und durchgeführt werden, denn sie ermöglichen einen spielerischen und experimentellen Zugang zu zufälligen Erscheinungen und können Neugier, Freude und Interesse bei den Schülern wecken.

(vgl. NEUBERT 1995, 35) Stochastische Inhalte sollten demnach im Mathematikunterricht der Grundschule eingebaut werden, da sie eine spielerische Umsetzung ermöglichen und die Mathematik lebhaft, anwendungsorientiert und interessant für Schüler machen. Außerdem schulen die praktischen Aktivitäten mit zufälligen Erscheinungen die Schüler in Techniken und Methoden, die auch im weiteren Mathematikunterricht wichtig sind, wie das Experimentieren, Beobachten, Probieren und Analysieren.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Stochastik und speziell die Wahrscheinlichkeitstheorie, durch ihren Lebensweltbezug ein geeignetes, wenn nicht sogar ein unverzichtbares Themengebiet für den mathematischen Anfangsunterricht ist. Einerseits sind Grundschul Kinder dem Zufall bereits begegnet, andererseits bietet die schulische Auseinandersetzung mit dem Zufälligen auch einen Nutzen für die Schüler in ihrem außerschulischen Alltag.

### **3 Wahrscheinlichkeit und Zufall**

Der Wahrscheinlichkeitsbegriff, als Bestandteil des Alltags, soll im Folgenden mathematisch definiert werden. Dazu wird ein kurzer Blick in die historische Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie geworfen, um anschließend verschiedene Begriffsinterpretationen zu erläutern und ein theoretisches Fundament für die Lerneinheit aufzubauen. Der Zufallsbegriff wird im Rahmen der Prozessbetrachtung charakterisiert.

#### **3.1 Historische Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie**

Seit jeher versuchen Menschen die Gesetzmäßigkeiten der Erde, der Natur und ihrer Umwelt zu erkunden und zu erklären. Verschiedene rätselhafte Naturerscheinungen weckten in allen Zeiten das Bedürfnis nach Erklärungen und deterministischen Ursachen.

Die Wahrscheinlichkeitstheorie hat ihren Ursprung in Anwendungsfragen zu Glücksspielen im 17. Jahrhundert. Ein Problem, dem Blaise PASCAL im Juli 1654 bei einem Glücksspiel begegnete und von dem er in einem Brief an Pierre FERMAT berichtete, gilt noch heute als Entstehungspunkt der Wahrscheinlichkeitstheorie. Die Schwierigkeit, auch „Problem der Punkte“ genannt, bestand in der Frage nach der gerechten Verteilung der

Einsätze nach einem abgebrochenen Spiel. Ebenfalls mit dem Teilungsproblem und anderen Fragen setzte sich bereits gut einhundert Jahre zuvor *Cardano* auseinander. Allerdings hatte weder *CARDANO*, noch *PASCAL* und *FERMAT* die Überlegungen in Abhandlungen festgehalten. [vgl. *GIGERENZER* [u. a.] 1999, 21] Trotzdem war das Interesse anderer Gelehrter durch den Briefwechsel geweckt und eine „neue“, vielseitig anwendbare Theorie war entstanden. (vgl. ebd., 26)

Zu Beginn der Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie beschränkten sich die wahrscheinlichkeitstheoretischen Fragestellungen allgemein auf Fragen der Erwartung. Erst im späteren 17. Jahrhundert spezialisierten sich einzelne Ströme. So ist *John LOCKE* ein Beispiel für die Anwendung der Wahrscheinlichkeitstheorie in juristischen Angelegenheiten, in denen die Wahrscheinlichkeit als „Grad von Zustimmung“ galt und sich auf Zeugnisse und Sachen bezog, die als Beweismaterial verwendet wurden. Mathematiker wie *Jakob BERNOULLI* dagegen arbeiteten mit der Wahrscheinlichkeit in einer „Risikoanalyse“, die Gewissheitsgrade quantifizieren sollte. Dazu verwendeten die Mathematiker schon damals verschiedene Methoden, um die Wahrscheinlichkeit nicht mit beliebigen Maßstäben zu messen. Eine Methode war, Ereignisse, aufgrund von physikalischer Symmetrie, als gleichwahrscheinlich einzuschätzen. Diese Methode fand in Glücksspielen, zum Beispiel mit Würfel oder Münze, Anwendung, war aber für andere Gegebenheiten nicht geeignet. Eine zweite Methode war das Einschätzen von Wahrscheinlichkeiten unter Verwendung beobachteter Häufigkeiten. Diese Methode bezog sich auf statistische Datensammlungen, wie beispielsweise Listen über Todesfälle und Geburten, die es seit dem 16. Jahrhundert in Städten und Pfarrgemeinden gab. Eine dritte Methode bestand darin, Wahrscheinlichkeiten aufgrund von subjektiven Überzeugungen oder Gewissheiten einzuschätzen. Diese Methode spiegelte den Einsatz von Wahrscheinlichkeit in der Gerichtspraxis wieder, denn hier war das Beweismaterial ausschlaggebend für den Gewissheitsgrad. Dies sind nur drei von vielen unterschiedlichen Auffassungen und Interpretationen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs, die auch von modernen Wahrscheinlichkeitstheoretikern diskutiert wurden. Diese waren allerdings um eine klare Trennung der ersten beiden Wahrscheinlichkeitsauffassungen von der dritten bemüht. Die Wahrscheinlichkeitsinterpretationen basierend auf physikalischer Symmetrie und statistischen Häufigkeiten, wurden als „objektive“ Wahrscheinlichkeiten beschrieben und waren klar zu unterscheiden von der „subjektiven“ Wahrscheinlichkeit, welche die Überzeugung einer einzelnen Person von dem Eintreten oder Nicht-Eintreten eines Ereignisses ausdrückte. (vgl. *GIGERENZER* [u. a.] 1999, 27f.)

Bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts blieb die Frage nach einer allgemeinen Lösung zur Beschreibung der Wahrscheinlichkeit, unabhängig von Anwendungen, bestehen. 1900 schlug David HILBERT einen axiomatischen Aufbau der Wahrscheinlichkeit vor. Er fasste die Wahrscheinlichkeit allerdings nicht als Teilgebiet der Mathematik auf, sondern schrieb sie der Physik zu. Erst 1933 lieferte Alexander Nikolajewitsch KOLMOGOROFF ein mathematisches Axiomensystem zur abstrakten Beschreibung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs. Damit hatte die Wahrscheinlichkeit eine eigene Existenz, die unabhängig von Anwendungen bestand. (vgl. KÜTTING & SAUER 2008, 28f.)

## **3.2 Verschiedene Auffassungen und Anwendungen des Wahrscheinlichkeitsbegriffs**

### ***3.2.1 Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff***

Der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff wurde im frühen 19. Jahrhundert von Pierre Simon LAPLACE auf der Grundlage der Arbeiten von Jakob BERNOULLI entwickelt und fand vor allem in Glücksspielen Anwendung. Die LAPLACEsche Wahrscheinlichkeit bestimmte lange Zeit die Wahrscheinlichkeitsrechnung und wird auch heute noch verwendet. Die klassische Definition besagt, dass die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit einer Zahl zwischen Null und Eins angegeben wird, „die eine Vorstellung über den Grad der Sicherheit (und damit auch der Unsicherheit) des Eintretens dieses Ereignisses im Rahmen eines bestimmten zufälligen Versuches vermittelt“ (MAIBAUM 1989, 45). Die Wahrscheinlichkeit  $P$  eines Ereignisses  $A$  entspricht demnach dem „Quotienten aus der Anzahl der für dieses Ereignis günstigen Versuchsausgänge und der Gesamtzahl der möglichen Versuchsausgänge“ (MAIBAUM 1989, 45).

Für den klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriff sind folgende Eigenschaften festgelegt:

- (a)  $P(A)$  ist eine rationale Zahl.
- (b)  $0 \leq P(A) \leq 1$  (für alle  $A$  im LAPLACEschen Ereignisfeld)
- (c) Ist  $A$  ein sicheres Ereignis, so ist  $P(A) = 1$ .
- (d) Ist  $P(A) = 1$ , so tritt das Ereignis  $A$  mit Sicherheit ein.
- (e) Ist das Eintreten des Ereignisses  $A$  unmöglich, so ist  $P(A) = 0$ .
- (f) Ist  $P(A) = 0$ , so ist  $A$  ein unmögliches Ereignis.

(KÜTTING 1981, 35)

Die Anwendbarkeit des klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs ist jedoch begrenzt, da bestimmte Voraussetzungen erfüllt sein müssen. Zum einen muss die Ergebnismenge des zufälligen Versuches endlich sein, das heißt, es dürfen nur endlich viele mögliche Ergebnisse existieren. Zum anderen müssen alle möglichen Ergebnisse die gleiche Wahrscheinlichkeit haben. (vgl. BOSCH 1994, 15)

Durch diese begrenzte Anwendbarkeit stößt der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff vor allem in der moderneren Wahrscheinlichkeitstheorie auf Kritik. Dabei ist die Beschränkung auf Zufallsphänomene mit gleichwahrscheinlichen Ergebnissen ein Kritikpunkt, da diese nur in der Theorie existieren und die Berechnung somit nur auf der Modellebene stattfinden kann. Zufallsphänomene mit einer unendlichen Ergebnismenge, die nicht durch eine symmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilung gekennzeichnet ist, können nicht mit der klassischen Wahrscheinlichkeitsdefinition betrachtet und analysiert werden. Für die Entschlüsselung des Zufalls in der Realität ist der klassische Wahrscheinlichkeitsbegriff somit unbrauchbar und es kann im Grunde nicht von einer Definition der Wahrscheinlichkeit gesprochen werden. (vgl. EICHLER & VOGEL 2011, 101f.)

### 3.2.2 KOLMOGOROFFs *axiomatischer Aufbau der Wahrscheinlichkeit*

Der axiomatische Wahrscheinlichkeitsbegriff wird heute als allgemein grundlegend für die Wahrscheinlichkeitsrechnung und -theorie verstanden. Entwickelt wurde die axiomatische Definition der Wahrscheinlichkeit, als mathematische Disziplin, von Alexander Nikolajewitsch KOLMOGOROFF. Sein Axiomensystem definiert den Begriff Wahrscheinlichkeit nicht, gibt aber Regeln in Form von Axiomen für den Gebrauch an und bildet dadurch die Basis für alle weiteren Sätze zur Wahrscheinlichkeit. (vgl. KÜTTING 1981, 53)

Auf der Grundlage von KOLMOGOROFFs Arbeiten lassen sich Axiome für endliche Ergebnisräume beschreiben. Eine Menge  $\Omega$  muss folgende Eigenschaften haben, um als Ergebnisraum für ein Zufallsexperiment zu gelten:

- a.) Die Menge  $\Omega$  darf nicht leer sein und jedes ihrer Elemente muss ein mögliches Ereignis eines Zufallsexperimentes sein.
- b.) Ein Element von  $\Omega$  entspricht genau einem Ergebnis des Zufallsexperiments.

(vgl. KÜTTING 1981, 56)

Die Funktion  $P: \mathfrak{P} \rightarrow \mathbb{R}$  (reelle Zahlen) heißt Wahrscheinlichkeit bzw. Wahrscheinlichkeitsfunktion, wenn  $\mathfrak{P}(\Omega)$  die Menge aller Ereignisse eines Zufallsexperiments bzw. aller Teilmengen ist und wenn die folgenden drei Axiome gelten:

1. Axiom: Jedem Ereignis  $A \in \mathfrak{P}(\Omega)$  ist durch die Abbildung  $P$  eindeutig eine reelle Zahl  $P(A)$  zugeordnet, für die gilt:  $0 \leq P(A) \leq 1$ .
2. Axiom: Für das sichere Ereignis  $\Omega$  gilt:  $P(\Omega) = 1$
3. Axiom: Sind  $A \in \mathfrak{P}(\Omega)$  und  $B \in \mathfrak{P}(\Omega)$  unvereinbare Ereignisse (gilt als  $A \cap B = \emptyset$ ), so gilt:  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .

(KÜTTING 1981, 60)

Diese Axiome sind die Grundlage für eine Reihe von Folgerungen, die für die Berechnung von Wahrscheinlichkeiten hilfreich und notwendig sind:

- a.)  $P(\emptyset) = 0$   
Der Wahrscheinlichkeit der leeren Menge ist die Null zugeordnet.
- b.)  $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$   
Die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses  $\bar{A}$  von  $A$  entspricht der Differenz von 1 und  $P(A)$ .
- c.)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  für beliebige Ereignisse  $A$  und  $B$
- d.) Ist  $A \subseteq B$ , so  $P(A) \leq P(B)$ .  
Ist  $A$  ein Teilereignis von  $B$ , so ist die Wahrscheinlichkeit für dieses Teilereignis kleiner als für das „ganze“ Ereignis  $B$ .
- e.) Axiom 3 ermöglicht aufgrund des „Prinzips der vollständigen Induktion“ eine Anwendung für endlich viele, paarweise unvereinbare Ereignisse:  
 $P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) + \dots + P(A_n)$ , falls  $A_1, A_2, \dots, A_n$  paarweise unvereinbar sind.  
(vgl. KÜTTING 1981, 60f.)

### 3.2.3 Statistische Wahrscheinlichkeit

Die statistische Definition der Wahrscheinlichkeit beruht auf einem Zusammenhang zur der relativen Häufigkeit. Dieser Zusammenhang ist bereits seit einiger Zeit von Interesse in der Mathematikwissenschaft, sodass verschiedene Ansätze entwickelt wurden. Um einige dieser Ansätze zu erläutern, soll zunächst der Begriff der relativen Häufigkeit definiert werden.

Die relative Häufigkeit  $h_n(A)$  für ein Ereignis  $A$  ergibt sich durch den folgenden Quotienten:

$$h_n(A) = \frac{\text{Anzahl } H_n(A) \text{ der Versuche mit dem Ereignis } A}{\text{Gesamtzahl } n \text{ der Versuche}}$$

Für die relative Häufigkeit lassen sich folgende Eigenschaften beschreiben:

1.  $h_n(A)$  ist stets eine rationale Zahl.
2. Es gilt:  $0 \leq h_n(A) \leq 1$ . [...]
3. Ist  $\Omega$  das sichere Ereignis, so gilt:  $h_n(\Omega) = 1$ . [...]
4. Ist  $\emptyset$  das unmögliche Ereignis, so gilt:  $h_n(\emptyset) = 0$ . [...]

(KÜTTING 1981, 38)

Eine Besonderheit beobachteten G. L. BUFFON und K. PEARSON bei Versuchen zum Münzwurf: Die relative Häufigkeit eines beobachteten Ergebnisses stabilisiert sich. (vgl. ebd., 39) Die berechnete Häufigkeit schwankt dabei um einen bestimmten Wert, nähert sich diesem aber weiter an, je öfter ein Versuch durchgeführt wird. Dieser Versuch muss allerdings beliebig oft unter den gleichen Bedingungen wiederholbar sein, was als eine wesentliche Eigenschaft eines Zufallsexperiments gilt (vgl. [u. a.] SACHS 2006; EICHLER & VOGEL 2009). Die zu erkennende Regelmäßigkeit wird auch als „statistische Regelmäßigkeit“ bei langen Versuchsreihen (KÜTTING 1981, 40) oder als „empirisches Gesetz der großen Zahlen“ (vgl. [u. a.] EICHLER & VOGEL 2011, 102) bezeichnet.

Doch welche Bedeutung hat diese Gesetzmäßigkeit und damit die relative Häufigkeit für die Wahrscheinlichkeitsrechnung? Diesen Zusammenhang beschreibt die Grenzwert- oder Limesdefinition von Richard von MISES. In dieser Definition entspricht der Wert, um den die relative Häufigkeit schwankt und dem sie sich annähert, der Wahrscheinlichkeit. Das bedeutet, die Wahrscheinlichkeit  $P(A)$  für das Ereignis  $A$  ist „der Grenzwert der Folge der relativen Häufigkeiten  $h_n(A)$  für das Ereignis  $A$ “ (KÜTTING 1981, 40):

$$P(A) = \lim_{n \rightarrow \infty} h_n(A)$$

Diese Wahrscheinlichkeitsdefinition bezog sich ausschließlich auf Zufallsexperimente mit „regellosen“ Ergebnisfolgen und verursachte starke Kritik. So kritisierte VIETORIS, dass die Natur und die Realität keine unendlichen Ergebnisfolgen vorweisen würden, so-

dass eine endgültige und genaue Angabe der Wahrscheinlichkeit nicht möglich ist. Außerdem sei es fraglich, inwieweit die Bedingungen des Vorgangs über einen langen, wenn nicht unendlichen Versuchsablauf wirklich gleich bleiben würden. Die Wahrscheinlichkeit bliebe somit immer ein unbekannter, ungenauer Wert, was diese Definition unbrauchbar für realistische Zufallsphänomene mache. (vgl. ebd., 41)

NEUBERT (2012, 30) stellt dagegen fest, dass die statistische Wahrscheinlichkeitsauffassung zumindest einen Schätzwert für die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses liefern kann und dabei, anders als die klassische Definition, nicht nur auf Zufallsexperimente mit gleichwahrscheinlichen Ergebnissen anwendbar ist, sondern auch bei Zufallsversuchen benutzt werden kann, bei denen die Ergebnisse verschiedene Eintrittswahrscheinlichkeiten haben.

### **3.3 Der Zufall – Begriffsbestimmung und historische Bedeutung**

Das Wort „Zufall“ tauchte erstmals im 14. Jahrhundert in Form des mhd. *zuoval* (das, was jemandem zufällt) auf. Im heutigen, alltäglichen Sprachgebrauch ist es ein Begriff, der oft und mit verschiedensten Attributen verwendet wird, z.B. „blinder Zufall“, „dummer Zufall“, oder „glücklicher Zufall“. Der Begriff wird nicht nur in der Umgangssprache unterschiedlich verwendet, sondern ist auch in verschiedenen Fachbereichen mit unterschiedlichen Bedeutungen belegt. So bedeutet „Zufall“ im Rechtssinn ein „unabhängiges, daher nicht zu vertretendes Ereignis“ (KÜTTING & SAUER 2008, 7). In der Philosophie dagegen steht der Begriff für ein Ereignis, das nicht notwendig oder unbeabsichtigt ist. Die Naturwissenschaften beschreiben den Zufall als ein Ereignis, das nur ungenau oder gar nicht vorausgesagt werden kann. Ein Gebiet in dem der Begriff ebenfalls häufig verwendet wird, ist die Welt der Spiele und Wetten. Hier wird der Zufall nicht selten mit „Glück“ und „Pech“ in Verbindung gebracht und zum Teil als Schicksal verstanden. (vgl. ebd., 7) In der Wahrscheinlichkeitstheorie, in welcher der Zufallsbegriff essentiell ist, wird jedoch keine eindeutige Begriffsbestimmung vorgenommen. Die Wahrscheinlichkeitsrechnung versucht lediglich den „Zufall“ zu „entschlüsseln“. (vgl. ebd., 8)

Der Begriff „Zufall“ ist bereits seit dem Altertum in Gebrauch und beschrieb damals das „Zusammentreffen voneinander unabhängigen Kausalketten“ (SACHS 2006, 49). Erst seit dem 19. Jahrhundert wird der Begriff „Zufall“ für verschiedenste Erscheinungen verwendet. In diesem Zusammenhang wuchs das Interesse unterschiedlicher Wissenschaften

wie Mathematik, Physik und Astronomie an Gesetzmäßigkeiten von zufälligen Erscheinungen. Dadurch spezifizierte sich die Bedeutung des Begriffs und Eigenschaften von Zufälligem, wie eine Regellosigkeit und die Unbestimmbarkeit von einzelnen Vorgängen, wurden beschrieben. (vgl. ebd., 49) Doch waren und sind sich längst nicht alle einig über die Bedeutung und die Existenz des Zufalls. So gibt es zwei extreme Positionen: Die eine Seite bezeichnet alles als Zufall und erklärt dies damit, dass Vorgänge, die als deterministisch bezeichnet werden, aus verschiedenen zufälligen Vorgängen bestehen, die sich in ihrem Zusammentreffen neutralisieren. Die andere Seite bezeichnet alles als deterministisch und erklärt, dass der Zufall eine Erfindung ist, um Vorgänge, über die wir keine Kenntnis haben, zu erklären. (vgl. EICHLER & VOGEL 2011, 97)

Trotz wissenschaftlicher Erklärungen bleibt der Zufall ein Sachverhalt, der die Menschen beschäftigt, interessiert und verblüfft. So sagt SACHS (2006, 49), dass das Zufällige einen stärkeren Einfluss auf den Menschen hat, als Selbstbestimmtes. Damit ist der Zufall ein Teil unseres Lebens.

### **3.4 Das Strukturmodell „Prozessbetrachtung“**

Eine neue Betrachtungsweise des Zufalls ist die prozessorientierte Betrachtung von zufälligen Vorgängen und wurde von SILL entwickelt. Im Fokus der Betrachtung stehen nicht zufällige Ereignisse, sondern die Prozesse, die zu den Ereignissen führen. Dadurch ist der zentrale Begriff dieser Betrachtungsweise der „zufällige Vorgang“.

#### **3.4.1 „Zufälliger Vorgang“ – Begriffsbestimmung**

Der Zufallscharakter wird im Strukturmodell „Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen“ den Prozessen und nicht den Ereignissen zugeschrieben. (vgl. SILL 2010, 6) SILL definiert „zufällige Erscheinungen“ als

alle realen Dinge, Prozesse und Betrachtungen, die in der Natur, der Gesellschaft und dem Denken in irgendeiner Weise mit dem Phänomen „Zufall“ bzw. des „Zufälligen“ verbunden sind (ebd. 2010, 6).

Die Definition deutet bereits eine Klassifizierung von zufälligen Vorgängen an. SILL unterscheidet zwei Arten: Es gibt zufällige Vorgänge, die in Natur und Gesellschaft vorkommen, sowie Prozesse im menschlichen Denken. Mögliche Ergebnisse in natürlichen

und gesellschaftlichen Prozessen sind reale Objekte und Zustände, während gedachte Vorgänge Hypothesen und Gedanken ergeben. (vgl. SILL 2005, 4)

Des Weiteren nimmt SILL eine Unterscheidung der Begriffe „zufälliger Vorgang“ und „Zufallsexperiment“ vor, indem er das „Zufallsexperiment“ als „experimentelle Untersuchung eines zufälligen Vorgangs“ beschreibt (vgl. ebd., 3). Ein weiterer Unterschied besteht in der (zumindest theoretischen) Wiederholbarkeit eines Vorgangs. Die Fachliteratur definiert die Wiederholbarkeit unter gleichen Bedingungen vielfach als Eigenschaft eines Zufallsexperiments. (vgl. [u. a.] SACHS 2006, 61) Für einen zufälligen Vorgang stellt dies nach SILL (2010, 8) jedoch keine fundamentale Eigenschaft dar. Auch das Merkmal der Unvorhersehbarkeit eines zufälligen Ergebnisses spielt in der Prozessbetrachtung keine definierende Rolle. (vgl. ebd., 5) Als einziges Merkmal eines zufälligen Vorgangs gilt die Existenz mehrerer möglicher Ergebnisse. (vgl. ebd. 2005, 3)

### ***3.4.2 Wichtige Aspekte des Modells und der Durchführung***

Um die Prozessbetrachtung durchzuführen ist es notwendig, ein Merkmal auszuwählen, das bei der Untersuchung beobachtet wird. Der Begriff Merkmal stammt aus der Statistik und beschreibt in diesem Sinne eine Eigenschaft des betrachteten Objektes. Ein Merkmal umfasst bestimmte Merkmalsausprägungen, welche durch verschiedene Skalen messbar sind und als mögliche Ergebnisse eines zufälligen Vorgangs verstanden werden können. (vgl. SILL 2010, 7) Dadurch unterscheidet SILL die in der Fachliteratur zur Wahrscheinlichkeitstheorie auftretenden Begriffe „Ereignis“ und „Ergebnis“. In der Prozessbetrachtung bezeichnet das „Ergebnis“ eine mögliche Merkmalsausprägung. Die Menge aller möglichen Merkmalsausprägungen wird auch „Ergebnismenge“ genannt. Das „Ereignis“ beschreibt innerhalb der Prozessbetrachtung eine Aussage zu einem Ergebnis bzw. eine Teilmenge der Ergebnismenge. (vgl. ebd. 2009, 2)

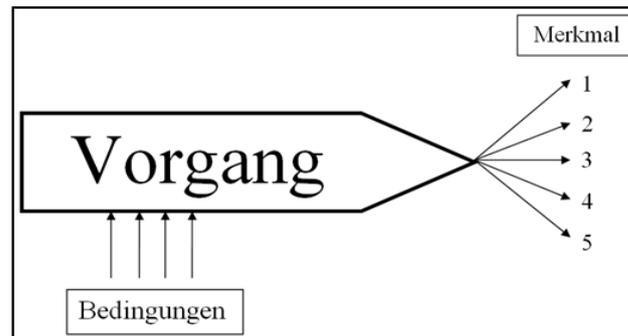
Die Bedeutung der Merkmalsauswahl für die Prozessbetrachtung wird an einem Beispiel von SILL (2010, 7) deutlich. Als betrachteter Prozess ist das Fallenlassen eines Gegenstandes festgelegt. Das ausgewählte Merkmal entscheidet darüber, ob der betrachtete Prozess einen Zufallscharakter besitzt oder nicht. Wird das Merkmal „Bewegungsrichtung des fallengelassenen Gegenstandes“ betrachtet, so handelt es sich nicht um einen zufälligen Vorgang, da es nur eine Möglichkeit der Bewegungsrichtung gibt – der Gegenstand fällt nach unten. Wird allerdings das Merkmal „was passiert, wenn der Gegenstand auf den Bo-

den fällt“ betrachtet, so ergeben sich mehrere Möglichkeiten und der Vorgang besitzt in diesem Fall einen Zufallscharakter. (vgl. ebd., 7)

Eine weitere Eigenschaft der Prozessbetrachtung ist das Untersuchen und Betrachten von Bedingungen, die den Vorgang beeinflussen. Dabei unterscheidet SILL (2010, 7) zum einen allgemeine Bedingungen und zum anderen konkrete Ausprägungen dieser Bedingungen während eines Vorgangs. An einem von ihm angeführten Beispiel wird diese Unterscheidung deutlich. Bei einem Weitsprung würden Witterungsverhältnisse zu den allgemeinen Bedingungen zählen, die einen Sprung im Freien beeinflussen. Eine konkrete Ausprägung dieser Bedingung wären zum Beispiel Windverhältnisse während des Anlaufs, der hier zum Sprungvorgang zählt. Das Betrachten von Bedingungen zählt SILL bereits zu stochastischen Betrachtungen. Dies begründet er damit, dass das Identifizieren von Bedingungen stochastische Zusammenhänge erkennen lässt und dadurch stochastische Gesetzmäßigkeiten aufgedeckt werden können. (vgl. ebd., 7)

SILL (1992, 3f.) unterscheidet drei Betrachtungsebenen hinsichtlich der Bedingungen, welche jedoch nicht als Entwicklungsphasen im stochastischen Denken zu verstehen sind. Die erste Ebene ist die „deterministische Ebene“, auf der ein Vorgang in seinem konkreten Ablauf betrachtet wird. Auf dieser Ebene entsprechen die Bedingungen eines Vorgangs den Ursachen für das Eintreten eines Ereignisses. Von Zufall kann hier noch nicht gesprochen werden. Erst durch die Betrachtung eines ganzen Systems von Vorgängen, anstatt eines einzelnen Vorgangs, bekommt der Zufall eine Bedeutung. Nun spricht man von der „probabilistischen Ebene“, auf der wichtige Begriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung durch Abstraktionen entwickelt werden können. Auf der dritten Ebene schließlich, der „stochastischen Ebene“, werden stochastische Gesetzmäßigkeiten erkannt. Grundlegend für diese dritte Ebene ist eine dynamische Betrachtungsweise, durch die „eine Analyse von Ursache-Wirkung-Beziehungen im stochastischen Sinne“ (ebd., 4) möglich ist und Bedingungen als Einflussfaktoren verstanden werden. Außerdem kann von veränderten Bedingungen auch auf veränderte Wahrscheinlichkeitsverteilungen geschlossen werden. (vgl. ebd., 2ff.)

Ein von SILL (2010, 7) entwickeltes Schema verdeutlicht die einzelnen Aspekte der Prozessbetrachtung und ermöglicht die Modellierung aller zufälligen Vorgänge, die mithilfe der Prozessbetrachtung analysiert und beschrieben werden.



Schema der Prozessbetrachtung (SILL 2010, 7)

Zur Durchführung der Prozessbetrachtung können die folgenden Fragen dienen:

1. Welcher Vorgang läuft ab?
2. Welches Merkmal wird betrachtet?
3. Welche Ergebnisse können bei Betrachtung dieses Merkmals eintreten?
4. Welche Bedingungen beeinflussen den Vorgang?

(SILL 2010, 7)

Mithilfe dieser Analysefragen kann ein zufälliger Vorgang, unter Betrachtung eines bestimmten Merkmals, beschrieben und modelliert werden.

### ***3.4.3 Anwendung der Prozessbetrachtung auf die Wahrscheinlichkeitsrechnung***

Die Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen dient der Erweiterung des Zufallsbegriffs und des Verständnisses, indem die Merkmale des Zufalls auf das Kriterium der Existenz mehrerer möglicher Ergebnisse reduziert werden. Aus diesem Grund können zufällige Erscheinungen einfacher erkannt und der Wahrscheinlichkeitsbegriff besser verstanden werden. (vgl. SILL 2005, 3) Durch das Schema und die Durchführung der Prozessbetrachtung wird ein zufälliger Vorgang modelliert und analysiert, jedoch wird noch keine Beurteilung der Wahrscheinlichkeit vorgenommen. In einem nächsten Schritt, kann ein Wahrscheinlichkeitsurteil formuliert werden, nachdem die konkreten Ausprägungen der Bedingungen beschrieben und festgestellt worden sind. Alle möglichen zufälligen Erscheinungen und Vorgänge, die in der Wahrscheinlichkeitsrechnung betrachtet werden, können so modelliert werden. (vgl. ebd. 2010, 8)

Außerdem verdeutlicht die Prozessbetrachtung die sich gegenüberstehenden Wahrscheinlichkeitsinterpretationen der „subjektiven Wahrscheinlichkeit“ und der „objektiven Wahrscheinlichkeit“ durch die Unterscheidung zufälliger Vorgänge und beschreibt ein wechselseitiges Beziehungsverhältnis beider Auffassungen. (vgl. ebd. 2009, 2) So können die Ergebnisse der natürlichen und gesellschaftlichen Vorgänge nicht durch das Subjekt beeinflusst werden und sind demnach „objektiv“ und unabhängig, während die Wahrscheinlichkeit der Ergebnisse von gedanklichen Vorgängen durchaus vom Subjekt abhängig ist und somit als „subjektiv“ bezeichnet werden kann. Eine wechselseitige Verbindung ergibt sich zum Beispiel in Fällen, in denen „subjektive“ Gedanken oder Hypothesen zu „objektiven“ Ergebniswahrscheinlichkeiten geäußert und betrachtet werden. (vgl. SILL 2005, 4)

EICHLER und VOGEL (2009, 168), die ebenfalls die Zuschreibung des Zufallscharakters an den Vorgang vertreten und den Begriff „zufälliger Vorgang“ bevorzugen, beschreiben die Wahrscheinlichkeit, die einem zufälligen Vorgang anhängt, als unbekannt und objektiv. Die verschiedenen Wahrscheinlichkeitsansätze dienen alle der Untersuchung und Annäherung an diese unbekannte Wahrscheinlichkeit. Unter diesem Aspekt kann auch die Prozessbetrachtung gesehen werden, denn indem ein zufälliger Vorgang entsprechend der Schwerpunkte der Prozessbetrachtung modelliert wird und die konkreten Ausprägungen der Bedingungen für das Eintreten eines Ergebnisses erkannt werden, findet eine Annäherung an die unbekannte Wahrscheinlichkeit statt. Das Modell des Vorgangs wird vom Betrachter unter Einfluss seines Wissens und seiner Erfahrungen „gelesen“ und es kann eine Aussage zur Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses gemacht werden (vgl. EICHLER/VOGEL 2009, 169).

#### **4 Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs – entwicklungspsychologische Erklärungsansätze**

Nachdem das Themengebiet „Wahrscheinlichkeitstheorie“ mathematisch dargestellt wurde, soll im Folgenden die Entwicklung des Verständnisses für Wahrscheinlichkeit, Zufall und zufälligen Phänomenen untersucht werden. Dabei stehen verschiedene Entwicklungsmodelle, Besonderheiten und daraus resultierende Schlussfolgerungen im Mittelpunkt.

## 4.1 PIAGETs Stufenmodell

Entscheidende und noch heute bedeutende Erkenntnisse zur kognitiven und psychologischen Entwicklung des Kindes lieferte Jean PIAGET mit einem Stufenmodell, das die Entwicklung in vier Stadien darstellt:

- (1) Sensomotorisches Stadium (0 – 1 ½ Jahre)
  - (2) Präoperatives Stadium (1 ½ - 7 Jahre)
  - (3) Konkret-operatives Stadium (7 – 11/12 Jahre)
  - (4) Formal-operatives Stadium (ab 11/12 Jahre)
- (WITTMANN 1981, 70)

Auch die Entwicklung von Kausalitäts- und Zufallsvorstellungen ordnet PIAGET in sein Stufenmodell ein und beschreibt damit verschiedene Entwicklungsstadien in der Entwicklung von stochastischem Denken. Diese sollen im Folgenden erläutert werden.

Im Sinne dieser Arbeit soll ein besonderes Augenmerk auf der Entwicklung des Kausalitätsschemas liegen. Die Kausalität ist in PIAGETs Modell nicht von der Kategorie der permanenten Gegenstände zu trennen, denn diese zeichnen sich u. a. dadurch aus, dass sie ihren Ursprung im Zusammentreffen von verschiedenen Aktionen finden, was nach PIAGET die Kausalitätskategorie charakterisiert. In den frühen Phasen der Entwicklung sehen Kinder die Ursache für bestimmte Erscheinungen in ihrem eigenen Tun. Diese beginnende Kausalitätsvorstellung bezeichnet PIAGET (1993, 27) als „magisch-phänomenistisch“, da Kinder bereits beobachten, dass bestimmte Phänomene durch etwas ausgelöst werden, jedoch sich selbst für die Verursacher halten, unabhängig von ihrer Umgebung. Später erkennen sie andere Ursachen und objektivieren ihre Ursache-Wirkung-Beziehungen. (vgl. ebd., 28)

Im Alter von drei Jahren beginnen Kinder ihre Umwelt durch „Warum“-Fragen zu entdecken und Erklärungen zu finden. Besonders zufällige Erscheinungen sind für Kinder von großem Interesse und wecken ein Bedürfnis nach „finalistischen Erklärungen“ (vgl. ebd. 1993, 111; GRÜNEWALD 1991b, 44). Diese ersten Intuitionen von Zufall und Kausalität beschreiben die Phase einer Vorkausalität, die Kinder in der präoperationalen Phase (2-7 Jahre) erreichen. (vgl. PIAGET 1993, 111)

In der Phase der konkreten Operationen (7-12 Jahre), entwickelt sich die Vorkausalität zu einer rationaleren Kausalität, indem das Kind seine Umgebung nicht mehr an der eige-

nen Person ausrichtet, sondern sich selbst und die Objekte und Vorgänge seiner Umgebung miteinander in Beziehung setzt. (vgl. PIAGET 1993, 112)

Zum Problem der rationalen Kausalität wird auf dieser Stufe der Zufall, als Bestandteil der Wirklichkeit. So lange ein Kind noch keine reversiblen Operationen beherrscht, kann es den Zufall nicht begreifen, weil die Reversibilität als Bezugspunkt dient. Erst nach und nach kann das Kind zwischen zufälligen und nicht zufälligen Erscheinungen unterscheiden. (vgl. ebd., 113) PIAGET beschreibt dazu ein Experiment, bei dem Kinder eine bewegliche Schachtel mit zehn schwarzen und zehn weißen Perlen erhalten und die Durchmischung der Perlen durch die Bewegung beobachten. Anschließend sollen die Kinder eine Aussage zur Wahrscheinlichkeit dafür machen, dass am Ende wieder alle Perlen ordentlich nach Farbe voneinander getrennt sind. Während Kinder auf der präoperationalen Stufe, in der das Bestreben nach Finalität noch stärker ist als die Zufallsvorstellungen, vorhersagen, dass jede Perle wieder ihren Platz einnehmen wird, erkennen Kinder auf der Stufe der rationalen Kausalität die Unwahrscheinlichkeit einer erneuten vollständigen Farbtrennung. Allmählich bauen Kinder so ein Verständnis dafür auf, dass Ausgänge von bestimmten Fällen nicht, aber der Ablauf an sich vorhersehbar ist. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff wird dadurch „Schritt für Schritt als Beziehung zwischen den günstigen Fällen aufgebaut“ (PIAGET 1993, 114). Um Zufälliges zu erkennen, brauchen Kinder aber noch eigene Beobachtungen und können nicht auf gedankliche Hypothesen zurückgreifen und damit arbeiten. (vgl. GRÜNEWALD 1991b, 45)

Das Denken in Hypothesen wird erst in der nächsten Phase möglich, in der sich Kinder von konkreten Operationen lösen und zum formalen Denken übergehen. In der Phase der formalen Operationen (ab 11/12 Jahre) sind Kinder zunehmend in der Lage, zwischen Inhalt und Form zu differenzieren und dadurch über Hypothesen nachzudenken. (vgl. PIAGET 1993, 132) Sie können nun selbstständig beliebige Elemente klassifizieren und Beziehungen zwischen Elementen herstellen. Die Ausbildung dieser Fähigkeiten sind Voraussetzungen zur Entwicklung der sogenannten Kombinatorik, welche eine große Bedeutung für die Weiterentwicklung der Denkfähigkeiten hat. (vgl. ebd., 133) Kinder sehen an diesem Punkt nicht mehr nur die Welt, wie sie konkret besteht. Sie sind stattdessen in der Lage, durch ihre Kombinationsfähigkeit abstrakt über die Welt nachzudenken, ohne an konkrete Beobachtungen gebunden zu sein. In dieser Phase beginnen Kinder theoretisch über einen Sachverhalt nachzudenken, Hypothesen zu bilden, daraus Schlussfolgerungen zu ziehen und damit Probleme durch theoretisches und abstraktes Denken zu lösen. Nun ist

es möglich, den (subjektiven) Wahrscheinlichkeitsbegriff vollständig zu entwickeln, denn hierfür ist nicht nur das Verständnis des Zufallsbegriffs notwendig, sondern auch die eben beschriebenen kombinatorischen Denkfähigkeiten. (vgl. GRÜNEWALD 1991b, 45)

PIAGET erklärt die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs demnach als eine Entwicklung in Stufen, die bereits im frühen Kindesalter beginnt. In seinem Modell ist im Vorschulalter (präoperationale Phase, 3./4. – 6./7. Lebensjahr) noch kein Verständnis für zufällige Erscheinungen vorhanden. Jedoch gibt es andere Vertreter der Entwicklungspsychologie, die ihm in diesem Punkt widersprechen. So weisen zum Beispiel MARTIGNON und KURZ-WILCKE darauf hin, dass Kinder schon früh Spiele wie „Ene mene muh“ benutzen, um Entscheidungen zu fällen, da sie das Ergebnis für zufällig und damit fair halten. Im weiteren Verlauf ihrer Entwicklung erkennen sie zwar die deterministischen Gesetzmäßigkeiten, denen dieses Spiel unterliegt, trotzdem zeige dies bereits bei kleinen Kindern eine Vorstellung von stochastischen Zusammenhängen und von zufälligen Vorgängen, auch wenn diese Fehlvorstellungen unterliegen. Auch Bernd WOLLRING führte ähnliche Versuche wie PIAGET mit Kindern in der „präoperationalen Phase“ durch und stellte fest, dass die Kinder bereits Einsichten und Vorstellungen zu stochastischen Zusammenhängen haben und teilweise ein gutes „Gefühl“ dafür bewiesen. In späteren Experimenten stellte PIAGET fest, dass auch Erwachsene zum Teil noch große Schwierigkeiten haben, den Zufallsbegriff und konkrete Zufallsphänomene zu verstehen und zu beschreiben. Damit musste er seine Einteilung der stochastischen Denkentwicklung relativieren. (vgl. MARTIGNON & WASSNER 2005, 209)

## **4.2 Klassifizierung des Wahrscheinlichkeitsverständnisses nach HAWKINS und KAPADIA**

Einen weiteren Erklärungsansatz liefern HAWKINS und KAPADIA, die eine Klassifizierung des Wahrscheinlichkeitsverständnisses vornehmen. Sie unterscheiden zwischen der „a-priori-Wahrscheinlichkeit“, der „frequentistischen Wahrscheinlichkeit“, der „subjektiven und intuitiven Wahrscheinlichkeit“ und der „formalen Wahrscheinlichkeit“.

Die „a-priori-Wahrscheinlichkeit“ wird von WOLLRING (1994, 3) als Vorstellung beschrieben, die vor einem Experiment oder einem zufälligen Vorgang besteht und erst durch das Experiment verändert oder bekräftigt wird. HAWKINS und KAPADIA (1984, 349) bezeichnen die „a-priori-Wahrscheinlichkeit“ auch als theoretische Wahrscheinlich-

keit, die von der Gleichwahrscheinlichkeit ausgeht. Die „frequentistische Wahrscheinlichkeit“ entsteht durch Beobachtungen von Häufigkeiten bei Wiederholungen von Zufallsversuchen oder -erscheinungen. Das bedeutet, die Häufigkeit eines auftretenden Ereignisses entscheidet über dieses Wahrscheinlichkeitsverständnis. Der persönliche Glaube oder eine individuelle Überzeugung bestimmt die „subjektive und intuitive Wahrscheinlichkeit“, die auch eine Vorstufe zu anderen Wahrscheinlichkeitsauffassungen sein kann. Dieses Wahrscheinlichkeitsverständnis ist in der Literatur umstritten, da die Frage besteht, ob es angeboren ist. Die „formale Wahrscheinlichkeit“ schließlich basiert auf der Verwendung von mathematischen Gesetzen, durch die die Wahrscheinlichkeit berechnet wird, und wird daher auch ‚objektive‘ Wahrscheinlichkeit genannt. (vgl. HAWKINS & KAPADIA 1984, 349; WOLLRING 1994, 3)

Als größtes Problem und daher von großem Interesse, sehen HAWKINS und KAPADIA die Unterscheidung von subjektiver und intuitiver Wahrscheinlichkeit. In einer möglichen Betrachtungsweise beziehen sich Intuitionen bezüglich der Wahrscheinlichkeit auf das Finden von regelrechten Lösungen von wahrscheinlichkeitstheoretischen Problemen, während die subjektive Wahrscheinlichkeit eher durch Strategien des Abwägens charakterisiert wird. HAWKINS und KAPADIA nehmen dagegen keine Trennung der beiden Begriffe vor, sondern sehen ‚subjektive und intuitive‘ Wahrscheinlichkeitseinschätzungen als eine Darstellung von individuellen Wahrscheinlichkeitsurteilen, die durch verschiedene Strategien und Fähigkeiten der Informationsverarbeitung zustande kommen. (vgl. HAWKINS & KAPADIA 1984, 350)

In Bezug auf die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs im Stochastikunterricht bleibt die subjektive und intuitive Wahrscheinlichkeit aufgrund ihres umstrittenen Charakters häufig unbeachtet. HAWKINS und KAPADIA sehen dieses Wahrscheinlichkeitsverständnis jedoch als eine bedeutende Vorstufe zur formalen Wahrscheinlichkeit an, auf die der Stochastikunterricht abzielt, und beschreiben es daher als durchaus geeignet für eine frühe Phase der mathematischen Bildung. Eine stärkere Beachtung der subjektiven und intuitiven Wahrscheinlichkeitsvorstellungen liefere sogar einen Beitrag zum Verständnis der Entwicklung von Wahrscheinlichkeitsvorstellungen. (vgl. ebd., 350)

HAWKINS und KAPADIA nehmen an, dass Kinder bereits im frühen Alter aufgrund des subjektiven und intuitiven Wahrscheinlichkeitsverständnisses Rückschlüsse bezüglich stochastischer Situationen ziehen können und dass Instruktionen im Stochastikunterricht dieses Verhalten modifizieren können. Mit dieser Ansicht widersprechen sie PIAGET

(1993), dessen Entwicklungsmodell Kindern erst in der formal-operativen Phase ein Verständnis von Wahrscheinlichkeit zuschreibt. HAWKINS und KAPADIA gehen dagegen davon aus, dass Kinder solche Rückschlüsse vornehmen, unabhängig davon, ob sie es können oder nicht. Damit sprechen sie sich für einen Stochastikunterricht aus, der bereits in der Grundschule beginnen und sich daran orientieren sollte, was die Kinder tun und nicht daran, was sie noch nicht können. (vgl. HAWKINS & KAPADIA 1984, 355)

WOLLRING bestätigte in seiner Arbeit das Vorhandensein solcher Komponenten des Wahrscheinlichkeitsverständnisses durch Untersuchungen in Kindergärten und Grundschulen. Nur das „formale Verständnis“ der Wahrscheinlichkeit sei zu diesem Zeitpunkt noch nicht ausgeprägt. (vgl. WOLLRING 1994, 4) Damit unterstützt er den Vorschlag HAWKINS und KAPADIAS, wahrscheinlichkeitstheoretische Vorstellungen durch das Ansprechen des subjektiven, frequentistischen und „a-priori“- Verständnisses aufzubauen und damit bereits früh zu beginnen. (vgl. HAWKINS & KAPADIA 1984, 375)

### **4.3 Animistische Vorstellungen bei Kindern und ihre Bedeutung im Entwicklungsprozess**

Ein Aspekt, den bereits PIAGET (1993) betrachtete und den WOLLRING durch Untersuchungen näher beschreibt, sind animistische Vorstellungen bei Kindern. Im Folgenden soll geklärt werden, was animistische Vorstellungen in Bezug auf stochastische Inhalte sind und wie sie die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs beeinflussen können.

Bezogen auf stochastische Situationen entwickelte WOLLRING (1994b, 30) folgende Begriffsklärung:

Als animistische Vorstellung in einer stochastischen Situation bezeichnen wir die subjektive Auffassung, daß sich im Entstehen der Versuchsergebnisse eines Zufallsexperimentes ein Wesen mit Bewußtsein autonom äußert.

„Da drin ist ein Zwerg und der macht das“ (WOLLRING 1994b, 17). So beschreibt ein fünfjähriges Mädchen in WOLLRINGs Fallstudien ein Wesen, das das Würfelergebnis ihrer Meinung nach beeinflusst. Das Mädchen beschreibt damit eine Vorstellung, die als „animistisch“ bezeichnet werden kann. Doch wie entstehen solche Vorstellungen und wie entwickeln sich diese in der Denkentwicklung des Kindes?

PIAGET (1993) beschreibt den Animismus als eine Nichtunterscheidung zwischen lebendig und leblos und liefert ein Modell, bestehend aus vier Stadien, die zeigen, wie sich

die animistischen Vorstellungen im Entwicklungsprozess minimieren und spezialisieren. Im Stadium 1 (bis sechs Jahre) halten Kinder demnach alles für lebendig, das generell gebräuchlich (usefulness) oder aktiv ist. Ab der zweiten Stufe reduzieren sich die animistischen Vorstellungen zunächst auf Dinge, die sich bewegen, auf Dinge, die sich spontan bewegen (Stadium 3) und schließlich auf Pflanzen und Tiere (Stadium 4). (vgl. WOLLRING 1994b, 28)

Neben PIAGETs Modell gibt es weitere Untersuchungsergebnisse und Modelle, auf die hier nicht weiter eingegangen wird, da im Rahmen dieser Arbeit nur ein kurzer Blick auf die Entwicklung von animistischen Vorstellungen gelegt werden soll. Vielmehr soll die Gestalt von animistischen Vorstellungen näher betrachtet werden, da diese die verschiedensten Formen annehmen kann.

Animistische Vorstellungen können sich hinsichtlich ihrer Hierarchieposition bezüglich des Kindes bzw. Teilnehmers am Zufallsgeschehen unterscheiden. WOLLRING ordnet sie in drei Kategorien: Die erste Kategorie umfasst sogenannte „übergeordnete Wesen“, die allwissend oder der stochastischen Situation übergeordnet sein können. Die Wesen können auch dem Kind gleichgeordnet sein und dabei verschiedene Rollen wie Gegner oder Mitspieler einnehmen und einen bestimmten Einfluss auf das Geschehen haben. Eine dritte Form sind untergeordnete Wesen, die durch das Kind beeinflusst oder beherrscht werden können. (vgl. WOLLRING 1994b, 23) Im Grunde ist es nicht richtig, animistische Vorstellungen nur auf das Kindesalter zu beschränken, denn WOLLRING betont auch, dass man nicht ausschließen kann, dass viele Heranwachsende oder Erwachsene noch ähnliche Vorstellungen in Bezug auf den Zufall haben. (vgl. ebd., 24)

Für die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs können diese animistischen Vorstellungen zum Hindernis werden, da eine objektive Einstellung zur Wahrscheinlichkeit und zum Zufall kaum möglich ist, sind doch animistische Vorstellungen stark mit dem Kind und seinen individuellen Erfahrungen verbunden. (vgl. WOLLRING 1994b, 5) Die animistischen Vorstellungen müssen von Einsichten in die Wahrscheinlichkeitsrechnung und stochastischen Gesetzmäßigkeiten abgelöst werden, um nach HAWKINS und KAPADIA (1984) ein „formales Verständnis“ von Wahrscheinlichkeit aufzubauen. Außerdem sind die Vorstellungen eine Quelle für Fehlvorstellungen bzw. können diese begünstigen. Diese Fehlvorstellungen können lange erhalten bleiben und zu Verständnisproblemen bezüglich des Zufalls und der Wahrscheinlichkeitsrechnung werden (vgl. WALTER 1980, 31 in: WOLLRING 1994, 32). Aus diesem Grund bieten vorgestellte Wesen jedoch auch ei-

nen Ansatzpunkt, um Fehlvorstellungen aufzubrechen und sich mit gezielten Beobachtungen von animistischen Vorstellungen zu lösen. Daher betont WALTER (1980, 31; in: WOLLRING 1994, 32), dass sie nicht vermieden oder verbannt werden sollten, sondern innerhalb der Entwicklung reflektiert werden können. WOLLRING (1994, 32) bezeichnet sie zudem als „grundlegenden Bestandteil des Verstehens von stochastischen Situationen“, wodurch sie von großer Bedeutung für die Entwicklung von stochastischen Denkfähigkeiten sind. Im nächsten Kapitel sollen aus den beschriebenen Erklärungsansätzen und Erkenntnissen didaktische Schlussfolgerungen für einen Stochastikunterricht in der Grundschule gezogen und Prinzipien aufgestellt werden.

## **5 Zur Erarbeitung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der Grundschule: Didaktische Besonderheiten und Vorschläge**

Um einen erfolgreichen Stochastikunterricht in den ersten Schuljahren und eine beginnende Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs zu gewährleisten, müssen die beschriebenen Erklärungen und Erkenntnisse beachtet werden. Befürworter des Stochastikunterrichts in der Grundschule geben darum wichtige didaktische Hinweise und Vorschläge zur frühen Erarbeitung des komplexen Themas. Im folgenden Kapitel sollen solche didaktischen Besonderheiten, Hinweise und Vorschläge vorgestellt werden. Dabei werden didaktische Schwerpunkte für den folgenden Praxisvorschlag festgelegt und beschrieben.

Die Stochastik und ihre Teilgebiete sollen in den Schuljahren der Grundschule einführend und vorbereitend behandelt werden, ohne stochastische Gesetzmäßigkeiten bereits mathematisch zu definieren oder zu berechnen. Aus diesem Grund findet sich in der Literatur auch häufig der Begriff der „propädeutischen“ Phase für das 1. bis 4. Schuljahr. (vgl. [u. a.] HILSBURG & WARMUTH 1991; GRÜNEWALD 1991b) Die propädeutische Phase des Stochastikunterrichts ist von besonderer Bedeutung, da sie den Anfangspunkt für ein mathematisches Themengebiet bildet, das über die gesamte schulische Ausbildung im Unterricht präsent ist und spiralförmig<sup>3</sup> im Mathematikunterricht eingebunden werden soll.

---

<sup>33</sup> Das didaktische Spiralprinzip geht auf *Bruner* zurück und bezeichnet einen Unterrichtsaufbau, in dem mathematische Begriffe in den verschiedenen Klassenstufen auf dem entsprechenden Niveau behandelt werden. So können Inhalte bereits in der Grundschule propädeutisch vermittelt und im weiteren Schulverlauf zunehmend systematisiert und mathematisiert werden. (vgl. REISS & HAMMER 2012, 66)

Der spiralförmige Aufbau der Stochastik ist dadurch gekennzeichnet, dass die einzelnen Inhalte immer wieder aufgegriffen werden, jedoch mit neuem Wissen und neuen Handlungen verknüpft werden, damit sich ein umfassendes stochastisches Wissen und Verständnis entwickeln kann. So werden Schüler an stochastische Begriffe wie Wahrscheinlichkeit, Zufall, Häufigkeiten oder Kombinatorik in der Grundschule zunächst spielerisch herangeführt, ohne dass die Begriffe mathematisch bestimmt bzw. definiert werden. Die Schüler handeln mit den Begriffen und nähern sich so einem Begriffsverständnis, welches in den folgenden Schuljahren erweitert wird, sodass sie am Ende ihrer Schulzeit zufällige Erscheinungen mathematisch beschreiben, analysieren, auswerten können und sicher im Umgang mit den stochastischen Begriffen und ihren Bedeutungen sind. (vgl. WARMUTH 1991, 165) Um den Anforderungen eines spiralförmigen Aufbaus gerecht zu werden, ist es notwendig, dass ein Zugang gewählt wird, der sich auf die Erfahrungen und Interessen der Lernenden stützt und diese nutzt, um das Thema lebendig, lebensnah und nützlich zu gestalten und dabei eine Basis für den weiteren Stochastikunterricht schafft. (vgl. NEUBERT 1995, 35; WEUSTENFELD 2007)

### **5.1 Subjektiver und statistischer Zugang zum Wahrscheinlichkeitsbegriff**

Einen Vorschlag zum Zugang zur Wahrscheinlichkeit präsentiert Petra BURGGRAF (1998), die sich dafür ausspricht, die statistische Wahrscheinlichkeit und damit den statistischen Zugang in den Vordergrund zu rücken. Sie begründet dies damit, dass Kinder bereits in jungen Jahren unbewusst mit „gespeicherten statistischen Daten bzw. Verteilungen von Häufigkeiten“ (BURGGRAF 1998, 17) operieren, die auf individuelle Erfahrungen mit der eigenen Person oder bestimmten Situationen basieren. Diese gespeicherten statistischen Häufigkeiten werden vor allem benutzt, wenn sie sich zu etwas Zukünftigem äußern. (vgl. ebd. 1998, 17)

Mit dem Vorhandensein einer inneren, statistischen Datenbank, auf die Kinder bei einem Wahrscheinlichkeitsurteil unbewusst zurückgreifen, bekräftigt BURGGRAF die umstrittene subjektive und intuitive Wahrscheinlichkeit, die auch HAWKINS und KAPADIA in ähnlicher Weise beschrieben haben. Bei ihnen beziehen sich Kinder auf subjektive innere Quellen für Wahrscheinlichkeitseinschätzungen. (vgl. HAWKINS/KAPADIA 1984, 355) Beide Ansätze lassen den Rückschluss zu, dass Kinder subjektive Vorstellungen und Erfahrungen besitzen, die sie in einem Wahrscheinlichkeitsurteil beeinflussen. Auf diesen

Ansatz der Erfahrungen und Intuitionen wird sich die Zugangsweise zum Wahrscheinlichkeitsbegriff in der Lerneinheit stützen. Es wird davon ausgegangen, dass Schüler einer zweiten Klasse bereits Erfahrungen gesammelt haben, die ihnen in manchen Situationen der Unsicherheit eine Entscheidung und ein Wahrscheinlichkeitsurteil ermöglichen. Dabei sollen auch Situationen geschaffen werden, in denen sie vielleicht auf keine Erfahrungen zurückgreifen können, damit die Schüler ein mögliches Vorgehen erlernen oder die Erfahrung sammeln, dass teilweise kein Wahrscheinlichkeitsurteil möglich ist bzw. ein Urteil sich als nicht zutreffend erweist.

## **5.2 Zugang zur Wahrscheinlichkeit mithilfe der Prozessbetrachtung**

Da die Lerneinheit unter Einbeziehung der Prozessbetrachtung gestaltet wird, ist es sinnvoll, auch diesen Aspekt in die Gestaltungsweise des Zugangs einzubinden. In seinen Arbeiten zur Prozessbetrachtung beschreibt SILL eine mögliche unterrichtliche Einführung in die Prozessbetrachtung und die Wahrscheinlichkeitstheorie, die im Folgenden beschrieben werden soll. Grundsätzlich kann die Prozessbetrachtung auf Vorgänge der verschiedensten Lebensbereiche angewendet werden. Dadurch kann und sollte auch der Zugang über zufällige Erscheinungen des Alltags gestaltet werden.

Als Ausgangspunkt für eine Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs bezeichnet SILL (2003, 15) die „intuitiven Vorstellungen der Schüler zum Begriff ‚wahrscheinlich‘“. Darauf aufbauend sollen gezielte Fragen im Sinne von „Was ist wahrscheinlicher?“ die Schüler zu Wahrscheinlichkeitsvergleichen bewegen und ihre bestehenden Vorstellungen vertiefen bzw. erweitern. (vgl. ebd., 15) Da diese Vergleiche aufgrund subjektiver Erfahrungen oder Vermutungen bestehen, kann hier von einem subjektiven Zugang zur Wahrscheinlichkeit gesprochen werden.

Im nächsten Schritt vertiefen die Schüler den Vergleich von Wahrscheinlichkeiten, indem sie mit den Ausdrücken „mehr oder weniger wahrscheinlich“ und „gleichwahrscheinlich“ operieren, um anschließend zu qualitativen Wahrscheinlichkeitseinschätzungen überzugehen. Den Begriff der Wahrscheinlichkeit bezeichnet SILL (2003, 16) auch als „Maß für die Erwartung des Eintretens eines Ereignisses“. Diesen Erwartungswert sollen die Schüler in der qualitativen Einschätzung als Ausprägungen innerhalb der Pole „sicher“ und „unmöglich“ beschreiben. Da hier noch keine Zahlenwerte zur Darstellung der Wahrscheinlichkeit benutzt werden, benutzen die Schüler sprachliche Ausdrucksmittel, wie die

Bezeichnungen „unwahrscheinlich“ für sehr geringe und „weniger wahrscheinlich“ für geringe Erwartungswerte, sowie „mehr wahrscheinlich“ für eine höhere und „sehr wahrscheinlich“ für eine sehr hohe Wahrscheinlichkeit. Zur Darstellung der Wahrscheinlichkeitseinschätzungen schlägt SILL die Verwendung einer Wahrscheinlichkeitsskala vor. (vgl. ebd., 16)

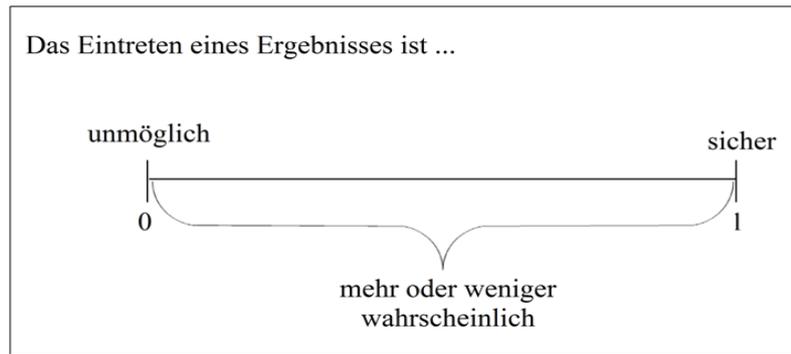
Zum Verhältnis der statistischen Stabilität von relativen Häufigkeiten und der Wahrscheinlichkeit vertritt SILL die Ansicht, zunächst eine Vorstellung zur Wahrscheinlichkeit zu entwickeln und dann die Untersuchung von relativen Häufigkeiten zur Vertiefung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs heranzuziehen. (vgl. ebd. 2003, 16) Somit distanziert sich SILL und verbunden damit die Prozessbetrachtung von einem statistischen Zugang zur Wahrscheinlichkeit und bevorzugt eine Zugangsweise über die subjektive und komparative Wahrscheinlichkeit. Das bedeutet, die Schüler vergleichen Wahrscheinlichkeiten miteinander und beziehen sich dabei auf subjektive Erfahrungen, Vorstellungen und Wissen. Für die Lerneinheit wird dieser Zugangsweg als richtungweisend angesehen und der Umsetzung in einer zweiten Klasse angepasst.

### 5.3 Die Wahrscheinlichkeitsskala nach VARGA

Die Wahrscheinlichkeitsskala nach VARGA ist ein Vorschlag von Tamas VARGA, der einen ungarischen Stochastiklehrgang entwarf und dabei den Anspruch hatte, zufällige Erscheinungen kindergerecht und durch aktive Auseinandersetzung im Mathematikunterricht zu integrieren. Ein Beitrag dazu soll die „VARGAsche Wahrscheinlichkeitsskala“ leisten. (vgl. HILSBURG 1991, 15)

Mithilfe der Skala sollen Schüler ihre individuellen und subjektiven Wahrscheinlichkeitseinschätzungen als einen bestimmten Punkt auf einer Skala darstellen und damit ihren Wahrscheinlichkeitsbegriff allmählich objektivieren. (vgl. HILSBURG 1991, 20)

Die Skala erstreckt sich zwischen den beiden Extremen „sicher“ und „unmöglich“, die den Wahrscheinlichkeiten  $P(A) = 1$  und  $P(A) = 0$  entsprechen. Die Begriffe „sicher“ und „unmöglich“ lassen sich durch die Axiome von KOLMOGOROFF (1933) theoretisch begründen. Zwischen diesen beiden Punkten kann der Wahrscheinlichkeitsaussage „mehr bzw. weniger wahrscheinlich“ ein ungefährender Punkt zugeordnet werden, der einem mathematischen Wert zwischen 0 und 1 entspricht.



Veranschaulichung einer Wahrscheinlichkeitsskala nach Varga

Die Wahrscheinlichkeitsskala eignet sich gut für die Verwendung im Stochastikunterricht der Grundschule, denn sie ist selbstständig und individuell herstellbar und kann didaktisch reduziert werden, sodass bereits Schüler der zweiten Klasse die Skala verwenden können. Dabei benutzen sie die Angaben „sicher“ und „unmöglich“, sowie „mehr oder weniger wahrscheinlich“, wobei sie diese Aussage nun konkretisieren müssen und eine Position auf der Skala auswählen, die ihrer Einschätzung entspricht. Dadurch können sie genauere Aussagen zur Wahrscheinlichkeit treffen, ohne dafür auf Zahlenwerte angewiesen zu sein. (vgl. HASEMANN & MIRWALD 2008, 27)

Wird die Skala für den Einsatz in der zweiten Klasse didaktisch reduziert, so werden die Zahlenwerte 0 und 1 als Ausdruck der qualitativen Aussagen „sicher“ und „unmöglich“ im Unterricht nicht verwendet. Diese würden einer Erklärung bedürfen, die dem Grad des Wahrscheinlichkeitsverständnisses eines Schülers in der zweiten Klasse nicht entspricht. Stattdessen verwenden die Schüler die Begriffe „sicher“ und „unmöglich“ für die Endpunkte der Skala und charakterisieren eine Positionierung innerhalb der Skala als „mehr wahrscheinlich“ bzw. „weniger wahrscheinlich“. Dadurch dient die Wahrscheinlichkeitsskala von VARGA als Darstellungsmittel einer Wahrscheinlichkeitseinschätzung, die von Schülern in der zweiten Klasse getroffen werden kann.

#### 5.4 Didaktische Prinzipien zur Erarbeitung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in der Grundschule

In der Literatur finden sich neben praktischen Vorschlägen auch didaktische Hinweise zur Erarbeitung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs. Einige dieser Hinweise sollen im folgenden Kapitel gesammelt werden und die Grundlage für bestimmte didaktische Prinzipien für den Stochastikunterricht in der Grundschule und im Besonderen für die Erarbeitung des

Wahrscheinlichkeitsbegriffs bilden. Innerhalb der Prinzipien gibt es auch immer wieder methodische Hinweise, die hier nicht extra als solche hervorgehoben werden. Einige dieser Prinzipien stehen in enger Verbindung zu den Begründungsfeldern, andere beziehen sich auf die entwicklungspsychologischen Entwicklungsschemen. Die didaktischen Hinweise stehen in einem Gefüge und bedingen sich gegenseitig. Dieses Gefüge soll auch im folgenden Praxisvorschlag berücksichtigt werden.

**Prinzip 1: Der Stochastikunterricht in der Grundschule ist propädeutisch.**

Hinter dem ersten Prinzip steht die Forderung nach einem Unterricht, der einen einführenden und vorbereitenden Charakter hat. Entsprechend des spiralförmigen Aufbaus, findet eine erste Annäherung an wichtige Begriffe, wie „wahrscheinlich“, statt, welche jedoch ohne Definitionen oder umfassende Begriffserklärungen vorgestellt werden. Die Schüler sollen erste Vorstellungen zu den Begriffen entwickeln, oder ihre bereits bestehenden Vorstellungen überprüfen und gegebenenfalls erweitern oder korrigieren. Dadurch werden wichtige Denk- und Handlungsmuster der Stochastik vorbereitet und können in den folgenden Schuljahren weiterentwickelt werden. (vgl. GRÜNEWALD 1991b, 46)

**Prinzip 2: Die Erfahrungen und Vorstellungen der Schüler sind Ausgangs- und Mittelpunkt des Stochastikunterrichts.**

Das zweite Prinzip ist in zwei Richtungen zu betrachten. Die erste Richtung basiert auf dem Erfahrungsschatz der Schüler als Ausgangspunkt. Kinder bringen ihre bereits gemachten und daher ganz individuellen Erfahrungen mit – so auch im Stochastikunterricht. Diese Vorkenntnisse müssen berücksichtigt werden und sollten sogar aktiv in den Unterricht mit eingebracht werden. Dabei ist es einerseits wichtig, den Schülern die Möglichkeit zu geben, sich über die eigenen Erfahrungen bewusst zu werden und davon zu berichten. Andererseits hat der Lehrer die Aufgabe, eventuelle Fehlvorstellungen zu erkennen und in der Gestaltung des folgenden Unterrichts zu berücksichtigen. Wilfried JANNACK (2008, 4) schlägt vor, die Schüler zunächst anzuregen, über ihre eigenen Erfahrungen nachzudenken und sich dann mit den anderen Schülern bzw. im Plenum darüber auszutauschen, um die eigenen Vorstellungen klar zu äußern und zu formulieren. Anschließend können diese Vorstellungen mithilfe von Versuchen und Experimenten überprüft und angewandt werden. BINNER u. ITZGEHL u. a. (2012, 9) betonen darum, dass auch die gestellten Aufgaben an

die Vorerfahrungen der Schüler anknüpfen müssen, gleichzeitig müssen die Schüler durch das Nachdenken zu etwas Neuem gelangen.

Somit deutet die zweite Richtung dieses Prinzips auf zukünftige Erfahrungen hin, die im Unterricht gemacht werden sollen. Anhand dieser Erfahrungen kann neues Wissen aufgebaut und bestehendes Wissen erweitert oder korrigiert werden. Besonders in Hinblick auf die „menschliche Neigung, zu nicht kontrollierbaren Phänomenen ein persönliches Verhältnis zu gewinnen, indem man diese durch einen ‚Dämonen‘ vertreten sieht“ (LIND 1992, 12; in: WOLLRING 1994, 31), muss der Unterricht den Schülern konkrete Auseinandersetzungen mit der Wahrscheinlichkeit und dem Zufall ermöglichen, um die Vorstellungen zu verändern bzw. aufzubauen. (vgl. WOLLRING 1994, 31) Als didaktische Konsequenz fordert WOLLRING (1994, 32) „Erfahrungen in echten oder simulierten Risikosituationen“ und bezieht sich dabei auf MAIER (1991, 16; in: WOLLRING 1994, 32), der das Verstehen als kognitiven Prozess wie folgt beschreibt:

Verstehen ist nicht nur ein kognitiver Prozeß, er muss emotional angestoßen werden, wird von spezifischen Emotionen begleitet und löst individuell unterschiedliche emotionelle Bewegungen aus. Dabei sind Kognitives und Emotionales unlösbar ineinander verschränkt.

In „echten“ Situationen ist, nach WOLLRING, die Verbindung von Emotion und Kognitivem hinsichtlich stochastischer Erkenntnisse gegeben. Um sich von ihren subjektiven Überzeugungen, Vorstellungen und Erlebnissen zu lösen und neues Wissen aufzubauen, benötigen Kinder ausreichend stochastische Erfahrungen. (vgl. WOLLRING 1994, 32) Denn besonders in Vorbereitung des naturwissenschaftlichen Denkens ist es für Kinder notwendig, eigenes Wissen zu entwickeln, auf dessen Grundlage Probleme gelöst und Schlussfolgerungen gezogen werden können. Durch ihre Erfahrungen können Kinder Theorien entwickeln und sich dadurch ihre Umwelt erklären. (vgl. SCHLAG 2010, 16f.)

### **Prinzip 3: Der Stochastikunterricht muss zahlreiche Möglichkeiten zur eigenständigen praktischen Tätigkeit anbieten.**

Das Prinzip 2 deutet bereits darauf hin, dass der Schüler selbst tätig und aktiv werden muss, um für den Lernprozess wichtige Erfahrungen zu machen. Daraus resultiert das Prinzip 3, das einen hohen Anteil an praktischen Übungen im frühen Stochastikunterricht fordert. NEUBERT (2002, 29) begründet dies mit einer Schlussfolgerung, die er aus der

eigenen Durchführung einer Unterrichtseinheit zum Thema Wahrscheinlichkeit ziehen konnte: Eigene Erfahrungen sind für Schüler bedeutender als Überlegungen, die rein theoretisch sind. In Bezug auf die Wahrscheinlichkeitstheorie bedeutet dies, dass Schüler eine Aussage zur Wahrscheinlichkeit häufiger von eigenen Erfahrungen abhängig machen, als von theoretischen Überlegungen. Für die Erarbeitung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs ergibt sich damit die Notwendigkeit einer aktiven, experimentellen, spielerischen Unterrichtsgestaltung, um den Schülern möglichst viele Erfahrungen, auf die sie ihre Aussagen stützen können, zu ermöglichen. (vgl. [u. a.] NEUBERT 2002; GRÜNEWALD 1991b)

Als wichtige praktische Tätigkeit gilt in diesem Kontext das Experimentieren. Durch ein Zufallsexperiment kann ein zufälliger Vorgang untersucht werden. Im Anfangsunterricht müssen die Schüler langsam an diese neue praktische Arbeit herangeführt werden, um das Verfahren kennenzulernen und zunehmend auch selbstständig arbeiten zu können. Auch das Probieren, als weiteres Verfahren, soll in diesem Zusammenhang kennengelernt und als legitime mathematische Methode verstanden und angewandt werden. (vgl. GRÜNEWALD 1991c, 620f.)

Zur Praktischen Tätigkeit zählen jedoch nicht nur das eigenständige Probieren und Experimentieren, sondern auch kommunikative Aktivitäten. Die zufälligen Vorgänge, die im Rahmen des Unterrichts betrachtet werden, sollten unbedingt mit den Schülern besprochen werden. (vgl. GREEN 1983, 37) Indem die Schüler ihre Ideen und Vorstellungen äußern und sich mit den anderen Schülern austauschen, werden die Kommunikations- und Argumentationskompetenzen gefördert, wenn zum Beispiel eine individuelle Wahrscheinlichkeitseinschätzung begründet werden soll. Besonders zu Beginn der Entwicklung eines Wahrscheinlichkeitsbegriffs gibt es keine Alternative zum sprachlichen Ausdruck der eigenen Einschätzungen, denn die Schüler können die Wahrscheinlichkeit noch nicht mathematisch errechnen und auf diesem Weg darstellen. Es bleibt zu Beginn nur die sprachliche Wahrscheinlichkeitsaussage und die gilt es, im frühen Stochastikunterricht zu fördern.

Insgesamt ist das praktische, aktive und entdeckende Arbeiten und Lernen richtungsweisend für den Stochastikunterricht und kann sich bei Schülern positiv durch Lernfreude, Motivation und Leistungsbereitschaft auswirken. (vgl. BINNER & ITZIGEHL [u.a.] 2012, 12)

**Prinzip 4: Das Vermitteln von Wissen findet vorwiegend durch Anschauungen und enaktiven<sup>4</sup> statt.**

Das vierte Prinzip bezieht sich auf die Vermittlung der stochastischen Sachverhalte. Im Stochastikunterricht der Grundschule sollten die Inhalte überwiegend enaktiv und anschaulich vermittelt werden. (vgl. MAYER 2008, 24) Dieses Prinzip greift damit die Prinzipien 2 und 3 wieder auf und verstärkt die Forderung nach praktischer Arbeit (enaktiv), um Erfahrungen zu sammeln. Außerdem fordert es eine hohe Anschaulichkeit, einerseits durch das selbstständige Ausprobieren, andererseits durch die zunehmende Verwendung von Hilfsmitteln, um den eigenen stochastischen Einschätzungen Ausdruck zu verleihen. Die Wahrscheinlichkeitsskala nach VARGA stellt ein Beispiel dar.

Richtungsweisend für einen erfolgreichen Stochastikunterricht ist die enaktive Vermittlung auch hinsichtlich der Binnendifferenzierung in einer Klasse. Besonders lernschwache Schüler sind auf eine enaktive Ausrichtung des Unterrichts angewiesen, da sie viele Erfahrungen machen müssen, um daraus neues Wissen aufzubauen. (vgl. MAYER 2008, 25)

## **5.5 Die Sprache der Stochastik -- Besonderheit und Schwierigkeit**

Nachdem wichtige didaktische Prinzipien beschrieben wurden, soll der folgende Abschnitt auf didaktische Besonderheiten im sprachlichen Umgang mit stochastischen Situationen hinweisen und mögliche Schwierigkeiten herausstellen.

Eine erste Besonderheit und gleichzeitig das Potential für Schwierigkeiten verbergen sich hinter der Fachsprache, die sich die Schüler im Laufe der Lerneinheit bzw. des Stochastikunterrichts aneignen und anwenden sollen. Fachbegriffe wie „wahrscheinlich“, „Ergebnis“ oder „zufällig“ sind Bestandteile der alltäglichen Sprache, unterscheiden sich jedoch in ihrer Bedeutung, denn oftmals sind sie im alltäglichen Gebrauch anders besetzt als in der Fachsprache. So assoziieren Schüler mit dem Begriff „Ergebnis“ oft das Resultat einer Rechenoperation, etwas, dass rechnerisch ermittelt werden kann. Die Schüler müssen erst im Unterricht die stochastische Bedeutung kennenlernen. Der Begriff „Wahrscheinlichkeit“ ist für Kinder zu Beginn der Grundschulzeit größtenteils noch völlig inhaltslos.

---

<sup>4</sup> Der Begriff „enaktiv“ bezeichnet eine der Darstellungsform (Darstellung durch Handlung), die Bruner beschrieben hat. Weitere Formen der Darstellung sind die ikonische (bildliche Darstellung) und die symbolische (Darstellung von Zeichen und Symbolen) Form. (vgl. WITTMANN 1997, 17)

(vgl. JANNACK 2008, 5) Der Ausdruck „wahrscheinlich“ dagegen ist häufig schon bekannt, allerdings weicht auch hier die Bedeutung in der Alltagssprache (etwas ist nicht sicher, aber wird erwartet) von der Fachsprache ab. Diese abweichenden Bedeutungen können im Unterricht „Stolperstellen“ darstellen, da sie maßgeblich die Wahrscheinlichkeitsaussagen beeinflussen und beeinträchtigen können. (vgl. HASEMANN & MIRWALD 2008, 25)

Um dem entgegenzuwirken, müssen die Erfahrungen der Kinder zu den Begrifflichkeiten betrachtet werden. Darauf aufbauend, kann der stochastische Wortschatz der Kinder im Lernprozess erweitert bzw. differenziert werden, indem die Schüler die Begriffe durch eine aktive Auseinandersetzung mit Vorstellungen und Assoziationen füllen. (vgl. GASTEIGER 2009, 13) Besonders der Begriff des ‚zufälligen Vorgangs‘ „muss vom umgangssprachlichen Gebrauch und ebenso von möglicherweise vorhandenen intuitiven Vorstellungen abgegrenzt werden“ (EICHLER & VOGEL 2009, 158). Assoziationen in der Alltagssprache beziehen sich dabei vor allem auf Vorgänge, die selten oder ungewöhnlich und nicht beeinflussbar von menschlichem Einwirken oder anderen Bedingungen sind, was sich deutlich vom Begriffsverständnis in der Prozessbetrachtung unterscheidet. (vgl. ebd., 158)

Diese problematische Differenz zeigt die besondere Stellung der Sprache im Stochastikunterricht und wirft die Frage auf, wie der sprachliche Umgang mit der Stochastik gestaltet sein muss, um in der Grundschule angewendet zu werden. HEFENDEHL-HEBEKER (1983, 4) bezeichnet die Fähigkeit, sicher mit der Sprache der Stochastik umzugehen, als wesentlichen Bestandteil der „Ausbildung des stochastischen Denkens“. Darum stellt sie Anforderungen an eine angemessene stochastische Sprache: Zum einen muss die Sprache „einfach und konkret“ sein, sollte sich aber auch an den sprachlichen Gewohnheiten der Schüler orientieren. Sie muss außerdem theoretische Ideen der Stochastik vermitteln, gleichzeitig aber anwendungsbereit sein. (vgl. ebd., 4) Daher muss die Sprache der Stochastik im Unterricht eine wichtige Rolle spielen, indem auch die Verwendung der Fachsprache in Schüleräußerungen besonders beachtet wird. Einerseits muss darauf geachtet werden, dass den Schülern deutlich wird, dass Aussagen zur Wahrscheinlichkeit nur eine Schätzung sind und keine genauen Lösungen geben. (vgl. GRÜNEWALD 1991b, 51) Andererseits ist es notwendig, bestimmte Begriffe klar voneinander abzugrenzen. So müssen bei der Verwendung der Begriffe „sicher“, „möglich, aber nicht sicher“ und „unmöglich“ klare Grenzen gezogen werden. Wird der Begriff „möglich, aber nicht sicher“ durch

die Begriffe „mehr wahrscheinlich“ und „wenig wahrscheinlich“ differenziert, so kann es zu einer anderen Schwierigkeit kommen, von der GASTEIGER (2009, 13) berichtet. Sie beobachtete, dass besonders die Unterscheidung der Begriffe „unmöglich“ und „unwahrscheinlich“ schwierig für Schüler ist. Dieses Beispiel bestätigt die Notwendigkeit, stochastische Begriffe klar und durch eine Vielzahl von Beispielen voneinander abzugrenzen.

## **6 Ein Praxisvorschlag – Eine Lerneinheit zur Einführung und Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs im 2. Schuljahr**

### **6.1 Verortung des Themas in die Bildungspläne**

Um eine mögliche Lerneinheit zum Aufbau des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in einer zweiten Klasse vorzustellen und die Zielsetzung zu begründen, ist es notwendig, das Themenfeld der Stochastik und speziell der Wahrscheinlichkeitstheorie in den Bildungsplänen des Landes Mecklenburg-Vorpommern zu verorten. Dazu wird eine Zweiteilung vorgenommen, indem sich die Verortung zunächst auf die Bildungsstandards, die deutschlandweiter Geltung unterliegen, und anschließend auf den Rahmenplan Mecklenburg-Vorpommern bezieht.

#### ***6.1.1 Bildungsstandards<sup>5</sup>***

Die Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz teilen die zu erwerbenden mathematischen Kompetenzen in zwei Bereiche auf: (1) die allgemeinen mathematischen Kompetenzen und (2) die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen. Die beiden Kompetenzbereiche sind als untrennbar anzusehen und sollen im Mathematikunterricht erworben werden, um ein umfassendes mathematisches Verständnis aufzubauen. (vgl. Bildungsstandards 2004, 6)

- (1) Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen umfassen die Art und Weise des Umgangs mit mathematischen Sachverhalten und Problemen und setzen sich aus den Kompetenzen Kommunizieren, Argumentieren, Darstellen von Mathematik, Problem-

---

<sup>5</sup> Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich vom 15.10.2004

lösen und Modellieren zusammen. Das Themenfeld der Wahrscheinlichkeitsrechnung lässt sich wie folgt in diese Kompetenzen einordnen:

- **Kommunizieren:**
  - Die Schüler beschreiben die eigene Vorgehensweise, vollziehen die Lösungswege anderer nach und reflektieren gemeinsam darüber.
  - Die Schüler verwenden die mathematischen Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht.
  
- **Argumentieren:**
  - Die Schüler hinterfragen Wahrscheinlichkeitsaussagen und überprüfen ihre Korrektheit.
  - Sie erkennen mathematische Zusammenhänge und entwickeln Vermutungen.
  - Die Schüler suchen nach Begründungen und vollziehen diese nach.
  
- **Problemlösen:**
  - Die Schüler entwickeln Lösungsstrategien und nutzen diese (z.B. systematisch probieren).
  - Sie erkennen Zusammenhänge, nutzen sie und übertragen sie auf ähnliche Sachverhalte.
  
- **Modellieren:**
  - Die Schüler übersetzen Sachprobleme in die Sprache der Mathematik, lösen sie innermathematisch und beziehen diese Lösungen auf die Ausgangssituation.
  
- **Darstellen:**
  - Die Schüler entwickeln für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen, wählen sie aus und nutzen sie.
  - Sie vergleichen Darstellungen miteinander und bewerten sie.

(vgl. Bildungsstandards, 8)

(2) Die innermathematischen Kompetenzen gliedern sich in bestimmte Themenfelder, von denen das Themenfeld „Daten und Zufall“ die Wahrscheinlichkeitstheorie aufgreift. Dieses Themenfeld beinhaltet bezüglich der Wahrscheinlichkeitstheorie folgende innermathematischen Kompetenzen:

- Grundbegriffe kennen (z. B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich),
- Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z. B. bei Würfelspielen) einschätzen.

### **6.1.2 Rahmenplan Mecklenburg-Vorpommern**

Der Rahmenplan behandelt die Stochastik als eigenständiges Themenfeld („Daten und Zufall“) und zeigt damit die Bedeutsamkeit dieses Themas. Innerhalb des Themenfeldes geht es vor allem darum, die Schüler im Umgang mit Daten zu schulen und einen Wahrscheinlichkeitsbegriff zu entwickeln. Für den Bereich Wahrscheinlichkeit werden für die Jahrgangsstufen 1 und 2 folgende Ziele formuliert:

- in Vorgängen der eigenen Erfahrungswelt zufällige Ereignisse finden,
- den Ereignissen Begriffe zuordnen.

Diese Ziele sollen durch folgende Inhalte realisiert werden:

- Spiele,
- Verständnis von Wahrscheinlichkeit: ist möglich (aber nicht sicher), ist sicher, ist nicht möglich.

(vgl. Rahmenplan, 28)

## **6.2 Zielstellung und Überblick zur Lerneinheit**

Entsprechend des Rahmenplans sollen die Schüler im Mathematikunterricht eine umfassende Handlungskompetenz entwickeln. Diese Handlungskompetenz setzt sich aus verschiedenen Teilkompetenzen zusammen. Die grobe Zielstellung der Unterrichtseinheit soll anhand dieser Teilkompetenzen erfolgen:

### **(1) Sachkompetenz:**

Die Schülerinnen und Schüler:

- identifizieren zufällige Erscheinungen in ihrer Lebensumwelt und beschreiben diese mit fachlichen Begriffen.
- vergleichen Wahrscheinlichkeiten und machen Wahrscheinlichkeitsaussagen.
- unterscheiden Fachbegriffe und verwenden diese.

**(2) Methodenkompetenz:**

Die Schülerinnen und Schüler:

- vergleichen Wahrscheinlichkeiten.
- verdeutlichen ihre Wahrscheinlichkeitsaussagen mithilfe der Wahrscheinlichkeitsskala.
- stellen zufällige Vorgänge ergebnisorientiert nach.

**(3) Soziale Kompetenz:**

Die Schülerinnen und Schüler:

- schildern ihre Wahrscheinlichkeitseinschätzungen gegenüber ihren Mitschülern und erfassen die Einschätzungen ihrer Mitschüler.
- erarbeiten gemeinsam Wahrscheinlichkeitsaussagen.

**(4) Personale Kompetenz:**

Die Schülerinnen und Schüler:

- beschreiben eigene Vorstellungen und Erfahrungen zur Wahrscheinlichkeit.
- präsentieren ihre Erkenntnisse aus praktischen Untersuchungen.
- äußern subjektive Wahrscheinlichkeitseinschätzungen.

Die folgende Lerneinheit für eine zweite Klasse umfasst acht Unterrichtsstunden (à 45 Minuten), in denen verschiedene Erarbeitungs-, Übungs- und Anwendungsphasen zusammenwirken, um der Zielstellung nachzukommen. Die erste Stunde dient der Motivation und Einführung in das Thema. In der zweiten Stunde werden erste zufällige Vorgänge betrachtet, sowie Grundlagen der Prozessbetrachtung vermittelt. Die dritte Stunde umfasst die Anwendung und Übung des Wahrscheinlichkeitsvergleichs, um eine Wahrscheinlichkeitsaussage zu machen. In der vierten Stunde wird der Blick auf ein Ergebnis eines zufälligen Vorgangs verengt, damit zu qualitativen Einschätzungen aufgrund von Intuition, Erfahrungen und Prozessbetrachtung übergegangen werden kann. Die Begriffe „sicher“, „möglich, aber nicht sicher“ und „unmöglich“ werden in der fünften Stunde anhand der Wahrscheinlichkeitsskala eingeführt und erarbeitet. Diese Begriffe bilden den Schwerpunkt in der sechsten Stunde und sollen von den Schülern verwendet und auf bestimmte zufällige Vorgänge und ihre möglichen Ergebnisse bezogen werden. Dabei wird der Ausdruck „möglich, aber nicht sicher“ mit den vorher benutzten Ausdrücken „mehr wahr-

scheinlich“ bzw. „weniger wahrscheinlich“ oder „unwahrscheinlich“ verknüpft, sodass eine Präzisierung von „möglich, aber nicht sicher“ vorgenommen werden kann. Die siebte und achte Stunde bilden die Anwendungsphase der qualitativen Wahrscheinlichkeitseinschätzung mithilfe der Wahrscheinlichkeitsskala, sowie den Abschluss und die Reflexionsphase der Lerneinheit. Im Anhang (s. S. 76) ist eine tabellarische Übersicht über die Inhalte und Ziele der einzelnen Stunden zu finden.

### **6.3 Didaktische Reduktion der „Prozessbetrachtung“ und didaktisch-methodische Konsequenzen**

Bevor die einzelnen Phasen der Lerneinheit im Folgenden beschrieben und didaktisch, sowie methodisch analysiert werden, soll an dieser Stelle die konkrete Umsetzung der Prozessbetrachtung in der Lerneinheit erläutert werden. Entsprechend des Zugangs über die Prozessbetrachtung (siehe Kapitel 5.2) soll an dieser Stelle eine didaktische Reduktion erfolgen, um die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in einer zweiten Klasse zu beginnen.

In der Lerneinheit werden die Schüler nicht mit dem Zufallsbegriff konfrontiert, sondern mit Vorgängen, die dem Alltag und der Lebensumwelt der Kinder entspringen. Der Begriff „Vorgang“ wird synonym zum Begriff „Prozess“ verwendet und gilt im schulischen Kontext sogar als bevorzugt, da er aus der Umgangssprache geläufiger und vor allem für jüngere Schüler verständlicher ist (vgl. SILL 2010, 6).

Diese Vorgänge können zu verschiedenen Ergebnissen führen, was dem Konzept des „zufälligen Vorgangs“ nach SILL entspricht. Die Schüler sollen erkennen, dass es Vorgänge gibt, bei denen verschiedene Ergebnisse möglich sind und dass eine genaue Vorhersage nicht immer möglich ist. Der Begriff „Vorhersage“ spielt in der Lerneinheit eine bedeutende Rolle und soll in diesem Rahmen als Synonym für eine Wahrscheinlichkeitsaussage bzw. ein Wahrscheinlichkeitsurteil stehen. Die Schüler sollen feststellen, dass bei vielen Vorgängen nur Vorhersagen gemacht werden können, die nicht allgemeingültig sind. Jedoch kann der Vorgang genauer betrachtet werden, in dem gefragt wird, warum ein Ergebnis eintritt und welche Gründe es dafür geben könnte. Mit dieser Herangehensweise stoßen die Schüler unbewusst auf Bedingungen des Vorgangs. Der Begriff „Bedingungen“ wird jedoch nicht eingeführt. Genauso bleibt auch das Charakteristikum der Merkmalsauswahl für den Schüler verborgen, da der Lehrer diese trifft. Die möglichen Merkmalsausprägungen

gen eines „zufälligen Vorgangs“ werden als Ergebnisse bezeichnet, wobei dieser Begriff im Kontext der Wahrscheinlichkeitstheorie eingeführt werden muss und synonym durch die Frage nach Möglichkeiten ausgedrückt wird. Die Beispiele, die im Unterricht verwendet werden, stammen aus verschiedenen Lebensbereichen, jedoch wird die Welt der Glücksspiele bewusst umgangen, da die Gleichwahrscheinlichkeit noch keine Rolle in der Lerneinheit spielen soll.

Die Prozessbetrachtung äußert sich demnach in der Lerneinheit vor allem durch das Erkennen von möglichen Ergebnissen eines Vorgangs, sowie von möglichen Gründen für das Eintreten eines bestimmten Ergebnisses. Die Untersuchungen von zufälligen Vorgängen finden vorwiegend mündlich im Unterrichtsgespräch statt, um den Schülern die Möglichkeit zu geben, ihre Ideen und Erfahrungen zu äußern. Durch die Betrachtung von Bedingungen bahnen die Schüler zudem eine naturwissenschaftliche Betrachtung der Lebensumwelt an.

#### **6.4 Planung der Lerneinheit**

Die Lerneinheit ist für eine zweite Klasse geplant, für die das Themengebiet „Wahrscheinlichkeit“ im Mathematikunterricht ein neues Thema darstellt. Das bedeutet, es werden keine stochastischen Kenntnisse und Methoden vorausgesetzt.

Eine Besonderheit ist eine lerneinheitsübergreifende Thematik, sowie eine Identifikationsfigur, die alle Stunden begleitet und die Einheit umrahmt. Die Identifikationsfigur entspringt einer Thematik, die auch in der Lebensumwelt der Kinder eine große Bedeutung besitzt – das Wetter. Ein Vorgang, der klar als ein „zufälliger Vorgang“ beschrieben werden kann, da es bei der Betrachtung des Merkmals „Wie äußert sich das Wetter?“ unterschiedliche Merkmalsausprägungen gibt und ebenso Bedingungen festzustellen sind. Die Schüler kennen verschiedene Wettererscheinungen und erleben selbst in ihrer Freizeitgestaltung eine gewisse Abhängigkeit vom Wetter. Das Phänomen der Wettervorhersage soll die Lerneinheit begleiten und die Kinder zum Wesen einer Vorhersage führen.

Die Identifikationsfigur wird durch einen Wetterfrosch dargestellt, der die gleiche Aufgabe erfüllen soll, wie die Schüler – eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung geben. Dass Wetterfrösche tatsächlich das Wetter vorhersagen können, gilt wissenschaftlich gesehen als veraltete Legende und die Lerneinheit zielt nicht darauf ab, diese Legende zu bekräftigen. Aus didaktischer und thematischer Sicht eignen sich die Wettervorhersagen eines Frosches

jedoch durchaus für die Lerneinheit, weil es die Lebenswelt der Kinder anspricht und die Vorhersagefähigkeit eines Frosches bereits kritisch von Kindern in dem Alter betrachtet wird. Dieser Zweifel kann thematisiert werden und dient daher der Ausbildung eines zunehmend realistischen und objektiven Verständnisses von Wahrscheinlichkeit.

Um die Schüler bei der Entwicklung dieses Verständnisses soweit wie möglich zu unterstützen, werden viele der Anwendungs- und Übungsaufgaben in dieser Lerneinheit mündlich und kommunikativ geprägt sein, da die Schüler oftmals ein Geschehen oder einen Vorgang gedanklich einschätzen sollen. Anliegen dieser Lerneinheit ist es, den Schülern viele Möglichkeiten einzuräumen, selbst eine Einschätzung geben zu können, diese zu äußern und zu begründen.

Die besondere Bedeutung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen Argumentieren und Kommunizieren in der Lerneinheit wird dadurch begründet, dass Grundschüler oftmals noch nicht in der Lage sind, ihre Vorstellungen und intuitiven Antworten angemessen zu verbalisieren. Dadurch können Schwierigkeiten und Probleme im Stochastikunterricht auftreten, die ihren Ursprung nicht in den Inhalten haben, sondern durch die mangelnde Fähigkeit der Verbalisierung entstehen. (vgl. PFEIL 2010, 24) Die Schulung der Argumentations- und Begründungsfähigkeiten wird daher wesentlich für die Gestaltung des Unterrichts. Begründungen und verbale Erklärungen haben außerdem den Vorteil, dass manche Erkenntnisse bei Schülern erst durch die Verbalisierung zustande kommen. (vgl. ebd. 2010, 25) Ein weiterer Grund für den hohen Anteil an kommunikativer Arbeit in der Lerneinheit ist die Befürchtung, dass die intuitiven Vorstellungen und Erfahrungen, welche die Schüler mitbringen, verloren gehen, wenn sie nicht aufgefangen werden. (vgl. HAWKINS & KAPADIA 1984 in: MARTIGNON & WASSNER 2005, 204) Darum ist ein wichtiges Ziel der Lerneinheit, die Schüler zu ermutigen, sich und die eigenen Gedanken, Ideen, Vorstellungen und das eigene Wissen auszudrücken. Dazu sollen am Ende jeder Stunde ein paar Minuten für Fragen oder einer Reflexion zur Verfügung stehen. Dieser Stundenabschluss ist wichtig für die Lehrperson, da diese dadurch in Kontakt zu den Schülern bleibt, um eventuell auf Fehlvorstellungen zu reagieren und diese im Verlauf der Lerneinheit aufzugreifen.

Die Lerneinheit und ihre Aufgaben basieren oftmals auf dem individuellen Wissens- und Erfahrungsstand, welcher sich nicht auf mathematische Inhalte bezieht. Demzufolge haben auch Schüler, die sonst Schwierigkeiten im Mathematikunterricht haben, in dieser Thematik die Chance, ihr persönliches Wissen über andere Lebensbereiche anzuwenden

und dadurch zu Erfolgserlebnissen zu kommen. Somit ist die Lerneinheit auch für die Differenzierung geeignet, indem die persönlichen Fähigkeiten bzw. Interessenbereiche beachtet und an entsprechender Stelle hervorgehoben werden.

Im Folgenden wird die geplante Lerneinheit in Phasen vorgestellt und gleichzeitig didaktisch und methodisch analysiert und begründet. Erwähnte Arbeitsmaterialien und ausführliche Stundenverläufe sind im Anhang zu finden.

#### ***6.4.1 Motivations- und Hinführungsphase***

Die Motivationsphase für eine Lerneinheit von acht Stunden ist von großer Bedeutung, da sie die Schüler auf das Thema einstimmen und einen groben Ausblick auf die Lerneinheit geben soll, gleichzeitig aber Spannung erzeugen soll und daher nichts vorwegnehmen darf. Um diesem Anspruch gerecht zu werden, wird die Lerneinheit über eine Geschichte eingeleitet (s. Anhang S. 85). Das Geschichtenerzählen ist noch ein fester Bestandteil der Lebensumwelt von Kindern in diesem Alter und wird daher zu einem wichtigen Teil der Lerneinheit. Die Geschichte rund um „Kalle, der Wetterfrosch“ soll die Schüler zur Kommunikationsbereitschaft ermutigen und eine motivierende Arbeitsatmosphäre schaffen. Dafür wird ein Großteil der ersten Stunde als Motivations- und Hinführungsphase genutzt. In den weiteren Stunden werden die Motivations- und Hinführungsphasen teilweise ebenfalls durch Geschichten bestimmt, sowie durch ein Ritual, das in der ersten Stunde erarbeitet und im nächsten Abschnitt beschrieben wird.

Um eine motivationsbasierte und möglichst kommunikative Stunde zu beginnen, leitet die Lehrperson die Geschichte von Kalle, dem Wetterfrosch, kurz ein, indem gesagt wird, dass es um eine Geschichte von einem Frosch und seinem Berufswunsch gehen wird. Durch die Frage, welche Berufswünsche für einen Frosch denkbar wären, sollen die Schüler neugierig gemacht werden, ihre Fantasie benutzen und gleichzeitig ermutigt werden, über einen Vorgang mit unsicherem Ergebnis und verschiedenen Möglichkeiten nachzudenken. Nachdem die Schüler einige Ideen gesammelt haben, wird die Geschichte im Sitzkreis durch die Lehrperson erzählt. Der Sitzkreis löst die Schüler von ihren Plätzen und macht dadurch den besonderen Charakter dieser Lerneinheit deutlich. Da die erste Stunde ausschließlich mündlich gestaltet wird, ermöglicht der Sitzkreis eine kommunikationsförderliche Situation zwischen Lehrperson und Schüler, aber auch zwischen Schülern untereinander. Der Sitzkreis eignet sich allgemein besser für das Erzählen einer Geschichte, denn

so ist der Erzähler näher an seinen Zuhörern und kann auf sie reagieren, wodurch das Erzählen lebendiger wird. So soll auch das Erzählen dieser Geschichte lebendig und interaktiv gestaltet werden, indem auf die Schüler durch eventuelle Begriffserklärungen und Nachfragen reagiert wird. Durch die Beantwortung von Fragen, bekommen die Schüler darüber hinaus eine aktive Rolle in der Geschichte. Diese Methode beginnt bereits in der ersten Stunde und wird in weiteren Teilen der Lerneinheit aufgegriffen. Die Schüler sollen dadurch die Geschichte und den Unterricht mitgestalten und auch während der Erzählphasen aktiv bleiben, um anschließend Fragen beantworten zu können.

*Warum wird eine Geschichte gewählt und einem anderen Einstieg vorgezogen?*

Die Schüler sollen viele Einschätzungen aufgrund von subjektivem Wissen und Erfahrungen geben, wodurch die Lerneinheit stark subjektiv ausgerichtet ist. Daher soll der Einstieg zum einen losgelöst vom Subjekt gestaltet werden, indem die Aufmerksamkeit auf die Figur Kalle gerichtet und von ihm berichtet wird. Zum anderen wird aber bereits der hohe Anteil der eigenen Person durch die Geschichte deutlich. Denn wie die Schüler später, lernt auch Kalle in der Geschichte erst, eine Vorhersage zu machen und wird dadurch zur Identifikationsfigur und zum ständigen „Begleiter“ für die Lerneinheit. Die Aufforderung zum gemeinsamen Lernen soll das Gemeinschaftsgefühl der Klasse stärken und auch schwächere Schüler für die Lerneinheit ermutigen.

Entsprechend der aktiven Erzählgestaltung wird in der Geschichte die Frage gestellt, welche Wettererscheinungen es gibt. Im Gespräch sollten die Schüleräußerungen auf die bekanntesten und häufigsten Erscheinungen verallgemeinert und nicht weiter differenziert werden. Zum einen ist diese Frage bedeutend für die lerneinheitsübergreifende Wetterthematik, zum anderen führen die Schüler dadurch einen ersten wichtigen Schritt hinsichtlich der Prozessbetrachtung und der Wahrscheinlichkeitstheorie durch, indem sie überlegen, welche Ergebnisse ein zufälliger Vorgang haben kann. Die Einstiegsfrage an die Schüler ist außerdem gut geeignet, um allen Schülern einen positiven Einstieg in das Thema zu ermöglichen, da jeder Schüler in der Lage sein wird, mindestens eine Wetterausprägung zu nennen. Die Antworten der Schüler werden durch vorbereitete Wetterkarten (s. Anhang S. 89) an der Tafel festgehalten, sodass die Schüler daran gewöhnt werden, mögliche Ergebnisse nicht nur zu durchdenken, sondern auch darzustellen, um einen zufälligen Vorgang entsprechend der Wahrscheinlichkeitstheorie zu betrachten. Die Wetterkarten bilden die Grundlage für die spätere erste Wahrscheinlichkeitseinschätzung, sowie für das Ritual, mit dem jede Stunde beginnen soll. Im nächsten Schritt beginnt die Erarbeitung des Begriffes

„wahrscheinlich“ bzw. „wahrscheinlicher“, welche die nächste Phase der Lerneinheit bildet.

#### ***6.4.2 Erarbeitungsphase „wahrscheinlicher als“***

##### *Intentionen*

In der ersten Erarbeitungsphase der Lerneinheit sollen die Schüler in der ersten und zweiten Stunde den Begriff „wahrscheinlicher als“ kennenlernen. Dabei erkennen sie anhand von Beispielen, dass ein Ergebnis, das man für wahrscheinlicher hält, eher erwartet wird, das heißt, es wird eher eintreten als ein Vergleichsergebnis. Dadurch erarbeiten die Schüler das Vorgehen in Wahrscheinlichkeitsvergleichen.

##### *Stunde 1: „Kalle, der Wetterfrosch“ (s. Anhang S. 80)*

Im Verlauf der Geschichte wird die Figur Kalle mit dem Wort „wahrscheinlich“ konfrontiert und versteht es nicht. Dies bildet den Anlass für die Schüler, ihre eigenen bereits vorhandenen Assoziationen, Erfahrungen und Vorstellungen zu diesem Begriff zu aktivieren und gegenüber der Lehrperson und den Mitschülern mitzuteilen. Dazu wird die Geschichte unterbrochen, sodass die Schüler aktiv teilnehmen können. In der Planung ist es nicht möglich vorherzusehen, welche Antworten die Schüler geben werden bzw. welche Vorstellungen sie bereits haben. Daher muss auch mit eventuellen Fehlvorstellungen gerechnet werden, die die Schüler bei ihren Wahrscheinlichkeitseinschätzungen beeinflussen könnten. Deshalb stellt sich die Frage, inwieweit bereits bei dem ersten Erfahrungsaustausch als Lehrperson eingegriffen werden sollte. Eine negative Wertung der Assoziationen der Schüler kann zu einem Motivationsverlust führen. Doch wird nicht auf falsche Vorstellungen eingegangen, ist für die Schüler vielleicht im weiteren Verlauf keine Notwendigkeit vorhanden, ihre Assoziationen gegebenenfalls zu verändern. Doch wie sollte das Eingreifen der Lehrperson aussehen? In dieser Lerneinheit soll die Lehrperson den Vorstellungen der Schüler über die gesamte Lerneinheit aufmerksam begegnen, da es gilt, die Lerneinheit an den Erfahrungen der Schüler auszurichten und auf bestimmte Vorstellungen zu reagieren. Für die ersten Phasen sollte sich das Eingreifen der Lehrperson allerdings in Grenzen halten, indem bei möglichen Fehlvorstellungen auf die kommenden Stunden verwiesen wird und im späteren Verlauf der Lerneinheit darauf zurückgekommen werden kann.

Nach dem Austausch der Erfahrungen wird die Geschichte fortgesetzt, um zu den ersten Wahrscheinlichkeitseinschätzungen zu kommen. Diese entstehen durch das Vergleichen von zwei möglichen Ergebnissen eines zufälligen Vorgangs. Die Beispiele stammen aus der Wetterthematik und sind Fragen an die Leitfigur Kalle, die nun von den Schülern beantwortet werden sollen. Erneut geschieht dies im Klassengespräch, geleitet und erklärt durch die Lehrperson, da diese Art der Fragestellung für die Schüler unbekannt sein wird. Die Lehrperson stellt gezielte Fragen an die Schüler, wodurch diese Begründungen für das Eintreten des einen bzw. des anderen Ergebnisses finden. Die Schüler führen die Wahrscheinlichkeitsvergleiche einerseits intuitiv anhand ihrer Erfahrungen durch, andererseits begründen sie ihre Einschätzungen mithilfe von Bedingungen, die im Klassengespräch gefunden werden. Nach der gemeinsamen Bearbeitung von drei Fragen dieser Art (Was ist wahrscheinlicher? Dass..., oder dass...), wird der erste Teil der Geschichte beendet.

Zur Wettervorhersage wird nach Beendigung des ersten Teils der Geschichte noch in der ersten Stunde ein systematisches Vorgehen mit den Schülern erarbeitet. Dabei werden die Denkschritte, die manche Schüler vielleicht schon unbewusst durchführen, nun hervorgehoben und in einen Zusammenhang gebracht. So wird gemeinsam überlegt, welche Strategien angewandt werden können, um Hinweise dafür zu sammeln, was wahrscheinlicher ist bzw. welches Wetter für wahrscheinlicher gehalten wird. Eine mögliche Strategie bei einer Wettervorhersage wäre, zunächst zu fragen, welche Ergebnisse überhaupt möglich sind. Für das Wetter haben die Schüler mögliche Ergebnisse innerhalb der Geschichte gesammelt und zusammengetragen, sodass sie nun darauf zurückgreifen können. Anschließend kann gefragt werden, was das Wetter beeinflussen könnte, bzw. wodurch manche Wettererscheinungen beeinflusst werden. Durch diesen Denkschritt werden Bedingungen für den zufälligen Vorgang der Wettentwicklung gesucht und benannt. Hierbei greifen die Schüler auf ihr Wissen und ihre Erfahrungen (z.B. mit Jahreszeiten) zurück. Da die Wettervorhersage zu einem festen Ritual am Anfang von jeder Stunde werden soll, werden bestimmte Bedingungen festgelegt, aus denen Strategien bzw. Handlungsmuster entstehen, die eine Wetterprognose ermöglichen (z. B. das Beobachten der aktuellen Wetterlage). An dieser Stelle sollten die Schüler erkennen und thematisieren, dass das Wetter nicht der Vorhersage entsprechen muss, sondern unabhängig davon entsteht. Der Charakter der Vorhersage muss deutlich werden, damit die Schüler nicht entmutigt werden, sollten sich die Wettervorhersagen nicht erfüllen, und damit sich keine Fehlvorstellungen (z. B. animistischer Art) zum Begriff „Vorhersage“ oder „wahrscheinlicher“ entwickeln. Anhand dieser

Strategien und Überlegungen nehmen die Schüler nun eine Wettervorhersage vor, indem sie für den bevorstehenden Tag eine bis drei Wetterkarten auswählen. Die Wetterkarten dienen der Unterstützung und Hilfestellung, da den Schülern somit Auswahlmöglichkeiten vorliegen und sie erneut Wahrscheinlichkeiten vergleichen können, um zu einer Einschätzung zu gelangen. Die Begrenzung der Anzahl der Wetterkarten soll dazu führen, dass die Schüler tatsächlich eine Entscheidung in einer Situation der Unsicherheit vornehmen. In den folgenden Stunden sollen jeweils drei Schüler eine Wettervorhersage mithilfe der Wetterkarten vornehmen, vor der Klasse präsentieren und begründen. Die Vorhersage soll nicht durch einzelne Schüler vorgenommen, sondern in der Gruppe erarbeitet werden. Somit ist niemand allein für eine Vorhersage zuständig und eventuell enttäuscht, wenn sich diese nicht erfüllt. Wurde die Vorhersage als Gruppe erarbeitet, so kann auch ein unerwartetes Ergebnis von der Gruppe akzeptiert werden. Der Lehrer sollte in der Folgestunde immer kurz auf die Vorhersage des vergangenen Tages zurückschauen, um die Zufälligkeit des Wetters zu thematisieren.

*Stunde 2: „Wir finden Möglichkeiten und Hinweise“ (s. Anhang S. 92)*

Zu Beginn der zweiten Stunden werden weitere Wahrscheinlichkeitsvergleiche zu Wetterfragen durchgeführt (s. Anhang S. 99). Dadurch sollen die Schüler das Gelernte der vorherigen Stunde anwenden und erste eigene subjektive Einschätzungen formulieren. Um ihre Einschätzungen zu begründen, sollen sie diese Aufgabe in Partnerarbeit erledigen. Auf diese Weise können zwei Schüler gemeinsam nach Gründen suchen, Bedingungen feststellen und so aus einer intuitiven Entscheidung eine begründete Wahrscheinlichkeitsaussage entwickeln. Die Ergebnisse werden anschließend im Unterrichtsgespräch verglichen und gegebenenfalls diskutiert.

An diese Übung schließt sich der Übergang zu anderen Lebensbereichen durch die Fortsetzung der Geschichte (s. Anhang S. 97) an. In der Erzählung richtet sich die Aufmerksamkeit nun nicht mehr auf Wetterfragen, sondern auf die Lebenswelt der Menschen, wodurch die Schüler motiviert werden, dem Frosch zu helfen und die eigene Welt zu untersuchen. Dazu erfolgen zwei Erarbeitungsphasen mit einer jeweiligen ersten Übung. Zunächst sollen mögliche Ergebnisse eines zufälligen Vorgangs herausgestellt werden, indem die Frage „Was kann alles passieren?“ bzw. „Was ist möglich?“ auf alltägliche Vorgänge bezogen wird. Nachdem das Beispiel „Ampel“ an der Tafel gemeinsam bearbeitet wurde, werden verschiedene Vorgänge von den Schülern nach möglichen Merkmalsausprägungen

untersucht. Dies geschieht mithilfe eines Arbeitsblattes (s. Anhang S. 101), das die Schüler allein bearbeiten, damit jeder über Ergebnisse eines Vorgangs nachdenkt. Die anschließende Auswertung in der Klasse wird durchgeführt, um eine Vollständigkeit für die betrachteten Vorgänge zu gewährleisten und Schülern, die vielleicht nicht alle Möglichkeiten gefunden haben, weitere mögliche Ergebnisse eines Vorgangs aufzuzeigen und sie dafür zu sensibilisieren.

An das Erkennen von Möglichkeiten schließt sich die gemeinsame Erarbeitung von Bedingungen an. Da der Begriff „Bedingungen“ nicht eingeführt wird, suchen die Schüler nach „Hinweisen“ für das Eintreten des einen oder des anderen Ergebnisses. Damit findet diese Erarbeitungsphase auf der deterministischen Betrachtungsebene nach SILL (vgl. 1992, 3) statt, da bestimmte Bedingungen als direkte Ursachen für das Eintreten eines Ergebnisses betrachtet werden. Ausschlaggebend ist die Frage „Was könnte einen Hinweis liefern?“, die durch die Lehrperson zu vorgestellten Beispielen gestellt wird. Durch diese Frage suchen die Schüler nach Dingen, die den Vorgang beeinflussen können. Diese „Hinweise“ helfen den Schülern bei dem Vergleich von Wahrscheinlichkeiten und später bei der Beurteilung der Wahrscheinlichkeit. Die Suche nach Hinweisen wird gemeinsam anhand eines Beispiels der vorangegangenen Übung erarbeitet (Welches Obst kannst du von dem Obststeller nehmen?). Anhand dieses Vorgangs und eines ausgewählten Schülers, der als Beispiel dient, werden die Vorlieben als eine Bedingung erarbeitet (Welches Obst würdest du nehmen und warum?) und es wird gezeigt, wie ein zufälliger Vorgang dadurch beeinflusst werden kann. Im Gespräch mit dem Lehrer und dem ausgewählten Mitschüler erkennen die Schüler, dass die Frage „Was ist sein/ihr Lieblingsobst? Bzw. Welches Obst mag er/sie (am liebsten)?“ einen Hinweis zu der Frage „Welches Obst wird er/sie eher wählen? Was ist wahrscheinlicher?“ liefern kann und dass man durch ähnliche Fragen Hinweise über das wahrscheinlichere Ergebnis bekommen kann. Diese Aufgabe hat einen hohen kognitiven Anspruch, weil die Schüler sehr theoretisch nachdenken müssen. Deshalb ist es wichtig, durch Bilder oder echte Gegenstände anschaulich zu bleiben, damit der Vorgang nachgestellt und verstanden werden kann.

Auch an diesem Beispiel muss unbedingt deutlich gemacht werden, dass ein Hinweis und die Festlegung auf das wahrscheinlichere Ergebnis nicht allgemeingültig sind, sondern dass Schüler A trotzdem nicht die Banane, sondern den Apfel wählen kann, obwohl Bananen seine Lieblingsobstsorte sind. Die Suche nach Gründen dafür macht diese Erkenntnis verständlicher. Diese Einsicht ist wichtig, um bei den Schülern nicht die falsche Vorstel-

lung zu entwickeln, dass das Wahrscheinlichere auf jeden Fall eintritt oder dass die Schüler selbst oder andere (animistische) Wesen das Ergebnis bestimmen können. Zum Aufbau eines Verständnisses für zufällige Vorgänge und Wahrscheinlichkeit ist diese Feststellung grundlegend.

Die Suche nach Bedingungen durch Fragen wird nach der Erarbeitung in einer gemeinsamen Übung (s. Anhang S. 103) vertieft, indem die Schüler feststellen, ob die gestellte Frage einen Hinweis liefert bzw. ob es sich um eine Bedingung des Vorgangs handelt. In Fällen, in denen die Fragen keine Bedingungen des Vorgangs abbilden, sollen die Schüler geeignetere Fragen finden. Im weiteren Verlauf der Lerneinheit sollen die Schüler selbstständig Hinweise sammeln und erfragen, auf deren Grundlage sie einen Wahrscheinlichkeitsvergleich durchführen und eine Entscheidung begründen können. Aufgrund des hohen Niveaus beim Nachdenken über verschiedene Situationen, die die Schüler in diesem Moment selbst nicht erleben, wird die Übung im Unterrichtsgespräch durchgeführt. Dadurch kann die Lehrperson Hilfestellung geben und Schüler mit Schwierigkeiten können sich an den Mitschülern orientieren und werden nicht überfordert.

Mit der gemeinsamen Übung endet die zweite Stunde und damit die Erarbeitungsphase des Begriffs „wahrscheinlicher als“. Die dritte Stunde bildet die Anwendungsphase dieses Wahrscheinlichkeitsvergleichs.

### ***6.4.3 Anwendungsphase „wahrscheinlicher als“***

#### *Intentionen*

Die Anwendungsphase zu dem Begriff „wahrscheinlicher als“ bildet die dritte Stunde, in der es darum geht, Wahrscheinlichkeitsvergleiche durchzuführen und dabei den Begriff „wahrscheinlicher als“ zu verwenden. Dazu arbeiten die Schüler in Gruppen zusammen und können eigene Einschätzungen präsentieren und die Einschätzungen ihrer Mitschüler reflektieren.

#### *Stunde 3: „Was ist wahrscheinlicher?“ (s. Anhang S. 104)*

Die erste größere Anwendungsphase wird durch eine Gruppenarbeit gestaltet. Die Lehrperson zieht sich zurück und lässt die Schüler selbstständig Wahrscheinlichkeitsvergleiche durchführen. Das erarbeitete Wissen soll nun angewendet werden und die Schüler sollen ihre intuitiven Wahrscheinlichkeitsurteile austauschen, um die eigenen Vorstellun-

gen zu reflektieren. Gleichzeitig erhalten sie Impulse von den Mitschülern für ihre Begründungen und schulen dadurch ihr naturwissenschaftliches Denken.

Die Gruppenarbeit ist so organisiert, dass es je nach Schülerzahl vier bis fünf Gruppen gibt, die jeweils ein Expertenblatt (s. Anhang S. 109) mit vier Fragen im Sinne von „Was ist wahrscheinlicher?“ zu einem Lebensbereich mit Wahrscheinlichkeitsvergleichen beantworten. Die Fragen werden von einem Schüler vorgelesen und danach soll die Gruppe durch ein Gespräch und einer gemeinsamen Betrachtung des Vorgangs zu einem Ergebnis kommen. Neben dem Ergebnis sollen auch Gründe für die Entscheidung gefunden werden.

Die Gruppeneinteilung sollte vom Lehrer vorher festgelegt werden, da die Schwierigkeitsanforderungen der Expertenblätter variieren. So kann in dieser Aufgabe das Konzept der Differenzierung umgesetzt werden, um alle Schüler entsprechend zu fordern und Erfolgserlebnisse zu ermöglichen. Je nachdem, wie vertraut die Schüler mit der Gruppenarbeit als Sozialform sind, muss der Lehrer die Arbeit steuern. Das bedeutet, wenn die Schüler noch nicht in Gruppen gearbeitet haben, müssen vorher Verhaltens- und Gesprächsregeln erarbeitet und festgelegt werden.

Nachdem die Gruppen ihre Expertenblätter beantwortet haben, werden die Gruppen durch die Lehrperson anhand klarer Anweisungen durchmischt, sodass in jeder neuen Gruppe mindestens ein Experte für jeden Lebensbereich vorhanden ist. Nun haben die Schüler die Aufgabe, ihre Expertenfragen vorzulesen bzw. vorzustellen, damit die anderen Gruppenmitglieder die Fragen beantworten können. Der Experte, der die Fragen bereits in seiner Gruppe diskutiert hat, „kontrolliert“ die Antworten und Entscheidungen der Mitschüler. Dabei sollen Antworten nicht als richtig oder falsch bewertet werden, sondern mit den Ergebnissen der Expertengruppe verglichen werden. Begründungen sind hier erneut ausschlaggebend. Diese Aufgabe dient dazu, möglichst viele Wahrscheinlichkeitsvergleiche durchzuführen, ihre Einschätzungen zu verbalisieren und gegebenenfalls zu argumentieren. Ein weiteres Ziel dieser Aufgabe ist es, dass jeder Schüler die Möglichkeit hat, Antworten vorzuschlagen, und dass auch schwächere Schüler durch die Sicherheit der Expertenfragen eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung geben können. Dadurch wird das eigene Selbstbewusstsein gestärkt und jeder Schüler erlebt positive Ergebnisse.

Haben alle Gruppen alle Fragen bearbeitet, kann die Lehrperson die Gruppenarbeit beenden. Ob eine Auswertung aller Fragen im Klassengespräch notwendig ist oder ob nur auf einzelne Fragen, die die Schüler als schwierig erlebt haben, eingegangen wird, sollte von der Leistungsstärke der Klasse abhängig gemacht werden. Wichtig ist es aber, auch die

Gruppenarbeit zu reflektieren, um eventuell unklare Fragen noch einmal zu besprechen und gemeinsam nach Bedingungen zu suchen. Innerhalb der Fragen finden sich auch Beispiele, bei denen auch eine Diskussion möglich ist.

Die Gruppenarbeit steht in dieser Phase im Mittelpunkt, sodass sich die Stunde 3 nach den Bearbeitungszeiten richtet. Da dies die ersten „eigenen“ Wahrscheinlichkeitseinschätzungen sind, sollten die Schüler dabei nicht unterbrochen werden. Trotzdem behält die Lehrperson die Kontrolle und stellt sowohl Beobachter, als auch Helfer dar.

Eine weitere Übung im Klassenverband (s. Anhang S. 114) kann als didaktische Reserve an die Auswertung der Gruppenarbeit angeschlossen werden. Die Aufgabe besteht darin, erneut zwei Wahrscheinlichkeiten miteinander zu vergleichen und eine Aussage zu machen. So wird gefragt, wovon mehr in der Klasse vorhanden ist, also was die Schüler für wahrscheinlicher halten. Da sich die Fragen auf die konkrete Situation in der Klasse beziehen, besteht hier die Möglichkeit, die Wahrscheinlichkeitsaussagen zu überprüfen, indem die Gegenstände nach der Formulierung der Vorhersage ausgezählt werden. Erneut soll dadurch keine Bewertung nach richtig oder falsch vorgenommen werden, stattdessen sollen die Schüler die Möglichkeit erhalten, das Ergebnis eines zufälligen Vorgangs zu betrachten und Rückschlüsse auf ihre Aussage zu ziehen. Durch diese Übung erleben die Schüler einen zufälligen Vorgang und das Eintreten eines Ereignisses praktisch in ihrer direkten Lebensumwelt. Aufgrund des hohen Anteils an theoretischer Arbeit in der Stunde ist dieser praktische Abschluss gewählt, um den Schülern gemäß der didaktischen Hinweise von u. a. WOLLRING (vgl. 1994) reale stochastische Erfahrungen in realen Situationen zu ermöglichen.

#### ***6.4.4 Übergang zur qualitativen Einschätzung durch die Erarbeitung und Anwendung von „mehr/weniger wahrscheinlich“***

##### *Intentionen*

Die vierte Stunde bildet eine Übergangsphase von der quantitativen zur qualitativen Wahrscheinlichkeitseinschätzung. Die Schüler sollen sich vom direkten Vergleich zweier Wahrscheinlichkeiten lösen und eine Einschätzung zu einem Ergebnis machen und dazu die Begriffe „mehr wahrscheinlich“ bzw. „weniger wahrscheinlich“ verwenden.

*Stunde 4: „Mehr oder weniger wahrscheinlich?“ (s. Anhang S. 115)*

Für die Erarbeitung einer Wahrscheinlichkeitsaussage zu einem möglichen Ergebnis wird ein Beispiel aus der Fortsetzung der Geschichte von Kalle verwendet (s. Anhang S. 119). In diesem Beispiel soll eine Aussage über ein mögliches Ergebnis gemacht werden (Ist es mehr oder weniger wahrscheinlich, dass Enkel Lutzi seine Oma am Wochenende besucht?). Da weder der Enkel Lutzi, noch die Oma aus der Geschichte wirklich existieren, ist dies ein gedanklicher Vorgang und muss theoretisch von den Schülern betrachtet werden. Aufgrund der durchaus realen Situation, können die Schüler dennoch aus ihrem Erfahrungsschatz schöpfen. Das Beispiel wird von der Lehrperson durch die Geschichte präsentiert und dann im Unterrichtsgespräch besprochen. Die Betrachtung der Bedingungen wird durch die Lehrperson angeleitet, indem nach Gründen für das Eintreten des Ergebnisses, sowie nach Gründen für das Nichteintreten gefragt wird. Die Schüler benennen durch die Beantwortung der Frage Bedingungen des zufälligen Vorgangs (z. B. Wochenendpläne des Enkels) und bilden sich auf dieser Grundlage ein subjektives Urteil. Bei diesem Beispiel müssen die Schüler sehr viel nachdenken und miteinander verknüpfen, sodass die Erarbeitung nur gemeinsam im Unterrichtsgespräch gestaltet werden kann. Indirekt verbirgt sich eine Gleichwahrscheinlichkeit hinter diesem Beispiel. Die Wahrscheinlichkeit, dass der Enkel seine Oma besucht ist genauso groß wie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er das nicht macht, solange keine Bedingungen bekannt sind. Die Gleichwahrscheinlichkeit bleibt in dieser Lerneinheit jedoch noch unbeachtet, sodass die Schüler und die Lehrperson mögliche Bedingungen erarbeiten und auf dieser Grundlage eine Entscheidung treffen. Dieses Beispiel stellt eine Situation der völligen Unsicherheit dar, in der man nur durch das Fragen nach Bedingungen zu einer Wahrscheinlichkeitsaussage gelangen kann. Die Bedeutung der Betrachtung von Bedingungen eines zufälligen Vorgangs wird hier deutlich. Aufgrund der unbekanntenen Bedingungen ist jede Schülermeinung hier zu akzeptieren und zu respektieren, denn die Anforderung der Aufgabe ist sehr hoch. Doch warum dann dieses Beispiel?

Der Sinn dieser Aufgabe besteht darin, dass die Schüler sich eine mögliche Strategie erarbeiten, wie man zu einer Wahrscheinlichkeitsaussage gelangen kann. Indem gemeinsam überlegt wird, was dafür und was dagegen spricht, erkennen die Schüler die Notwendigkeit von Bedingungen bzw. Hinweisen und fragen selbstständig danach. Außerdem üben sie sich darin, ein einzelnes Ergebnis zu betrachten und über die Wahrscheinlichkeit nachzudenken.

Nach der Besprechung des Beispiels und der Formulierung einer Wahrscheinlichkeitsaussage mithilfe der Begriffe „mehr wahrscheinlich“ bzw. „weniger wahrscheinlich“, sollte unbedingt eine Phase der Begriffsklärung folgen, damit die Schüler im weiteren Verlauf selbstständig mit den Begriffen umgehen können. An dieser Stelle bilden erneut die Erfahrungen und Vorstellungen der Schüler den Ansatzpunkt, indem die Lehrperson fragt, was es denn bedeuten würde, wenn etwas „mehr wahrscheinlich“ (bzw. „weniger wahrscheinlich“) ist. Nach dem Eingangsbeispiel sollte schon bei einigen Schülern ein anfängliches Begriffsverständnis vorhanden sein, sodass vielleicht bereits manche Schüler eine Erklärung liefern können. Die Deutlichkeit der Begriffsklärung sollte aber bei nicht eindeutigen Antworten der Schüler durch eine Ergänzung des Lehrers gewährleistet werden. Es ist wichtig, an dieser Stelle auf die Bedeutung einzugehen, denn das Verständnis ist eine Voraussetzung für die weiteren Stunden.

In der folgenden Anwendung soll das Begriffsverständnis gestärkt werden, indem deutlichere Beispiele von den Schülern bearbeitet werden. Dafür wird das Tierreich gewählt, weil es dort eindeutige Unterschiede hinsichtlich Kraft oder Stärke gibt. Die Aufgabe wird erneut durch einen Bezug zur Geschichte eingeleitet, damit die Beispiele aus verschiedenen Lebensbereichen in einen Zusammenhang gebracht werden. Diese Vielseitigkeit kann für Schüler der zweiten Klasse noch sehr anstrengend sein, die Breite unterschiedlicher Beispiele zielt jedoch auf eine weitläufige Anwendungsfähigkeit der Schüler ab. Die erste Aufgabe wird gemeinsam mit der Lehrperson besprochen, weil die Schüler eine neue Form der Fragestellung bearbeiten sollen. Wurde zu Beginn der Lerneinheit noch gefragt, welches von zwei Ergebnissen wahrscheinlicher ist, so sollen die Schüler nun eine Behauptung mithilfe der Wahrscheinlichkeit bewerten. Die Fragestellung lautet nun: Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich? Das Arbeitsblatt (s. Anhang S. 121) wird mit einem Partner bearbeitet, weil die Schüler mit dieser neuen Form der Wahrscheinlichkeitseinschätzung nicht allein gelassen werden sollen. Zur Beantwortung der Fragen benötigen die Schüler bestimmtes Wissen oder Erfahrungen und können sich durch die Partnerarbeit darin ergänzen. So bekommen alle Schüler die Möglichkeit ihr individuelles Wissen einzubringen, was in einer Bearbeitung im Unterrichtsgespräch nicht möglich ist, da sich einige Schüler nicht aktiv beteiligen. Da die Schüler für ihre Antwort gleichzeitig eine Begründung liefern sollen, kann es bei einzelnen Fragen durchaus auch zu Diskussionen kommen, weil unterschiedliche Erfahrungen oder Wissen vorhanden sind. Diese Situationen sollten im Unterricht von der Lehrperson akzeptiert und sogar bekräftigt werden, da

sich die Schüler dadurch nicht nur intensiv gedanklich mit der Frage nach Bedingungen und der Wahrscheinlichkeit auseinandersetzen, sondern auch ihr Verständnis vertiefen und ihr naturwissenschaftliches Denken schulen.

An die Partnerarbeit schließt sich eine weitere Übung zu den Begriffen „mehr oder weniger wahrscheinlich“ an, die allerdings im Unterrichtsgespräch bearbeitet wird, um die Anforderung der Aufgabe zu bewältigen. In der Übung (s. Anhang S. 123) erzählt die Lehrperson eine Geschichte über einen Mann, der seinen Tagesablauf beschreibt, dabei aber von durchaus fragwürdigen Erlebnissen berichtet. Die Aufgabe der Schüler besteht darin, an entsprechender Stelle eine Bewertung der Wahrscheinlichkeit für dieses Erlebnis abzugeben. Die Lehrperson stellt dazu die Frage, ob es mehr oder weniger wahrscheinlich ist, dass der Mann dies erlebt hat. Die Schüler sollen Situationen des Alltags bewerten und reflektieren dabei die eigenen alltäglichen Erlebnisse. Eine Steigerung zur vorherigen Übung wird dadurch erreicht, dass die Schüler in den Fällen, in denen sie feststellen, dass ein Erlebnis weniger wahrscheinlich ist, eine wahrscheinlichere Alternative finden sollen. Somit wird erreicht, dass die Schüler zum einen eine Wahrscheinlichkeitsaussage über ein Ergebnis formulieren und zum anderen nach weiteren Möglichkeiten suchen, deren Wahrscheinlichkeit sie mit dem Ausgangsergebnis vergleichen. Das Urteil „mehr wahrscheinlich“ bzw. „weniger wahrscheinlich“ kann an dieser Stelle bereits durch ein Zeichen signalisiert werden. Dafür bietet sich ein einfaches Zeichen an, wie z.B. den Daumen nach oben zu strecken für „mehr wahrscheinlich“ und nach unten zu halten für die Aussage „weniger wahrscheinlich“. Dies hat mehrere Vorteile: So können alle Schüler an der Übung teilnehmen und ihre Einschätzung äußern, gleichzeitig werden die Schüler aber bereits damit vertraut gemacht, ihre Einschätzung zu visualisieren. Indirekt findet dadurch eine Vorbereitung auf die folgende Stunde und die Wahrscheinlichkeitsskala statt.

#### ***6.4.5 Erarbeitung der Begriffe „sicher“, „möglich, (aber nicht sicher)“ und „unmöglich“ anhand der Wahrscheinlichkeitsskala***

##### *Intentionen*

Die fünfte und Teile der sechsten Stunde dienen der Erarbeitung der Begriffe „sicher“, „möglich, (aber nicht sicher)“ und „unmöglich“. Dazu wird die Wahrscheinlichkeitsskala eingeführt. Die Schüler lernen die Begriffe und ihre Bedeutung, sowie die Wahrscheinlichkeitsskala als Darstellungsmittel einer Vorhersage kennen. Durch erste geleitete Übun-

gen erkennen die Schüler in Erscheinungen das Merkmal „sicher“, „möglich, (aber nicht sicher)“ oder „unmöglich“.

*Stunde 5: „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“ (s. Anhang S. 125)*

Die Hinführung zu den Inhalten der Stunde wird erneut durch eine Fortsetzung der Geschichte von Kalle gestaltet (s. Anhang S. 129). Die Erzählung bezieht sich auf bestimmte Situationen, in denen keine Unsicherheit in der Vorhersage besteht, das heißt, in denen Kalle ohne lange Überlegungen eine Vorhersage machen kann. Zwei dieser Situationen werden in der Geschichte durch entsprechende Fragen an den Frosch vorgestellt und sollen von den Schülern nun beantwortet werden. Dabei handelt es sich einerseits um die sichere Erscheinung, dass ein fallender Teller nach unten fällt und andererseits um die unmögliche Erscheinung, dass die Nacht nicht vom Tag abgelöst wird. Dies sind naturwissenschaftliche Phänomene, die die Schüler aus ihrer Lebensumwelt kennen und zu denen sie eine klare Aussage machen können. Obwohl den Schülern das Begründen bei diesen Beispielen vielleicht schwer fallen wird, sind alle Schüler in der Lage, die Fragen zu beantworten, weil es eindeutige Erscheinungen sind, die ihnen oft begegnen (Beispiel 1) oder täglich wiederfahren (Beispiel 2).

In der Besprechung der Beispiele werden die Schüler vielleicht schon von sich aus die Begriffe „unmöglich“ oder „sicher“ verwenden, sodass die Lehrperson sofort daran anschließen kann. Fallen die Begriffe nicht, muss der Lehrer die Begriffe an dieser Stelle einführen und erklären. Anschließend wird das Verhalten der Figur Kalle auf seiner Leiter in diesen Situationen thematisiert. Dieses wurde in der Geschichte beschrieben und soll nun von den Schülern rekonstruiert und interpretiert werden. Eine Leiter wird zur Veranschaulichung an die Tafel gezeichnet und die Verhaltensweisen durch das Anbringen kleiner Bilder des Frosches an der entsprechenden Stelle nachvollzogen. Durch das Rekonstruieren des Froschverhaltens wird die Wahrscheinlichkeitsskala mit den Polen „sicher“ und „unmöglich“ in der besonderen Form der Wahrscheinlichkeitsleiter erarbeitet. Die Schüler erkennen, dass das obere Ende der Leiter die absolute Sicherheit eines Ergebnisses bedeutet und das untere Ende der Leiter die Unmöglichkeit.

Um das Verständnis der Begriffe „sicher“ und „unmöglich“ zu vertiefen, werden im Folgenden weitere Beispiele (s. Anhang S. 131) von der Lehrperson genannt. Die Schüler sollen die Beispiele in Form von Bildkarten im Unterrichtsgespräch an der Leiter nach „sicher“ und „unmöglich“ einordnen. Der Schüler, der die Einordnung vornimmt, sollte

dabei auch das tatsächliche Anbringen an der Tafel durchführen, um die aktive selbstständige Nutzung der Wahrscheinlichkeitsskala vorzubereiten. Einige Beispiele lassen sich aber nicht den beiden Begriffen zuordnen, sodass diese zunächst an der Tafel gesammelt werden. Nach Beendigung der Einordnungen werden diese Beispiele erneut betrachtet und das gemeinsame Merkmal „möglich, (aber nicht sicher)“ wird im Gespräch erarbeitet. Sollten die Schüler nicht selbstständig auf das Merkmal „möglich“ kommen, muss die Lehrperson den Begriff einführen.

An die theoretische Erarbeitung der Begriffe soll sich eine praktische Untersuchung von Vorgängen anschließen, um die Bedeutung der Begriffe auch praktisch und durch eigene Hand zu erfahren. Dies dient vor allem der Vertiefung des Begriffsverständnisses. Für die praktische Erarbeitung werden die Schüler in sechs Gruppen eingeteilt und jeweils einem Gruppentisch zugeordnet, auf dem es eine Aufgabe (s. Anhang S. 132) gibt, die alle Schüler der Gruppe durchführen. Die Schüler sollen untersuchen, ob ihre Aufgabe eine sichere, mögliche oder unmögliche Aufgabe ist, um die Beispiele an der Tafel zu ergänzen. Der Vorteil der Bearbeitung in Gruppen ist, dass jeder Schüler sich intensiv und aktiv mit einem Vorgang auseinandersetzen kann, um seine Erkenntnis anschließend mit seinen Mitschülern zu besprechen und zu einer gemeinsamen Einschätzung zu gelangen. Da jeder Schüler die Aufgabe durchführen muss, lernen die Schüler miteinander zu forschen, die Erkenntnisse anderer zu respektieren und in eine Gesamteinschätzung einzubeziehen. Vor allem bei den „möglichen“ Vorgängen muss genau auf die Mitschüler geachtet werden, denn nur, weil ein Schüler die Aufgabe durchführen kann, bedeutet dies nicht, dass es sich um einen sicheren Vorgang handelt. Die Erfahrungen, die die Schüler in dieser Übung sammeln, sollen sie dazu befähigen, im nächsten Schritt die Begriffe auf neue Situationen und Vorgänge zu beziehen.

*Stunde 6: „Möglich ist nicht gleich möglich“ (s. Anhang S. 137)*

In der sechsten Stunde soll nach einer kurzen Wiederholung der Begriffe aus der fünften Stunde und einer ersten Anwendungsaufgabe der Begriff „möglich“ ausdifferenziert werden. Eine erste Übung (s. Anhang S. 142) vor der Ausdifferenzierung von „möglich“ soll das Begriffsverständnis gewährleisten, bevor der Begriff „möglich“ mit den vorher erarbeiteten Ausdrücken „mehr bzw. weniger wahrscheinlich“ in Verbindung gebracht wird. Die Schüler sollen erkennen, dass „möglich“ nur ein Ausdruck dafür ist, dass etwas passieren kann. Zusätzlich kann aber noch eine Wahrscheinlichkeitsaussage gemacht wer-

den, wie sie bereits in den vorangegangenen Stunden gelernt und erfahren haben. Dazu können sie die bereits bekannten Begriffe „mehr bzw. weniger wahrscheinlich“ verwenden. Die Ausdifferenzierung des Begriffs „möglich“ wird erneut durch die Identifikationsfigur Kalle und seinem Umgang mit der Wahrscheinlichkeitsleiter initiiert. Die Schüler wiederholen dazu zunächst die bekannten Positionen (ganz oben und ganz unten) und ihre Bedeutungen. Daraufhin macht die Lehrperson auf die übrigen Stufen der Leiter aufmerksam und konfrontiert die Schüler mit der Frage nach der Bedeutung der anderen Stufen. Die Schüler sollen dazu ihre Vermutungen äußern. In den Geschichtsteilen der vorherigen Stunden gab es bereits Hinweise zur Bedeutung des Zwischenraums der Leiter, die aufmerksamen Schülern vielleicht im Gedächtnis geblieben sind. Können die Schüler sich die Bedeutungen der anderen Stufen nicht denken, so erfolgt eine Erklärung durch die Lehrperson. An dieser Stelle wird deutlich, warum sich die Leiter als Veranschaulichung der Wahrscheinlichkeitsskala eignet: Die Stufen der Leiter veranschaulichen das Steigen der Wahrscheinlichkeit. Durch den Vergleich mit Alltäglichem wird die abstrakte Skala für die Schüler verständlicher und einfacher in ihrer Anwendung. Sollten die Schüler trotzdem noch Verständnisschwierigkeiten haben, kann noch ein anderes Beispiel aus dem Alltag zur Veranschaulichung genutzt werden. Ähnlich einer Leiter könnte auch ein Thermometer als Wahrscheinlichkeitsskala benutzt werden, indem das Steigen eines Thermometers auf die Wahrscheinlichkeit bezogen wird.

An einem Beispiel wird die Funktionsweise der Wahrscheinlichkeitsleiter gemeinsam erarbeitet. Dazu nennt die Lehrperson ein Beispiel (Aktivitäten am Nachmittag) und drei verschiedene Ergebnisse des Beispielvorgangs (Hausaufgaben machen, draußen spielen, etwas basteln). Zunächst wird darauf hingewiesen, dass alle drei Aktivitäten möglich sind. Daraufhin sollen die Ergebnisse hinsichtlich ihrer Wahrscheinlichkeit differenziert und an der Tafel verortet werden. Dies geschieht im Unterrichtsgespräch, weil es eine große Denkfähigkeit erfordert, die einige Schüler überfordern könnte. Doch durch die gemeinsame Bearbeitung gewinnen die Schüler eine gewisse Sicherheit und sehen, wie die Leiter funktioniert. Dabei ist es wichtig, die Ereignisse tatsächlich an einer Leiter als Tafelbild von den Schülern anordnen zu lassen, damit die Schüler darauf vorbereitet werden, selbst etwas an der Wahrscheinlichkeitsleiter anzuzeigen. Beim ersten Beispiel werden zunächst nur Ergebnisse eines Vorganges betrachtet, damit die Schüler auf ihre bereits trainierten Wahrscheinlichkeitsvergleiche zurückgreifen können und die Ergebnisse entsprechend ordnen können. Erst im nächsten Schritt werden Ergebnisse verschiedener Prozesse mitei-

inander verglichen und an der Leiter dargestellt. Dazu werden die Beispiele (für den Begriff „möglich“) der vergangenen Stunde erneut an die Tafel gebracht. Da die Schüler diese Beispiele schon kennen, wissen sie, dass sie alle „möglich“ sind. Nun sollen diese Ergebnisse miteinander verglichen und nach der Wahrscheinlichkeit geordnet werden. Die Beispiele werden im Unterrichtsgespräch an der Tafelleiter verortet. Das gemeinsame Vergleichen und Begründen bedeutet für diese Phase der Erarbeitung einen hohen kommunikativen Anteil, der jedoch auch nötig ist, um bei den Schülern ein Verständnis für die Wahrscheinlichkeitsskala und ihre Funktionsweise aufzubauen. Dieses Verständnis ist die Voraussetzung für die Anwendungsphase, in der die Begriffe „sicher“, „mehr bzw. weniger wahrscheinlich“ und „unmöglich“ auf die Wahrscheinlichkeitsskala übertragen werden und die Schüler ihre Einschätzungen mit diesem Hilfsmittel darstellen sollen.

#### ***6.4.6 Anwendung der Begriffe „sicher“, „möglich, (aber nicht sicher)“ und „unmöglich“ mithilfe der Wahrscheinlichkeitsskala***

##### *Intentionen*

Erste Anwendungen der Begrifflichkeiten finden bereits in der sechsten Stunde statt. Die siebte Stunde dient dann vollständig der Anwendung der Begriffe in Verbindung mit der Wahrscheinlichkeitsleiter. In der achten Stunde wird das aufgebaute Wissen der Lerneinheit angewendet. Die Schüler sollen selbstständig die Begriffe für verschiedene Ergebnisse verwenden und ihre Einschätzung visualisieren, um sie für andere lesbar zu machen.

##### *Stunde 6: „Möglich ist nicht gleich möglich“ (s. Anhang S. 137)*

Wie bereits erwähnt, findet zu Beginn der sechsten Stunde eine Übung der Begriffe „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“ statt. Die Anwendung umfasst ein Arbeitsblatt (s. Anhang S. 142), das mit einem Partner bearbeitet wird, und eine weitere Anwendung, welche im Unterrichtsgespräch durchgeführt wird. Bei der ersten Übung in Partnerarbeit sollen die Schüler die neuen Begriffe noch nicht selbstständig verwenden, sondern ihre Verwendung überprüfen. Das bedeutet, sie kontrollieren, ob das Beispiel tatsächlich diesem Begriff zugeordnet werden kann und ordnen, wenn notwendig, den richtigen Begriff zu. Die Durchführung der Übung in Partnerarbeit ist erneut dadurch begründet, dass die Schüler

die Möglichkeit zur Absprache mit einem Mitschüler haben sollen, um sich über Erfahrungen und Wissen auszutauschen.

Nachdem die Schüler in dieser Übung die richtige Verwendung der Begriffe kontrolliert haben, wird in der folgenden Anwendung (s. Anhang S. 144) das Begriffsverständnis gefordert und dadurch vertieft. Es soll nun überlegt werden, wie ein Ergebnis verändert werden kann. Die Fragestellung lautet daher jeweils: Was muss sich ändern, damit das Ergebnis sicher/möglich/unmöglich wird? Da diese Aufgabe eine hohe kognitive Anforderung darstellt, muss sie im Unterrichtsgespräch bearbeitet werden. Zudem sollte sie generell vom Verständnisgrad und Leistungsvermögen der Klasse abhängig gemacht werden. Haben die Schüler offensichtliche Probleme mit den Begrifflichkeiten, könnte diese Aufgabe zur weiteren Verunsicherung führen. Ist das Grundverständnis jedoch ausgeprägt, kann diese Aufgabe zur Vertiefung des Wissens beitragen und die Anwendungsfähigkeit der Schüler verbessern. Die Lehrperson beschreibt dazu ein Beispiel, das einem der Begriffe entspricht. Anschließend suchen die Schüler gemeinsam mit der Lehrperson nach Bedingungen, die das Ergebnis verändern würden, das heißt, wodurch wird z.B. ein mögliches Ergebnis zum sicheren bzw. wodurch wird es unmöglich. Dafür sind sehr alltägliche Beispiele gewählt, um auf ein möglich breites Erfahrungs- und Wissensspektrum der Schüler zurückgreifen zu können.

*Stunde 7: „Wie wahrscheinlich ist das?“ (s. Anhang S. 145)*

Zu Beginn der siebten Stunde findet erneut eine Wiederholungsphase statt, bevor die Schüler damit beginnen, eigene Wahrscheinlichkeitsleiter zu benutzen. Die Wiederholung ist besonders wichtig, da zum Durchführen der Anwendungsaufgaben das Begriffsverständnis, sowie das Wissen über die Funktionsweise der Leiter bei allen Schülern vorhanden sein sollten. Auch an der Tafelleiter werden noch einmal wichtige Bestandteile der Leiter wiederholt, bevor die Schüler mit der Anwendung beginnen können.

Zur ersten Übung gibt es ein Arbeitsblatt (s. Anhang S. 150), das erneut in Partnerarbeit ausgefüllt werden soll. Der Wahrscheinlichkeitsleiter und ihren einzelnen Stufen sollen Äußerungen zugeordnet werden, die einer Einschätzung entsprechen. Die Schüler sollen feststellen, was durch eine bestimmte Positionierung auf der Leiter ausgedrückt wird. Diese Übung dient dazu, das Verständnis für die Leiter und ihre Funktionsweise zu vertiefen, um dann selbst eine Einschätzung durch die Leiter zu visualisieren. Die Sozialform der Partnerarbeit ist gewählt worden, um zu gewährleisten, dass alle Schüler erkennen, wo

und wie sie eine Einschätzung darstellen können, weil ohne diese Voraussetzung keine der folgenden Anwendungsübungen bearbeitet werden kann.

Nachdem die Übung durchgeführt und das Arbeitsblatt im Klassenverband besprochen wurde, gibt es eine Überleitungsphase, in der einerseits der Nutzen der Wahrscheinlichkeitsleiter besprochen wird und andererseits das Lineal als persönliche Leiter für die nächsten Übungen festgelegt wird. Die Suche nach Begründungen für die Nutzung der Leiter ist sehr anspruchsvoll und muss vom Lehrer angeleitet werden. Am Ende dieser Phase sollen die Schüler wissen, dass eine Leiter da ist, um gelesen zu werden, womit eine Wertschätzung der Schülerleistungen stattfindet. Des Weiteren zeigt sich im Lesen der Leiter durch die Schüler, dass sie deren Nutzungsweise verinnerlicht haben.

Das Lineal eignet sich sehr gut als persönliche Wahrscheinlichkeitsleiter, da jeder Schüler diesen Gegenstand im Schulalltag besitzt und er daher jederzeit vorhanden ist. Eine Büroklammer eignet sich als Regler und kann am Lineal entsprechend der Einschätzung verschoben werden. Der Unterschied zur bisher verwendeten Tafelleiter besteht darin, dass keine Stufen auf dem Lineal vorhanden sind. Auch dies ist ein Vorteil des Lineals, da die Schüler sich von den Stufen lösen sollen, um die Wahrscheinlichkeit nicht als Stufenmodell zu sehen, sondern verstehen sollen, dass die Wahrscheinlichkeit die unterschiedlichsten Ausprägungen haben kann.

Nachdem die Schüler sich mit dem Lineal vertraut gemacht haben, startet die erste Anwendung der Wahrscheinlichkeitsskala (s. Anhang S. 152). Diese erfolgt gemeinsam im Klassenverband, wobei jeder Schüler durch seine eigene Leiter eine eigene Wahrscheinlichkeitsaussage macht. Die Lehrperson stellt dabei ein Beispiel vor und fragt nach dem Grad der Wahrscheinlichkeit (Wie wahrscheinlich ist das?). Die Schüler verschieben anschließend ihren Regler an die Stelle, die ihrer Einschätzung am besten entspricht. Die ersten Beispiele sind bereits aus den bisherigen Stunden bekannt. Dies soll den Schülern den Einstieg erleichtern, da sie bei zuvor besprochenen Beispielen in der Regel schon eine Beurteilung entwickelt haben, die sie nun visualisieren. Bei beobachteten Schwierigkeiten kann der Lehrer nach bestimmten Bedingungen fragen, um den Schülern so die Einschätzung zu erleichtern. Nach jeder Frage wird ein Schüler gebeten seine Bewertung auf der Leiter zu präsentieren und die Positionierung zu begründen. Die Mitschüler können eventuell abweichende Urteile ebenfalls begründen. Der Lehrer sollte an dieser Stelle deutlich machen, dass es nicht darum geht, dass alle den Regler an derselben Stelle fixiert haben. Nur die Richtung sollte ungefähr übereinstimmen. Trotzdem bleibt die Einschätzung sub-

ektiv und vor allem die Visualisierung muss erst geübt werden. Auf diese Art und Weise werden einige Beispiele mithilfe der Leitern eingeschätzt und die erste Anwendung endet mit dem Stundenende.

*Stunde 8: „Auf der Leiter hoch und runter“ (s. Anhang S. 153)*

In der achten Stunde sollen die Schüler die Möglichkeit erhalten, das Gelernte in verschiedenen Aufgaben anzuwenden, um die Lerneinheit zu beenden. Die Stunden 7 und 8 können auch als Doppelstunde gestaltet werden, was den Vorteil hätte, dass die Schüler „ungestört“ eine intensive Anwendungsphase durchlaufen könnten.

An eine kurze Einstimmung schließt sich die erste Anwendungsübung (siehe Anhang S. 157) an. In der Anwendung sollen die Schüler ihre Lineale als Leitern verwenden und zu zweit ein Partnerorakel darstellen. Der Begriff „Orakel“ sollte vor Beginn der Übung vom Lehrer und den Schülern geklärt werden, als eine Person bzw. ein Tier (Wetterfrosch), das Vorhersagen trifft. Das Orakel ist so gestaltet, dass zwei Schüler sich gegenseitig Fragen stellen und beantworten. Die Schüler reagieren an dieser Stelle jedoch nicht durch eine verbale Einschätzung auf eine Frage, sondern mithilfe der Leiter. Der Schüler, der eine Frage gestellt hat, soll die Leiter seines Partners „lesen“ und die Einschätzung mit den gelernten Begriffen „sicher“, „mehr bzw. weniger wahrscheinlich“ und „unmöglich“ umschreiben. Diese Aufgabe hat das Ziel, dass die Schüler nicht nur die Leiter zur Veranschaulichung verwenden können, sondern auch in der Lage sind, eine Einschätzung aus der Leiter zu entnehmen. Gleichzeitig trainieren sie die Verbalisierung einer Wahrscheinlichkeitsaussage. Die gewählte Sozialform soll bewirken, dass die Schüler möglichst viele Leitern lesen können und selbst ihren eigenen Umgang mit dem Veranschaulichungsmittel schulen.

Die Auswertung dieser Anwendung wird durch Reflexionsfragen der Lehrperson gestaltet. So soll herausgefunden werden, welche der Fragen den Schülern, hinsichtlich der Beantwortung und des Lesens der Antwort, am leichtesten bzw. schwersten gefallen sind. Diese Aufgabe stellt eine Steigerung zur ersten Übung der siebten Stunde dar, da die Schüler auch hier Aussagen mit einer Position auf der Leiter verbinden, diese Aussagen nun jedoch selbstständig herauslesen sollen. Beide Übungen bewirken, dass die Leiter als Veranschaulichung inhaltlich erfasst wird.

In einer zweiten Anwendungsübung (s. Anhang S. 159) in Stunde 8 wird die Anforderung im Vergleich zur vorangegangenen Übung erneut gesteigert. Die Schüler sollen wie-

der Leitern lesen, nun aber die „richtige“ Frage zur Wahrscheinlichkeitseinschätzung benennen. Die Schüler gehen den bisherigen Lösungsweg nun rückwärts, da sie nicht wie zuvor über die Bedingungen eines bestimmten Ergebnisses nachdenken und daraus eine Schlussfolgerung ziehen, sondern die Schlussfolgerung hinsichtlich der Bedingungen und des entsprechenden Ergebnisses interpretieren. Die Beispiele dieser Anwendung sind so gewählt, dass die Schüler selbstständig die Lösung erkennen können, das heißt, die bekannten Begriffe „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“ werden wieder aufgegriffen und gleichzeitig wird das Verständnis für „mehr bzw. weniger wahrscheinlich“ gefordert. Diese Übung wird im Klassenverband gemeinsam bearbeitet, um dem Lehrer die Möglichkeit zu geben, die Schüler leitend zu unterstützen und bei Schwierigkeiten die nötigen Hilfestellungen zu geben.

Nachdem diese Anwendung abgeschlossen ist, findet eine letzte Anwendungsübung in Form eines Spiels statt, die den Bogen zur ersten Stunde schlägt und gleichzeitig den Abschluss der Lerneinheit bildet (s. Anhang S. 160). Die Schüler sollen enaktiv eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung mithilfe der Leiter vornehmen. Das bedeutet, sie geben eine Einschätzung, indem sie sich selbst, wie der Frosch Kalle, auf der Leiter positionieren. Diese enaktive Durchführung wird an das Ende der Lerneinheit gestellt, weil es für sinnvoller erachtet wird, dass die Schüler die ganze Skala erst in einem kleineren Format überblicken und ihren Aufbau sowie Inhalt verinnerlichen, bevor eine andere Darstellungsebene, die neben dem mathematischen Verständnis auch noch ein Raumgefühl von den Schülern verlangt, gewählt wird. Dadurch lässt sich die Herangehensweise über die ikonische (Verbildlichung an der Tafel) und dann die enaktive Darstellungsform begründen.

Bei der Anwendung werden noch einmal die gelernten Begrifflichkeiten angewendet, indem entsprechende Beispiele durch die Lehrerin genannt werden. Für diese Anwendung ist es notwendig, eine Leiter, auf der die Schüler sich nach ihrer Einschätzung positionieren können, darzustellen. Dafür wird hier vorgeschlagen, mit Klebeband eine „Leiter“ in der Länge bzw. Breite des Raumes zu kleben. Hierbei sollen keine Leiterstufen eingebaut werden, um, wie beim Lineal auch, eine stufenlose Skala zu verwenden. Die Enden der „Leiter“ werden deutlich durch einen Querstrich markiert. Außerdem sollte eine Beschriftung erfolgen, zum Beispiel mithilfe von beschriebenen Blättern, die die Enden „sicher“ und „unmöglich“ deutlich hervorheben. Dies ist zur Orientierung für die Schüler notwendig, weil die Leiter nun nicht mehr in senkrechter Form vor ihnen dargestellt ist. Zur Durchführung werden die Schüler in Gruppen von vier bis fünf Schülern eingeteilt. Jede

Gruppe stellt einen „Frosch“, der zusammen mit den anderen „Fröschen“ auf eine Frage bzw. Aussage des Lehrers mit dem Sprung an die richtige Stelle der Leiter reagiert. Für eine „richtige“ Einschätzung, erhalten die jeweiligen Gruppen einen Punkt und nach zwei Runden werden die nächsten „Frösche“ eingesetzt.

Das Ziel dieser Abschlussanwendung ist, dass die Schüler noch einmal Wahrscheinlichkeitseinschätzungen vornehmen. Einerseits treten dafür bereits bekannte Beispiele auf, bei denen sie ihr Wissen reaktivieren, und andererseits gibt es neue Beispiele, auf die sie ihr gewonnenes Wissen beziehen müssen. Außerdem müssen sie sich erneut in einer Situation der Unsicherheit festlegen und müssen dies eindeutig präsentieren. Folglich ist auch bei dieser Übung von enormer Bedeutung, dass die Einschätzungen begründet und nicht bloß als richtig oder falsch bewertet werden. Besonders bei den Beispielen, die nicht den Begriffen „sicher“ und „unmöglich“ zugeordnet werden können, sollen die Schüler ermutigt und bekräftigt werden, eigene Einschätzung zu treffen und diese zu begründen. Trotzdem kann der Schutz der Gruppe auch als Hilfsmittel für Schüler betrachtet werden, die noch Schwierigkeiten mit den Begrifflichkeiten haben. Aber auch auf Schüler, die eventuell Probleme bei der Begründung haben, muss mit besonderer Aufmerksamkeit eingegangen werden. Sie gilt es in ihrer kommunikativen Kompetenz zu stärken, indem die Lehrperson ihnen liefert, auf deren Grundlage ihre intuitive Einschätzung begründet werden können.

Somit müssen die Schüler in der letzten Anwendung ihr gesammeltes Wissen und ihre trainierten Fähigkeiten benutzen und sehen ihre Lernerfolge. Durch die spielerische Umsetzung beenden die Schüler das Themengebiet „Wahrscheinlichkeit“ außerdem mit einem positiven Gefühl.

#### ***6.4.7 Abschluss- und Reflexionsphase***

##### *Intentionen*

In der letzten Stunde wird die Lerneinheit abgeschlossen. Dies geschieht einerseits durch das Wetterfroschspiel und andererseits durch eine Reflexion der Lerneinheit, in der die Schülervorstellungen noch einmal zum Ausdruck gebracht und ein persönliches Fazit gezogen werden. Die Schüler reflektieren darüber, welches Wissen sie neu erworben haben oder vertiefen konnten. Außerdem reflektieren die Schüler die Lerneinheit, ihre Methoden und Inhalte.

*Stunde 8: „Auf der Leiter hoch und runter“ (s. Anhang S. 153)*

Nach dem Abschlussspiel kommen Schüler und Lehrer erneut im Sitzkreis zusammen, um die Lerneinheit gemeinsam zu beenden. Der Frosch Kalle wird dabei noch einmal einbezogen, indem er sich mit einem Brief an die Kinder (s. Anhang S. 163) richtet und ihnen eine Wetterfrosch-Urkunde (s. Anhang S. 164) verleiht. Die Lehrperson teilt die Urkunden aus und würdigt damit die Arbeit der Schüler in den vergangenen Stunden. Aufgrund der hohen Anforderung des Themas sollten die Schüler ihren Lernerfolg deutlich sehen können, um im weiteren Verlauf der stochastischen Ausbildung selbstbewusst auf vorhandenes Wissen zurückzugreifen und dieses zu nutzen.

Nach der Verteilung der Urkunden soll die Lerneinheit als Ganzes reflektiert werden. Dies geschieht im Sitzkreis, weil dadurch eine angenehmere Atmosphäre für die kommunikative Reflexion geschaffen wird. Auch zurückhaltende Schüler sollen ermutigt werden, ihre Erfahrungen aus der Lerneinheit zu reflektieren und den anderen mitzuteilen. Für die Reflexion stellt der Lehrer verschiedene Fragen, die von den Schülern beantwortet werden, z.B. Habt ihr die Lerneinheit als eher schwer oder eher leicht empfunden und warum? Was ist euch am schwersten/am leichtesten gefallen? Was hat euch am meisten Spaß gemacht?

Durch die Fragen reflektieren nicht nur die Schüler die vergangenen Stunden, sondern auch die Lehrperson bekommt einen Eindruck darüber, an welchen Stellen es eventuell schwierig für die Schüler war. Da oft in Partner- oder Gruppenarbeit gearbeitet wurde, könnte auch dies reflektiert werden. Ist das Arbeiten mit einem Partner angenehm oder sogar erfolgreicher? Hätten die Schüler manche Aufgaben lieber alleine bearbeitet? Wie verlief die Gruppenarbeit? Bietet sich diese Sozialform für die Klasse an? Muss das Arbeiten in Gruppen vertiefend besprochen werden? Diese und andere Fragen kann der Lehrer nach der Lerneinheit an sich und teilweise an die Schüler stellen, um ebenfalls etwas aus der Lerneinheit für den weiteren Mathematikunterricht zu lernen. Außerdem können die Schwierigkeiten der Schüler erkannt und durch zukünftiges gezieltes Arbeiten verringert bzw. beseitigt werden. Mit dem Abschluss der Reflexionsphase, für die der Lehrer genügend Zeit (entsprechend der Klasse und Schüleranzahl) einplanen sollte, endet die achte Stunde und die Lerneinheit „Kalle, der Wetterfrosch – Wir machen Vorhersagen“.

## **7 Schlusswort und kritischer Ausblick**

Die Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs ist ein Prozess. Dies lässt sich als Schlussfolgerung verschiedener Untersuchungen feststellen. Nicht zuletzt aus diesem Grund sollen Kinder bereits ab den ersten Schuljahren in dieser Entwicklung durch einen Mathematikunterricht, der stochastische Inhalte vermittelt, unterstützt und begleitet werden. In dieser Arbeit wurde ein möglicher Beitrag zur Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs in einer zweiten Klasse vorgestellt und theoretisch begründet. Im Folgenden sollen noch eventuelle Schwierigkeiten, die in der Lerneinheit auftreten können, beschrieben und ein Ausblick auf einen möglichen aufbauenden Stochastikunterricht gegeben werden.

Die Entwicklung eines Verständnisses für den Begriff „wahrscheinlich“ und für die anderen Fachbegriffe „sicher“, „möglich, aber nicht sicher“ und „unmöglich“ stellt eine große kognitive Anforderung an Schüler einer zweiten Klasse dar. Viele zufällige Vorgänge entspringen zwar dem Alltag, müssen jedoch in vielen Unterrichtssituationen gedacht und vorgestellt werden. Besonders Schüler, denen das theoretische Arbeiten schwerfällt, müssen vom Lehrer beobachtet und gegebenenfalls unterstützt werden. Die Lehrperson nimmt eine besonders aufmerksame und aktive Rolle in der Lerneinheit ein, indem ein Großteil der kommunikativen Unterrichtsphasen vom Lehrer geleitet und geführt wird. Außerdem muss die Lehrperson die Vorstellungen der Schüler auffangen und sich an diesen in Erklärungen orientieren. Der große Anteil an kommunikativer Arbeit in der Klassengemeinschaft stellt eine wichtige Eigenschaft der vorgestellten Lerneinheit dar. Jedoch können dabei Schwierigkeiten auftreten, weil auch kommunikative Fähigkeiten erst erworben und ausgebildet werden müssen. Es kann den Schülern noch sehr schwer fallen, ihre Vorstellungen und Ideen auszudrücken und mitzuteilen. Der Wortschatz eines Schülers in der zweiten Klasse ist noch stark begrenzt, sodass der Lehrer darauf eingestellt sein muss, stets Begriffe zu erklären und zu umschreiben. Besonders hinsichtlich der Lesetätigkeit bei den Arbeitsblättern ist darauf zu achten, dass eventuell Schwierigkeiten beim Lesen auftreten können. Auch der Begriff „wahrscheinlich“ sollte mit den Schülern als neues Wort erarbeitet werden, sodass sie es lesen und schreiben können.

Ein weiteres Charakteristikum der Lerneinheit ist das interaktive Arbeiten mit einem Partner oder in einer Gruppe, wodurch die hohe kognitive Anforderung der Inhalte einerseits besser bearbeitet werden soll, die Schüler andererseits aber auch darin geschult werden, ein verbales Wahrscheinlichkeitsurteil abzugeben und Einschätzungen anderer zu ver-

stehen und nachzuvollziehen. Das gemeinsame Arbeiten sollte den Schülern daher bereits bekannt sein. Ist dies nicht der Fall, so kann auch dies zu möglichen Schwierigkeiten führen und muss vom Lehrer entsprechend begleitet werden.

Ein weiteres mögliches Problempotenzial in der Lerneinheit kann die Wahrscheinlichkeitsskala darstellen, die bereits einen relativ hohen Grad an Abstraktionsvermögen voraussetzt. Aus diesem Grund wurde für die Lerneinheit der Weg über die Leiter eines Frosches als Veranschaulichung gewählt. Trotzdem kann es besonders leistungsschwächeren Schülern schwerfallen, die eigene Einschätzung auf die Skala zu übertragen. Auf diese Schüler muss in diesem Fall in besonderem Maße eingegangen werden, sodass auch sie damit beginnen, ihre Einschätzungen zu objektivieren.

Sind die Schwierigkeiten jedoch überwunden, stellt die Lerneinheit eine solide Basis für die Weiterentwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs dar. Die Schüler sind in der Lage zwischen „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“ zu unterscheiden und können den Begriff „möglich“ bereits durch „mehr wahrscheinlich“ und „weniger wahrscheinlich“ differenzieren. Auf dieser Grundlage kann das Verständnis für die Wahrscheinlichkeit weiterhin differenziert werden, sodass die Schüler viele verschiedene Wahrscheinlichkeitsgrade erkennen und mithilfe einer Skala ausdrücken können. Ein weiterer Anknüpfungspunkt ist die Gleichwahrscheinlichkeit, die aufgrund des Lebensbezugs der Schüler, nicht vernachlässigt werden sollte. Obwohl die Gleichwahrscheinlichkeit als natürliches Phänomen umstritten ist, sollte der Mathematikunterricht auch zufällige Vorgänge erklären, bei denen die Schüler die Gleichwahrscheinlichkeit vermuten und den Einfluss von Glück und Pech „beobachten“. Dies fordert nicht nur der Rahmenplan, sondern auch der Anspruch der Mathematik, als lebensnahes Fach. Die Realisierbarkeit der Lerneinheit muss in einem nächsten Schritt überprüft werden, um eine Aussage darüber zu machen, ob die Ziele in dieser Form erreicht werden können.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sich das Strukturmodell der Prozessbetrachtung für den Einsatz in der Grundschule eignet, weil es den Schülern eine Untersuchung alltäglicher Phänomene und ihrer näheren Umgebung ermöglicht, bei der sie auf ihre eigenen Erfahrungen und ihr Wissen zurückgreifen können. Dadurch sind bereits Schüler einer zweiten Klasse in der Lage, Wahrscheinlichkeitsfragen zu beantworten und somit einen Wahrscheinlichkeitsbegriff zu entwickeln.

## Literaturverzeichnis

### ***Bücher:***

- Bosch, K. (1994). *Statistik für Nichtstatistiker*. München: Oldenbourg Verlag.
- Eichler, A. & Vogel, M. (2009). *Leitidee Daten und Zufall. Von konkreten Beispielen zur Didaktik der Stochastik*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Eichler, A. & Vogel, M. (2011). *Leitfaden Stochastik*. Wiesbaden: Vieweg+Teubner.
- Engel, A. (1973). *Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik*. Stuttgart: Klett.
- Gigerenzer, G. [u. a.]. (1999). *Das Reich des Zufalls. Wissen zwischen Wahrscheinlichkeiten, Häufigkeiten und Unschärfen*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Graumann, G. (2002). *Mathematikunterricht in der Grundschule*. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.
- Grünewald, R. (1989). *Untersuchungen unter Einbeziehung kombinatorischer und stochastischer Aufgaben in den Mathematikunterricht der unteren Klassen* (Schulmathematische Forschung). Preprint Nr. 221, Humboldt-Universität zu Berlin: Sektion Mathematik.
- Grünewald, R. (1991a). Schwierigkeiten mit der (statistischen) Wahrscheinlichkeit in den ersten Schuljahren. In: E. Stampe & W. Schulz [u. a.] (Hrsg.), *Berliner Tagung zur Didaktik der Mathematik*, S. 49-52.
- Grünewald, R. (1991b). Zum Unterrichten von Stochastik in der Primarstufe – Standpunkte und erste Erfahrungen. In: R. Grünewald (Hrsg.), *Stochastik im Mathematikunterricht der unteren Klassen; Kolloquium am 4.2.1991 in Berlin*, S. 44-53.
- Hilsberg, I. (1991). Stochastik im Primarbereich der ungarischen Schule. In: R. Grünewald (Hrsg.), *Stochastik im Mathematikunterricht der unteren Klassen; Kolloquium am 4.2.1991 in Berlin*, Preprint Nr. 91-18, (S. 15-26). Humboldt-Universität zu Berlin: Fachbereich Mathematik.
- Hilsberg, I. & Warmuth, E. (1991). Stochastik von Klasse 1 bis zum Abitur – ein Lehrgangsentwurf. In: R. Grünewald (Hrsg.), *Stochastik im Mathematikunterricht der unteren Klassen; Kolloquium am 4.2.1991 in Berlin*, Preprint Nr. 91-18, (S. 6-14). Humboldt-Universität zu Berlin: Fachbereich Mathematik.
- Jäger, J. & Schupp, H. (1987). *Curriculum Stochastik in der Hauptschule*. Paderborn: Schöningh.
- Kolmogoroff, A. (1933). *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Berlin: Springer-Verlag.

- Kütting, H. 1981. *Didaktik der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Freiburg: Herder.
- Kütting, H. & Sauer, M. J. (2008). *Elementare Stochastik: mathematische Grundlagen und didaktische Konzepte*. Berlin (u. a.): Springer.
- Maibaum, G. (1990). *Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Berlin: Volk und Wissen.
- Müller, H. P. (Hrsg.). (1991). *Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik : Lexikon der Stochastik*. Berlin: Akad.-Verl.
- Neubert, B. (2006). Leitidee „Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit“ in Schulbüchern für den Primarbereich. In A. Eichler & J. Meyer (Hrsg.), *Tagungsband 2006/2007 des Arbeitskreises "Stochastik in der Schule" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e.V. Anregungen zum Stochastikunterricht, Band 4* (S. 49-63). Hildesheim: Franzbecker.
- Panknin, M. (1974). *Kombinatorik, Wahrscheinlichkeit und Statistik für die Klassen 1-6*. Bochum: Verlag Ferdinand Kamp.
- Piaget, J. (1974). *Der Aufbau der Wirklichkeit beim Kinde*. Stuttgart: Ernst Klett Verlag.
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1993). *Die Psychologie des Kindes*. München: Deutscher Taschenbuch Verlag.
- Reichel, H. C. (Hrsg.) (1992). *Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik*. Wien: Hölder-Pichler-Tempsky.
- Reiss, K. & Hammer, C. (2012). *Grundlagen der Mathematikdidaktik. Eine Einführung für den Unterricht in der Sekundarstufe*. Basel: Birkhäuser.
- Sachs, L. (2006). *Einführung in die Stochastik und das stochastische Denken*. Frankfurt a. M.: Verlag Harri Deutsch.
- Scheid, H. (1992). *Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Mannheim: BI-Wiss.-Verlag.
- Schlag, B. (2010). Frühe Zugänge zu Naturwissenschaften und Technik. Entwicklungspsychologische Grundlagen und didaktisch-methodische Anregungen. In D. Bönig (Hrsg.), *Bildungsjournal Frühe Kindheit (Mathematik, Naturwissenschaft & Technik)* (S. 14-19). Berlin : Cornelsen Scriptor.
- Schupp, P. (1979). *Zugänge zur Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Tübingen: DIFF.
- Wieland, G. (1986). *Mathematik für den Lehrer. Stochastik*. Zürich: Sabe.
- Wittmann, E. (1997). *Grundfragen des Mathematikunterrichts*. Braunschweig [u. a.] : Vieweg.

Wollring, B. (1994a). Fallstudien zu frequentistischen Kompetenzen von Grundschulkindern in stochastischen Situationen – Kinder rekonstruieren verdeckte Glücksräder. In H. Maier & J. Voigt (Hrsg.), *Untersuchungen zum Mathematikunterricht. Verstehen und Verständigung* (S. 144-180). Köln: Aulis Verlag.

### **Zeitschriften:**

Ahrens, A. (2009). Glück oder Mathematik? Untersuchungen zu Zufall und Wahrscheinlichkeit in der 3. Klasse. *Grundschulmagazin*, 2/2009, S. 17-20.

Andelfinger, B. (1983). Umgehen mit dem Zufall – ein Erfahrungsbericht aus dem Unterricht (Klasse 7, Gymnasium). *Stochastik in der Schule*, 3/1983, S. 19-24.

Becker, C. (2009). Gewinnchancen einschätzen. *Sache-Wort-Zahl*, 105, S. 56-60.

Berther, H. (2010). Im Kreis gedreht. Stochastisches Denken bei Zehn-bis Zwölfjährigen aktivieren. *Grundschule*, 5/2010, S. 26-29.

Binner, E. & Itzigebl, P. [u.a.]. (2012). Gewagt ist gewonnen – dem Zufall eine Chance geben. Daten ermitteln, Kombinieren, Aussagen zur Wahrscheinlichkeit – Aufgaben, die Kinder zum entdeckenden Lernen motivieren. *Grundschulunterricht Mathematik*, 03/2012, S. 8-12.

Brinkhaus, S. (2008). Das Leuchtturmsspiel: fair oder unfair? Dem Zufall auf der Spur: Kinder untersuchen Glücksspiele. *Grundschulmagazin*, 6/2008, S. 31-34.

Burggraf, P. (1998). Pausenunfälle auf unserem Schulhof. Risiken schätzen und berechnen. *Sache-Wort-Zahl*, 16, S. 17-24.

Büchter, A. (2006). Daten und Zufall entdecken. Aspekte eines zeitgemäßen Stochastikunterrichts. *Mathematik lehren*, 138, S. 4-11.

Dehn, C. & Mayer, S. [u.a.]. (2007). Was ist wahrscheinlicher? Glücksrad- und Urnenaufgaben für die Grundschule. *Grundschulunterricht*, 2/2007, S. 33-36.

Eichler, K.-P. (2010). Wie die Würfel fallen. Zufall und Wahrscheinlichkeit: Fakten und Anregungen. *Grundschule*, 5/2010, S. 10-13.

Gasteiger, H. (2009). Wahrscheinlich unmöglich? Zufallsexperimente in Jahrgangsstufe 1. *Grundschulmagazin*, 2/2009, S. 13-16.

Green, D. F. (Übersetzt von K. Röttel). (1983). Der Wahrscheinlichkeitsbegriff bei Schülern. *Stochastik in der Schule*, 3/1983, S. 25-38.

Grünewald, R. (1991c). Stochastik in den ersten Schuljahren oder „Was Hänschen nicht lernt, lernt Hans nimmermehr.“. *Mathematik in der Schule*, 29, S. 609-623.

- Grünewald, R. (1991d). Spielen mit der Wahrscheinlichkeit. *Didaktik der Mathematik*, 3/1991, S. 171-177.
- Hahn, H. & Kahnt, J. [u.a.] (2010). Unterstützung des Problemlöseprozesses bei Wahrscheinlichkeitsaufgaben. *Grundschulunterricht Mathematik*, 3/2010, S. 4-9.
- Hasemann, K. & Mirwald, E. (2008). Wie sicher ist wahrscheinlich? Kompetenzerwerb im Bereich Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit. *Grundschule*, 4/2008, S. 24-27.
- Hattermann, M. & Weigel, J. (2011). Das Zweiwürfelspiel. Anbahnung von Wahrscheinlichkeitsdenken im Mathematikunterricht der 1. Klasse. *Grundschulunterricht Mathematik*, 4/2011, S. 7-10.
- Hawkins, A. & Kapadia R. (1984). Children's conceptions of probability – a psychological and pedagogical review. *Educational Studies in Mathematics*, 15, S. 349-377.
- Hefendehl-Hebeker, L. (1983). Der Begriff „Ereignis“ im Stochastikunterricht. *Stochastik in der Schule*, 2/1983, S. 4-16.
- Hunscheidt, D. & Noffke, M. [u.a.] (2008). Jens und Lisa auf dem Rummel. Gestaltung eines Forscherheftes zum Thema „Zufall und Wahrscheinlichkeit“. *Grundschulunterricht Mathematik*, 2/2008, S. 33-37.
- Jannack, W. (2008). Mit Wahrscheinlichkeit anfangen. *Mathematik*, 2/2008, S. 4-5.
- Kleimann, H. (1997). Zufall und Wahrscheinlichkeit. *Grundschule*, 9/1997, S. 52-54.
- Klunier, M. & Raudies, M. (2010). „Das ist doch unmöglich!“ Vorstellungen von Kindern zu Zufall und Wahrscheinlichkeit. *Grundschule*, 5/2010, S. 18-20.
- Koops, H. (1982). Zur Hinführung auf den Wahrscheinlichkeitsbegriff im Unterricht der Primarstufe. *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe*, 3, S. 106-113.
- Köhler, E. & Raudies, M. (1997). Zufälle und Geometrie im Unterricht. *Grundschule*, 5/1997, S. 55-58.
- Kurz, A. & Hoffart E. (2008). „Da hat man einen Apfel mehr Glück.“ Schülerteams lösen Aufgaben zur Wahrscheinlichkeit. *Grundschulunterricht Mathematik*, 2/2008, S. 29-32.
- Kurz-Milcke, E. & Martignon, L. (2007). Bericht zum Minisymposium bei der Tagung der GDM. *Stochastik in der Schule*, Band 27 (03/2007), S. 43-45.
- Martignon, L. & Wassner, C. (2005). Schulung frühen stochastischen Denkens von Kindern. *Zeitschrift für Erziehungswissenschaft*, 2/2005, S. 202-222.
- Martignon, L. & Krauss, S. (2007). Gezinkte und Ungezinkte Würfel, magnetplättchen, Wasonkärtchen und Tinkercubes: Materialien für eine Grundschulstochastik zum Anfassen. *Stochastik in der Schule*, Band 27 (03/2007), S. 16-27.

- Mayer, S. (2008). Wahrscheinlichkeitsrechnung. Ein motivierendes Thema für die Grundschule. *Grundschulunterricht Mathematik*, 2/2008, S. 24-28.
- Müller, R. (2011). Würfel und Glücksräder. Schülerinnen und Schüler eines dritten Schuljahrs experimentieren mit Wahrscheinlichkeiten. *Grundschulunterricht Mathematik*, 4/2011, S. 33-45.
- Nemetz, T. & Kusolitsch, N. (1992). Übungen zum subjektiven Zugang zu Wahrscheinlichkeiten. *Stochastik in der Schule*, 12, S. 42-47.
- Neubert, B. (1995). Stochastik im Mathematikunterricht der Grundschule? *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe*, 23, S. 35-39.
- Neubert, B. (2002). Grundschüler beurteilen ein Würfelspiel – Ein Erfahrungsbericht. *Stochastik in der Schule*, 22, S. 25-29.
- Neubert, B. (2007). Kompetenzen von Grundschülern bei der Erarbeitung von Aufgaben zur Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Stochastik in der Schule*, Band 27 (03/2007), S. 28-33.
- Neubert, B. (2011). Welcher Zufallsgenerator ist der Beste? Spielerisch-experimentelle Zugänge ermöglichen theoretische Überlegungen zu Kombinatorik, Zufall und Wahrscheinlichkeit. *Grundschulunterricht Mathematik*, 4/2011, S. 4-6.
- Ohmann, B. & Schnell, S. (2011). Wann kann ich sicher wetten? Ordnen in Schülerhand – am Beispiel Wahrscheinlichkeit. *Mathematik lehren*, 164, S. 14-19.
- Perlefein, C. & Eidam, C. (2011). Darstellen – Arbeitsblätter zur Wahrscheinlichkeit, Kombinatorik und Statistik. *Grundschulunterricht Mathematik*, 2/2011, S. 38-39.
- Pfeil, C. (2010). „Mit welchem Würfel ist deine Gewinnchance größer?“ Argumentieren und Verbalisieren zur Wahrscheinlichkeit. *Grundschulunterricht Mathematik*, 2/2010, S. 22-25.
- Pfeil, C. (2011). „Würfeln ist doch Glückssache, oder?“ Die Förderung inhaltsbezogener und allgemeiner mathematischer Kompetenzen durch eine Unterrichtseinheit zur Wahrscheinlichkeit. *Grundschulunterricht Mathematik*, 4/2011, S. 11-14.
- Rechtsteiner-Merz, C. (2009). Heute versuchen wir unser Glück. Eine Lernumgebung zum Bereich „Wahrscheinlichkeit“ in einer jahrgangsgemischten Eingangsklasse. *Grundschulmagazin*, 2/2009, S. 21-24.
- Röhrkasten, K. (2010). Spiele mit dem Zufall. Spielend mit Wahrscheinlichkeiten im Mathematikunterricht umgehen. *Grundschule*, 5/2010, S. 22-25.
- Sherwood, P. (1979). Die Behandlung der Wahrscheinlichkeit in einer Grundschulklasse. *Statistik in der Schule*, 1, S. 6-15.

- Stanja, J. (2010). Die Würfel sind gefallen. Repräsentationen im Stochastikunterricht. *Der Mathematikunterricht*, 1/2010, S. 12-22.
- Steinbring, H. (1997). Kinder erschließen sich eigene Deutungen. Wie Veranschaulichungsmittel zum Verstehen mathematischer Begriffe führen können. *Grundschule*, 3/1997, S. 16-18.
- Ulm, V. (2009). Stochastik – Teil mathematischer Bildung. Entdeckungen mit Stochastik in der Grundschule. *Grundschulmagazin*, 2/2009, S. 8-11.
- Warmuth, E. (1991). Was ist Wahrscheinlichkeit? – Gedanken zur Erklärung und Entwicklung des Begriffs in der Schule. *Didaktik der Mathematik*, 3/1991, S. 165-170.
- Weustenfeld, W. (2007). Die Augensumme zweier Würfel voraussagen: Alles nur eine Frage von Glück und Pech? *Stochastik in der Schule*, Band 27 (03/2007), S. 2-15.
- Wollring, B. (1994b). Animistische Vorstellungen von Vor- und Grundschulkindern in stochastischen Situationen. *Journal für Mathematik-Didaktik*, Jahrgang 15 (1994), Heft 1/2, S. 3-34.

### **Internetquellen:**

- Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. (2005) Von:  
[http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_10\\_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf](http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf).
- Rahmenplan Grundschule Mathematik, Mecklenburg-Vorpommern. Von:  
<http://www.bildungserver-mv.de/download/rahmenplaene/rp-mathe-gs.pdf>.
- Prediger, S. (2005). Wenn man Schwein gehabt hat, kann man zwei Dreien kriegen. Fallbeispiel zu Überschneidungseffekten bei stochastischen Vorstellungen. Zugriff am 21.09.2012, von <http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/veroeff/05-BzMU-Ueberschneidung-long.pdf>.
- Sill, H.-D. (1992). Zum Verhältnis von stochastischen und statistischen Betrachtungen. Zugriff am 23.08.2012, von [http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Publicationen/Stochastik/MU\\_92\\_Weingarten.pdf](http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Publicationen/Stochastik/MU_92_Weingarten.pdf).
- Sill, H.-D. (1993). Zum Zufallsbegriff in der stochastischen Allgemeinbildung. Zugriff am 23.08.2012, von [http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Publicationen/Stochastik/Artikel\\_Zufallsbegriff\\_ZDM\\_93\\_2.pdf](http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Publicationen/Stochastik/Artikel_Zufallsbegriff_ZDM_93_2.pdf).
- Sill, H.-D. (2003). Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen. Zugriff am 23.08.2012, von [http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Publicationen/Unterrichtswerk/Stochastik\\_LH\\_MV\\_6.pdf](http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Publicationen/Unterrichtswerk/Stochastik_LH_MV_6.pdf).

- 
- Sill, H.-D. (2005). Probleme und Möglichkeiten zur Behandlung der bedingten Wahrscheinlichkeit. Zugriff am 23.08.2012, von [http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Publicationen/Stochastik/Bedingte\\_Wahr\\_Dresden\\_05\\_02.pdf](http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Publicationen/Stochastik/Bedingte_Wahr_Dresden_05_02.pdf).
- Sill, H.-D. (2009). Zur Prozessbetrachtung zufälliger Erscheinungen. Zugriff am 23.08.2012, von [http://www.mathe-mv.de/fileadmin/Mathe-MV/Unterrichtspraxis/Jahrganguebergreifendes/Grundbegriffe\\_Stochastik/Zur\\_Prozessbetrachtung\\_zufaelliger\\_Erscheinungen\\_09.pdf](http://www.mathe-mv.de/fileadmin/Mathe-MV/Unterrichtspraxis/Jahrganguebergreifendes/Grundbegriffe_Stochastik/Zur_Prozessbetrachtung_zufaelliger_Erscheinungen_09.pdf).
- Sill, H.-D. (2010). Zur Modellierung zufälliger Erscheinungen. Zugriff am 23.08.2012, von <http://www.math.uni-rostock.de/~sill/Publicationen/Stochastik/Zur%20Modellierung%20zufaelliger%20Erscheinungen%20SiS%202010.pdf>.

## **Anhang**

**Anhangsverzeichnis**

Übersicht der Lerneinheit .....	75
Ziele .....	75
Tabellarische Übersicht der Lerneinheit .....	76
1 Unterrichtsentwurf: Stunde 1 „Kalle, der Wetterfrosch“ .....	80
1.1 Material: Stunde 1 .....	85
2 Unterrichtsentwurf: Stunde 2 „Wir finden Möglichkeiten und Hinweise“ ...	92
2.1 Material: Stunde 2 .....	97
3 Unterrichtsentwurf: Stunde 3 „Was ist wahrscheinlicher?“ .....	104
3.1 Material: Stunde 3 .....	108
4 Unterrichtsentwurf: Stunde 4 „Mehr oder weniger wahrscheinlich?“ .....	115
4.1 Material: Stunde 4 .....	119
5 Unterrichtsentwurf Stunde 5: „sicher“, „möglich, aber nicht sicher“ und „unmöglich“ .....	125
5.1 Material: Stunde 5 .....	129
6 Unterrichtsentwurf: Stunde 6 „Möglich ist nicht gleich möglich!“ .....	137
6.1 Material: Stunde 6 .....	142
7 Unterrichtsentwurf: Stunde 7 „Wie wahrscheinlich ist das?“ .....	145
7.1 Material: Stunde 7 .....	150
8 Unterrichtsentwurf: Stunde 8 „Auf der Leiter hoch und runter“ .....	153
8.1 Material: Stunde 8 .....	157

## Übersicht der Lerneinheit

<b>Lerneinheit: „Kalle, der Wetterfrosch“ – Wir machen Vorhersagen</b>	
<b>Leitidee: Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs anhand von Vorhersagen</b>	
<b>Ziele</b>	
Sachkompetenz	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- identifizieren zufällige Vorgänge in ihrer Lebensumwelt und beschreiben diese mit den fachlichen Begriffen „sicher“, „möglich“, „mehr wahrscheinlich“, „weniger wahrscheinlich“ und „unmöglich“.</li> <li>- vergleichen Wahrscheinlichkeiten und machen Wahrscheinlichkeitsaussagen.</li> <li>- unterscheiden Fachbegriffe und verwenden diese.</li> </ul>
Methodenkompetenz	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- formulieren Wahrscheinlichkeitsaussagen.</li> <li>- verdeutlichen eine Wahrscheinlichkeitsaussage mithilfe der Wahrscheinlichkeitsskala.</li> <li>- vergleichen Wahrscheinlichkeiten.</li> <li>- stellen zufällige Vorgänge ergebnisorientiert nach.</li> </ul>
Soziale Kompetenz	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- schildern ihre Wahrscheinlichkeitseinschätzungen gegenüber ihren Mitschülern und erfassen die Einschätzungen ihrer Mitschüler.</li> <li>- erarbeiten gemeinsam Wahrscheinlichkeitsaussagen.</li> <li>- arbeiten kooperativ mit ihren Mitschülern zusammen.</li> </ul>
Personale Kompetenz	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- beschreiben eigene Vorstellungen und Erfahrungen zur Wahrscheinlichkeit.</li> <li>- treffen eigene Wahrscheinlichkeitsaussagen.</li> <li>- präsentieren ihre Erkenntnisse aus praktischen Untersuchungen.</li> </ul>

### Tabellarische Übersicht der Lerneinheit

Phase	Stunde	Inhalt
Einführungs-/ Hinführungs-/ Motivations- phase	1  „Kalle, der Wetter- frosch“	Die Einführung in das Thema „Wir machen Vorhersagen“ wird mit der Geschichte „Kalle, der Wetterfrosch“ gestaltet. Die Geschichte wird im Sitzkreis durch die Lehrperson interaktiv erzählt, sodass die Schüler mehrmals Fragen beantworten müssen, um so aktiv am Erzählprozess teilzunehmen. In der Geschichte werden die Schüler mit dem Ausdruck „wahrscheinlicher (als)“ konfrontiert und nach ihrer Erfahrung mit dem Ausdruck bzw. ihrer Bedeutungsvorstellungen befragt. Mit den Fragen und ersten kleineren Übungen gehen die Schüler intuitiv um, wodurch sich der Lehrperson ein Eindruck der vorhandenen Erfahrungen und Vorstellungen ermöglicht. Die Analyse des bestehenden Wissensstands ist von großer Bedeutung für den weiteren Verlauf der Unterrichtseinheit.
	Allgemein	Die Geschichte „Kalle, der Wetterfrosch“ ist lerneinheitsübergreifend und taucht in jeder Stunde in unterschiedlichem Maße auf. Oftmals wird die Motivationsphase der jeweiligen Stunde durch eine Fortsetzung der Geschichte gestaltet. In der Geschichte ist die Problemstellung der Stunde bzw. die Stundeninhalte in grober Form enthalten.
Erarbeitung „wahrscheinlicher“ (komparative Wahrscheinlichkeit)	1  „Kalle, der Wetter- frosch“	Die Erarbeitung des komparativen Wahrscheinlichkeitsbegriffs beginnt bereits in der ersten Stunde, indem die Schüler mit dem Ausdruck „wahrscheinlicher als“ konfrontiert werden. Dazu wird eine erste Übung gemeinsam durchführen, bei der die Wahrscheinlichkeiten zweier Ergebnisse zufälliger Vorgänge verglichen werden, um das wahrscheinlichere Ergebnis intuitiv zu bestimmen. Hierbei spielen nicht nur die intuitiven Einschätzungen eine Rolle, sondern Begründungen für diese Einschätzungen werden gemeinsam gesucht. Die Lehrperson leitet die Schüler an und unterstützt sie dabei, sich selbst bestimmte Fragen zu stellen, durch die unbewusst Bedingungen für den jeweiligen zufälligen Prozess herausgestellt werden. Außerdem wird ein gemeinsames Vorgehen für eine Wettervorhersage erarbeitet, welche in den folgenden Stunden als festes Ritual verankert sein wird. Die Vorhersage bezieht sich nur auf den folgenden Tag, sodass die Schüler sich auf ihre Beobachtungen stützen können, jedoch auch mit unerwarteten Ausgängen konfrontiert werden können. Durch das Gestalten einer Wettervorhersage führen sie unbewusst selbstständig einen Vergleich von Wahrscheinlichkeiten durch, um eine Vorhersage zu machen.
		Das Thema der Wettervorhersagen bestimmt den Beginn der

	2  „Wir finden Möglichkeiten und Hinweise“	Stunde, wobei die Schüler nun selbstständig (in Partnerarbeit) erste Wahrscheinlichkeitsvergleiche durchführen. Anschließend wird das Anwendungsfeld für die Vorhersagen durch die Fortsetzung der Geschichte auf verschiedene Lebensbereiche der Menschen, und damit auch der Schüler, erweitert. Unter diesem Aspekt werden die Eigenschaften eines zufälligen Vorgangs erarbeitet, um wetterübergreifende Fragen zu beantworten. Dazu erkennen die Schüler zunächst, dass bei manchen Vorgängen verschiedene Ergebnisse möglich sind. In einer Übung sollen sie verschiedene Möglichkeiten erfassen und benennen. Anschließend wird auf das Vorgehen in der ersten Stunde verwiesen, bei dem man durch bestimmte Fragen (Bedingungen), Hinweise für die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses erhalten kann, wodurch die Einschätzung erleichtert wird. Daraufhin wird eine gemeinsame Übung durchgeführt.
Übungs- und Anwendungsphase „wahrscheinlicher als“ (komparative Wahrscheinlichkeit)	3  „Was ist wahrscheinlicher?“	In der dritten Stunde sollen die Schüler nun selbst Vorhersagen zu verschiedenen Lebensbereichen machen. Dazu arbeiten sie in Gruppen und vergleichen zwei Wahrscheinlichkeiten, um das wahrscheinlichere Ergebnis auszuwählen. Die Schüler wenden die Arbeitsmethode der letzten Stunde an, indem sie sich Hinweisfragen stellen. Haben sich die Gruppen zusammen entschieden, findet eine Vermischung statt, sodass jede neue Einheit jeweils einen Experten aus den ursprünglichen Arbeitsgruppen enthält. Nun stellt der Experte die Frage an die anderen und diese sollen nun überlegen und antworten. Der Experte kontrolliert oder gibt Hilfestellung durch eine Hinweisfrage, die in der Expertengruppe besprochen wurde. Anschließend wird eine gemeinsame Übung im Klassenverband durchgeführt, bei der Fragen zum Inhalt der Federtaschen bzw. Schultaschen gestellt werden. Die Schüler müssen erneut aufgrund ihrer Erfahrungen und durch Hinweisfragen eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung im Sinne von „A ist wahrscheinlicher als B“ vornehmen. Da sich die Fragen auf den konkreten Moment und die konkrete Klasse beziehen, kann die Einschätzung überprüft werden, sodass die Schüler das Eintreten ihrer Vorhersage sehen bzw. die Erfahrung machen, dass auch das Unerwartete eintreten kann.
Übergang zur qualitativen Wahrscheinlichkeitseinschätzung	4  „Mehr oder weniger wahrscheinlich?“	Die vierte Stunde bildet den Übergang zur qualitativen Einschätzung eines Ergebnisses, die in der fünften Stunde erarbeitet werden soll. In dieser Stunde geht es nicht mehr um den Vergleich von zwei vorgegebenen Ergebnissen eines zufälligen Vorgangs, sondern darum, eine Einschätzung für ein Ergebnis zu machen. Die Schüler stellen nicht mehr heraus und begründen, welches Ergebnis wahrscheinlicher ist, sondern ob ein Ergebnis mehr oder weniger wahrscheinlich ist. Dazu liefert die Geschichte ein Beispiel, das gemeinsam erarbeitet wird. Es wird nach Bedingungen für diesen Vorgang gesucht und eine

		Einschätzung wird vorgenommen. Anschließend sollen die Schüler selbstständig mit einem Arbeitsblatt Aussagen über ein Ergebnis machen. Zum Stundenabschluss wird eine Übung im Klassengespräch durchgeführt, wobei die Schüler Situationen hinsichtlich ihrer Wahrscheinlichkeit bewerten sollen.
Erarbeitung Wahrscheinlichkeitsskala und Fachbegriffe „sicher“, „möglich, aber nicht sicher“, „unmöglich“	5  „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“	In der fünften Stunde werden anhand der Leiter des Wetterfrosches die Wahrscheinlichkeitsskala und die Begriffe „sicher“, „möglich, (aber nicht sicher)“ und „unmöglich“ erarbeitet. Dazu beschreibt die Fortsetzung der Geschichte Situationen, in denen je eine Einschätzung gemacht werden kann. In der Besprechung dieser Situationen erarbeiten die Schüler die Begriffe „sicher“ und „unmöglich“. Die Reaktionen des Frosches auf seiner Leiter dienen als Überleitung zu einer Skala, an der man die Wahrscheinlichkeit anzeigen kann. Die Begriffe „sicher“ und „unmöglich“ werden an der Tafel auf einer Leiter dargestellt. Bestimmte Vorgänge und Situationen sollen nun den Begriffen „sicher“ und „unmöglich“ zugeordnet werden. Einige Situationen können jedoch nicht eingeordnet werden. Diesen wird die Eigenschaft „möglich, (aber nicht sicher)“ zugeordnet und ebenfalls an der Leiter verortet. Nach der Zuordnung dieser Beispiele, erkennen die Schüler in Gruppen praktisch die Bedeutung der Fachbegriffe, indem sie selbst Vorgänge hinsichtlich dieser Einteilung untersuchen und in die Wahrscheinlichkeitsskala einordnen.
Übung und Anwendung Wahrscheinlichkeitsskala und Fachbegriffe „sicher“, „möglich, aber nicht sicher“, „unmöglich“	6  „Möglich ist nicht gleich möglich“	Die Schüler sollen das Gelernte der letzten Stunde nun anwenden und die Begriffe richtig verwenden bzw. die richtige Anwendung überprüfen. In einer ersten Übung kontrollieren die Schüler Aussagen mit den Fachbegriffen und finden gegebenenfalls den richtigen Fachbegriff für die Situation. Ihr Verständnis der Fachbegriffe soll in einer weiteren Übung im Klassenverband erweitert werden. Dazu werden Situationen beschrieben, die einem Begriff zugeordnet sind. Gemeinsam wird überlegt, wie die Bedingungen verändert werden müssen, um einen anderen Fachbegriff geltend zu machen, das heißt, wie wird aus einem „sicheren“ Ergebnis ein „mögliches“? Nach den Übungen der Fachbegriffe wird das Verständnis für den Begriff „möglich“ differenziert und erweitert. Die Schüler sollen den Zusammenhang zu den vorher erarbeiteten Begriffen mehr oder weniger wahrscheinlich erkennen und diese Einschätzungen in die Arbeit mit der Wahrscheinlichkeitsleiter aufnehmen. Dazu werden Beispiele im Klassenverband auf der Leiter im „möglichen Bereich“ hinsichtlich der jeweiligen Wahrscheinlichkeit eingeordnet. Als didaktische Reserve oder als Differenzierungsmöglichkeit für schnelle und leistungsstarke Schüler kann eine weitere Übung durchgeführt werden, bei der sich die Schüler selbst Beispiele für „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“ aus-

		denken und eventuell den Mitschülern vorstellen, sodass diese eine Einschätzung vornehmen.
	7  „Wie wahrscheinlich ist das?“	In der siebten Stunde steht die Arbeit mit der Wahrscheinlichkeitsskala im Mittelpunkt. Die Schüler vertiefen das Verständnis für die Leiter als Anzeigemittel mithilfe einer Übung, in der sie verschiedenen Aussagen eine Position auf der Leiter zuweisen.  Anschließend erfolgt der Übergang von der konkreten Leiter des Frosches zur Wahrscheinlichkeitsskala, die für jeden Schüler in Form seines Lineals vorhanden ist. Im Klassenverband werden bereits bekannte Beispiele (aus den vorherigen Stunden) besprochen und von jedem Schüler auf seiner „Leiter“ verortet, damit die Schüler eine gewisse Sicherheit im Umgang mit der Wahrscheinlichkeitsskala entwickeln können.
	8  „Wir hüpfen die Leiter hoch und runter“	In der achten und letzten Unterrichtsstunde sollen die Schüler ihr Wissen der letzten Stunden in der Arbeit mit der Wahrscheinlichkeitsskala anwenden und durch verschiedene Übungen trainieren.  In der ersten Übung stellen die Schüler einem Arbeitspartner Wahrscheinlichkeitsfragen und dieser beantwortet sie mithilfe seiner Wahrscheinlichkeitsleiter. Der fragende Schüler soll die Leiter „lesen“ und die Antwort des Partners mit den gelernten Begrifflichkeiten verbalisieren.  Anschließend gibt es eine gemeinsame Anwendungsübung. Der Lehrer skizziert verschiedene Leitern mit einer markierten Einschätzung an die Tafel und die Schüler sollen entsprechende Wahrscheinlichkeitsfrage aus drei vorgestellten Fragen erkennen. An diese Übung schließt sich die letzte Anwendung an. Diese Anwendung bildet den Abschluss und soll daher spielerisch als „Wetterfroschspiel“ gestaltet werden. Die Schüler haben in Teams die Aufgabe sich selbst auf einer Wahrscheinlichkeitsskala, die auf dem Boden mit Klebeband dargestellt wird, zu positionieren und damit eine Einschätzung vorzunehmen.
Reflexions-/ Abschlussphase	8  „Wir hüpfen die Leiter hoch und runter“	Nach der letzten Anwendungsübung werden die Schüler mit einer Urkunde als „neue Wetterfrösche“ ausgezeichnet, wodurch die Geschichte von „Kalle, dem Wetterfrosch“ beendet wird. Zum Ende der Stunde reflektieren die Schüler und die Lehrperson über die Lerneinheit, ihre Inhalte und Methoden. Anhand von Fragen, die der Lehrer stellt, beschreiben die Schüler, wie sie die Lerneinheit erlebt haben. Daraus können Rückschlüsse für die weitere Entwicklung des Wahrscheinlichkeitsbegriffs und anderer stochastischer Fähigkeiten gezogen werden.

## 1 Unterrichtsentwurf: Stunde 1 „Kalle, der Wetterfrosch“

### Ziele der Unterrichtsstunde:

- Sachkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - bestimmen mögliche Ausgänge des zufälligen Vorgangs „Wetterentwicklung“.
  - vergleichen zwei Wahrscheinlichkeiten (bezüglich des Wetters), nehmen eine Bewertung vor und begründen diese.
  - formulieren eine eigene Wettervorhersage und finden Begründungen für diese.
  
- Methodenkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - vergleichen zwei Wahrscheinlichkeiten und treffen eine Auswahl.
  - führen Beobachtungen durch, um eine eigene Wettervorhersage zu machen.
  - stellen Fragen zum zufälligen Vorgang Wetter und beantworten diese, um zu einer Wahrscheinlichkeitseinschätzung zu gelangen.
  
- Personale Kompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - äußern ihre eigenen Erfahrungen und Vorstellungen zum Begriff „wahrscheinlicher“.
  
- Sozialkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - arbeiten mit den Mitschülern zusammen und einigen sich auf einen Beschluss.

## Verlaufsplanung:

Zeit	Phase	Lehrerhandlung	Erwartete Schülerhandlung	SF/Material	Bemerkungen
1'	Begrüßung	- L und S begrüßen sich, S im Sitzkreis			
10'	Motivation / Hinführung	<p>- leitet Geschichte ein (Heute geht es um Kalle, einen Frosch.) und fragt nach möglichen Berufswünschen eines Frosches</p> <p>- L liest die Geschichte von „Kalle , dem Wetterfrosch“ vor</p> <p>- L stellt Frage: <i>Wie kann das Wetter sein? Welche Wetterarten kennt ihr?</i></p> <p>- L liest die Geschichte weiter vor</p> <p>- L stellt Frage aus der Geschichte: <i>„Habt ihr das schon einmal gehört?“ (etwas ist wahrscheinlicher als etwas anderes)</i></p>	<p>- S überlegen, verschiedene „Berufsmöglichkeiten eines Frosches“</p> <p>- S hören Geschichte</p> <p>- S beantworten Frage und sammeln unterschiedliche Wettererscheinungen: z.B.: Regen, Sonne, Wolken, Sturm/Wind, Schnee, Hagel etc.</p> <p>- S beschreiben ihre Assoziationen zu dem Begriff „wahrscheinlich“ bzw. „wahrscheinlicher“ (etwas ist wahrscheinlicher, wenn man glaubt, dass es passiert oder wahr ist, wenn man fast sicher ist, man kann es aber nicht genau sagen etc.)</p>	<p>LV Geschichte Teil 1</p> <p>UG Wetterkarten</p>	Die Fragen bzw. Aufgaben müssen durch den Lehrer erklärt und eventuell bei der Beantwortung Hilfestellung geleistet werden.
10'	Erarbeitung I („wahrscheinlicher“)	<p>- L stellt Aufgabe aus der Geschichte:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Was ist wahrscheinlicher?</li> </ul> <p>- L nennt erstes Bsp.:</p> <p style="padding-left: 20px;"><i>a.) Wird es morgen hier bei uns eher regnen oder schneien? Was ist wahrscheinlicher?</i></p> <p>- L fragt: <i>„Um das zu beantworten, gibt es einige Hinweise. Wir könnten zum Beispiel überlegen wann es schneit. Wie müsste das</i></p>	- S hören erste Aufgabe	UG Geschichte Teil 1	

		<p><i>Wetter dafür sein?</i>  <i>Also für Schnee brauchen wir sehr kalte Temperaturen, wie sieht es mit dem Regen aus? Wann kann es regnen?</i>  <i>Welche Jahreszeit/welches Wetter haben wir im Moment hier bei uns? Was meint ihr, wird es morgen eher regnen oder schneien?“</i></p> <p>- L stellt die anderen Fragen:  <i>b.) Kannst du in Warnemünde eher im August oder im Februar im Meer schwimmen gehen? Was ist wahrscheinlicher?</i></p> <p>- <i>Wie ist das Wetter wenn wir gerne ins Meer zum Baden gehen?</i>  <i>In welchem Monat ist es wahrscheinlicher, dass wir in Warnemünde baden gehen können?</i></p> <p><i>c.) Wenn es bei uns regnet, scheint dann eher die Sonne oder ist der Himmel grau und bewölkt?</i></p> <p>- Guckt mal aus dem Fenster und stellt euch vor, es regnet. Wie sieht der Himmel dann aus? Ist er dann eher hell und freundlich oder dunkel und grau?</p>	<p>- S: <i>kalt, Winter</i></p> <p>- S: <i>regnen kann es das ganze Jahr über</i></p> <p>- S (jahreszeitenabhängig):  <i>a.) (Jahreszeitenabhängig, z.B. im Sommer) „Es ist wahrscheinlicher, dass es regnet.“</i></p> <p>- S: <i>warm/heiß, sonnig, wärmeres Wasser etc.</i>  <i>b.) „Es ist wahrscheinlicher, dass ich im August im Meer schwimmen kann.“</i></p> <p>- S: <i>wolkig, dunkel</i>  <i>c.) „Wenn es regnet, ist es wahrscheinlicher, dass der Himmel grau und bewölkt ist.“</i></p>		
3 <sup>•</sup>	Abschluss der Geschichte	- L beendet die Geschichte und gibt einen Ausblick auf die folgenden Stunden		LV	
10 <sup>•</sup>	Erarbeitung II (Vorhersage)	- L erarbeitet mit S eine mögliche Vorgehensweise beim Wettervorhersagen:		UG Wetterkarten	

		<p>„Wie könnten wir zu einer Wettervorhersage kommen? So wie Kalle. Was hat der alte Frosch zuerst gefragt? Das heißt, zuerst fragen wir uns, was überhaupt alles möglich ist. Wie kann man dann herausfinden, wie das Wetter wohl werden könnte?“</p>	<p>- S: welche verschiedenen Wetterarten es gibt</p> <p>- S nennen verschiedene Strategien, werden evtl. bei Verständnisschwierigkeiten gelenkt: z.B. den Himmel beobachten, überlegen wie das Wetter gestern war, überlegen was für die Jahreszeit typisch ist etc.</p>		
6 <sup>c</sup>	Anwendung II (Wettervorhersage)	<p>- L bringt die gesammelten Wetterkarten an der Tafel an</p> <p>- L führt die Schrittfolge einer Wettervorhersage mit S durch: „Die verschiedenen Wetterarten haben wir ja schon gesammelt. Nun lasst uns den zweiten Schritt durchführen. Was war noch der zweite Schritt?“</p> <p>- L und S betrachten den Himmel, überlegen wie das Wetter gestern war, welche Jahreszeit wir haben, und wie es draußen war (in der Hofpause, auf dem Schulweg etc.)</p> <p>- anhand der Überlegungen legen sich L und S auf ca. 1-3 Wetterkarten für den heutigen Tag fest</p> <p>- diese Wetterkarten werden an der Tafel nahe des Datums angebracht</p>	<p>- S führen Wettervorhersage durch L-Unterstützung durch</p> <p>- S: den Himmel beobachten, überlegen wie das Wetter in den letzten Tagen war, welche Jahreszeit ist usw.</p> <p>- S wiederholen eben Gelesenes und führen gemeinsam mit L die Überlegungen durch</p> <p>- S bestimmen gemeinsam ca. 1-3 Wetterkarten und geben so eine erste Wettervorhersage</p>	UG Wetterkarten	

5*	Abschluss/ Reflexion	-L gibt Raum für Fragen und Eindrücke - L gibt kurzen Ausblick auf die folgenden Stunden: „ <i>Jedes Mal wollen wir jetzt zu Beginn eine Wettervorhersage machen. Außerdem werden wir gemeinsam lernen, dass man noch über viele andere Dinge eine Vorhersage machen kann.</i> “ - L beendet die Stunde	- S können Fragen stellen und die Stunde reflektieren		
----	-------------------------	---	---	--	--

**Abkürzungen:**

**L** = Lehrperson; **S** = Schüler; **UG** = Unterrichtsgespräch; **LV** = Lehrervortrag

**1.1. Material: Stunde 1**  
*Geschichte Teil 1*

# Kalle, der Wetterfrosch

## Teil 1 (Stunde 1)

Das ist Kalle. Kalle ist von Beruf Wetterfrosch. Wisst ihr was ein Wetterfrosch macht? (→ **Schülerfrage**) Wetterfrösche sollen das Wetter vorhersagen können. Könnt ihr euch das vorstellen? Wie soll das gehen? Aber lasst uns vielleicht Kalles Geschichte von Anfang an hören. Dann werden wir schon sehen...

Kalle war nicht schon immer ein Wetterfrosch. Er war ein ganz normaler kleiner Froschjunge, wie alle anderen kleinen Froschjungen auch. Aber etwas machte ihn doch besonders. Während die anderen Froschjungen wild durch die Gegend hüpfen und Verstecken in den Unterpflanzen in seinem Heimatteich spielten, saß er manchmal einfach auf einem Stein und bewunderte den Himmel und wie er sich verändern konnte. Manchmal war er ganz grau wie die Maus aus der Nachbarschaft, manchmal fiel sogar Wasser vom Himmel oder so weißes Zeug, wenn es besonders kalt wurde. An anderen Tagen war der Himmel blau wie das Wasser im Meer, das er einmal auf einer Postkarte gesehen hatte. Jedenfalls war Kalle vom Wetter einfach fasziniert. Wenn die Sonne schien und es schön warm war, kletterte er auf ein Seerosenblatt und ließ sich den Rücken wärmen. Wenn das Wetter eher ungemütlich und kalt wurde verschwand er schnell vom Seerosenblatt und kauerte sich unter das Blatt.

Kalle wurde älter und mit der Zeit hatte er das Wetter oft beobachtet und kletterte manchmal schon auf das Blatt, obwohl noch ziemlich viele Wolken am Himmel waren. So manches Mal lachten die anderen Frösche über ihn,

aber oftmals lohnte es sich, dass Kalle auf sein Bauchgefühl hörte, denn so bekam er den besten Platz auf dem Seerosenblatt.

Eines Tages kam ein alter Frosch in den Teich, der schon lange Zeit nicht mehr hier lebte. Er besuchte seine alten Freunde und Kalle war sehr interessiert an dem unbekanntem Besuch. Als Kalle wieder einmal vor allen anderen auf dem Blatt sein wollte, erschrak er! Da lag schon der alte Frosch, den er nicht kannte. Der alte Frosch lächelte, als er Kalle sah und sagte: „Setz dich doch, mein Junge!“ Zunächst zögerte Kalle, setzte sich dann aber doch zu dem Unbekannten. So kamen beide ins Gespräch und der alte Frosch erzählte Kalle, dass er nun in der Stadt wohnen würde und dort einen Job als Wetterfrosch hatte. Kalle glaubte seinen Ohren nicht! „Wetterfrosch, was ist denn das?“, fragte er aufgeregt. Und so erklärte ihm der alte Frosch, dass ein Wetterfrosch für die Menschen arbeitet und ihnen zeigt, wie das Wetter wird. „Ja, aber wie ist das denn möglich?“, fragte Kalle neugierig. „Das Wetter kann ganz unterschiedlich sein“, sagte der Alte. „Welche Wettererscheinungen kennst du denn?“ Da musste Kalle erst einmal überlegen. Er hatte schon so viel Wetter gesehen, dass er gar nicht wusste, wo er anfangen sollte.

⇒ ***Könnt ihr ihm helfen? Welche Wetterarten kennt ihr? (Wettererscheinungen sammeln)***

***[Sonne, Regen, Schnee, Wind/Sturm, Hagel, Gewitter, Warm, Kalt, Nebel, etc.]***

„Sehr gut, da habt ihr aber schon sehr oft das Wetter beobachtet!“, lobte der alte Frosch. „Ganz genau sagen, wie das Wetter wird, können auch wir Wetterfrösche nicht, aber manchmal kann man sagen, dass es wahrscheinlicher ist, dass das Wetter so wird, als vielleicht anders.“ Kalle war verwirrt, er verstand nicht, was der Alte ihm erklärte. Es gibt schon ganz schön schwierige

ge Wörter, die Kalle manchmal noch nie gehört hatte. **So ein Wort war „wahrscheinlicher“.** Habt ihr das schon einmal gehört?

⇒ **Anknüpfung an Schülererfahrungen**

Der alte Frosch überlegte, wie er Kalle helfen konnte. „Pass auf“, sagte er, „ich werde dir mal ein paar Fragen stellen und du sagst mir, was du dazu meinst.“ Gespannt hörte Kalle zu. Wollen wir Kalle bei den Fragen helfen?

→ **Fragen: (Was ist wahrscheinlicher?)**

**1. Wird es morgen hier bei uns eher regnen oder schneien? Was ist wahrscheinlicher?**

[jahreszeiten- und witterungsabhängig]

**2. Kannst du eher im August oder im März in Warnemünde im Meer schwimmen gehen? Was ist wahrscheinlicher?**

[eher im August, weil es dort wahrscheinlicher ist, dass es warm ist und das Wasser nicht zu kalt ist etc.]

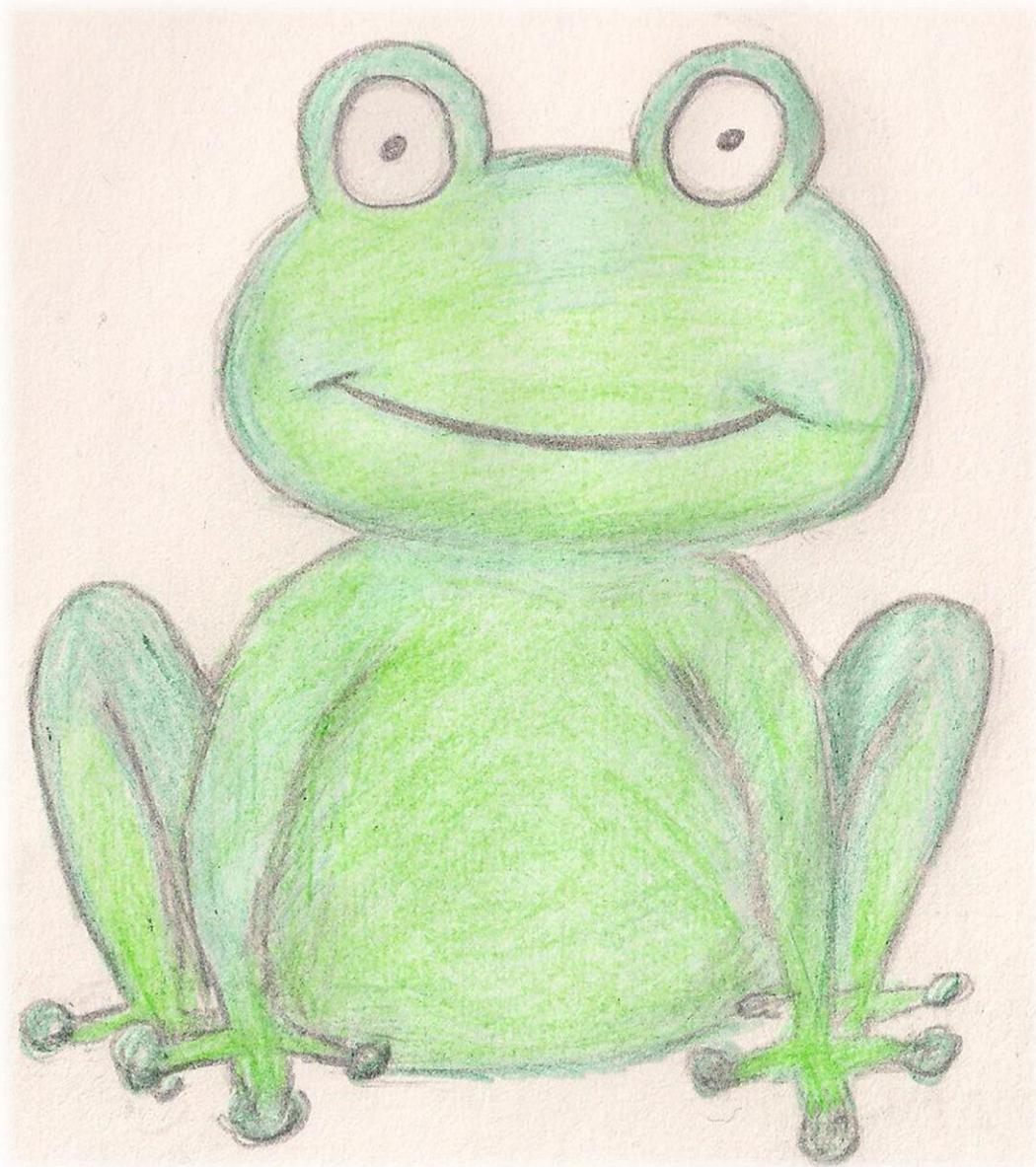
**3. Wenn es bei uns regnet, Scheint dann eher die Sonne oder ist der Himmel grau und bewölkt?**

[Hier in unserer Region, ist es wahrscheinlicher, dass der Himmel grau und bewölkt bei Regen ist, weil die Wolken den Regen „bringen“, trotzdem gibt es aber auch das andere Phänomen]

„Seht ihr, wenn man gefragt wird, was wahrscheinlicher ist, dann überlegt man ganz genau, was wohl eher passieren wird, weil es eben wahrscheinlicher ist. Das habt ihr wirklich toll gemacht!“, lobte der alte Frosch. „Und so ungefähr funktioniert das Wetterfroschsein auch. Wenn du möchtest, kannst auch du Wetterfrosch werden. Ich nehme dich mit in die Stadt und wir besorgen dir so einen Wetterfroschjob.“ „Meinst du denn, ich kann das?“, fragte Kalle schüchtern. „Ach Kalle, mach dir keine Sorgen. Man kann nicht sofort alles vorhersagen und eine Vorhersage muss auch nicht stimmen, aber man kann

lernen eine **Vorhersage** [Begriff eventuell klären!] zu machen. Das kann jeder lernen, es braucht nur Übung, Fleiß und Freude. Dann klappt es bestimmt auch bei dir. Und auch bei euch. Habt ihr Lust zusammen mit Kalle etwas darüber zu lernen?"

**Bild von Kalle:**

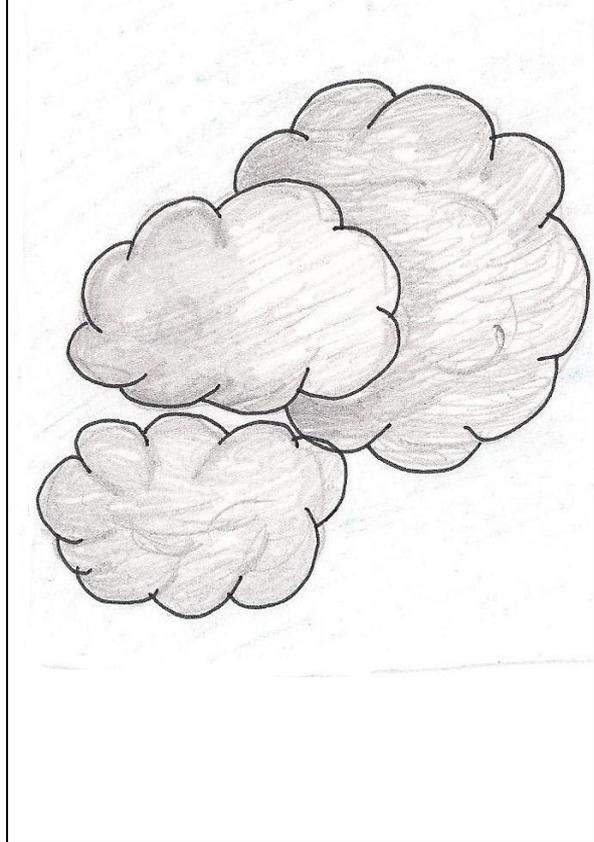
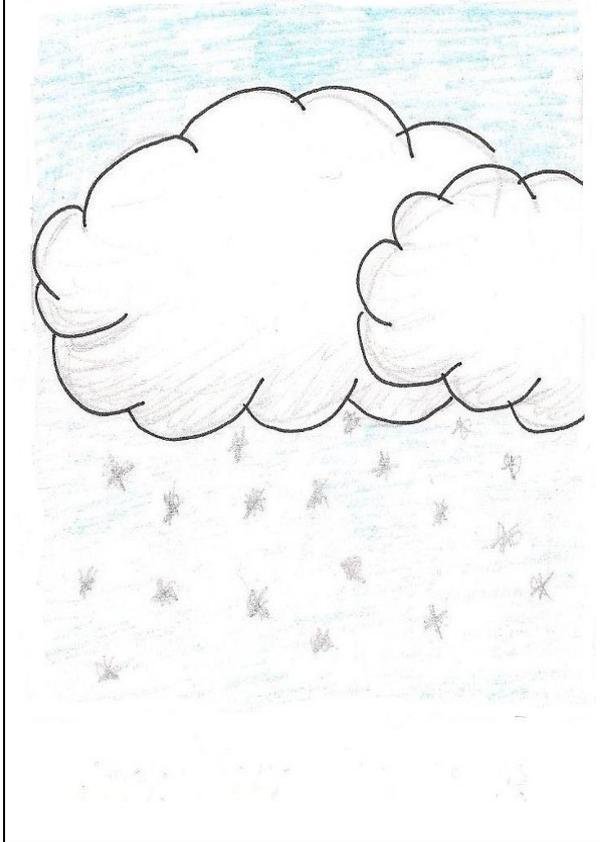


**Wetterkarten**



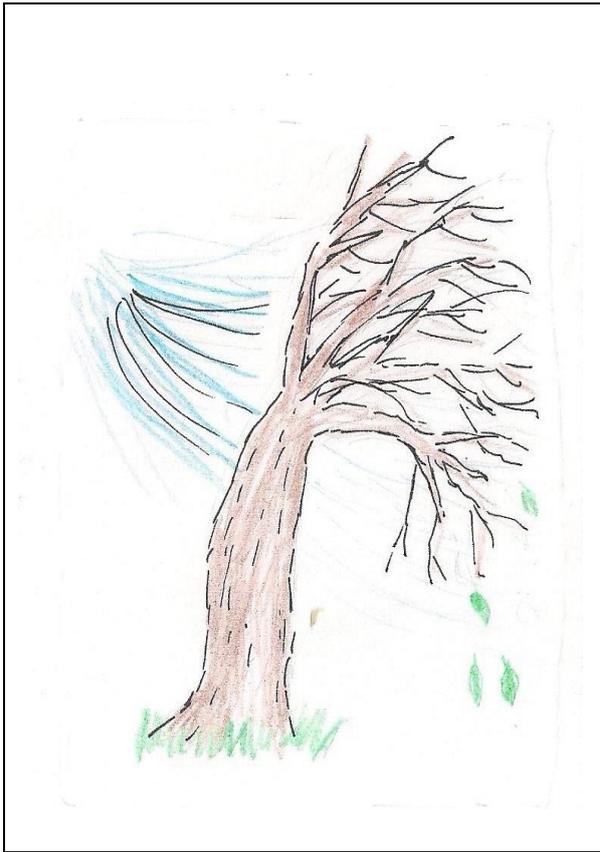
Sonnenschein

Regen

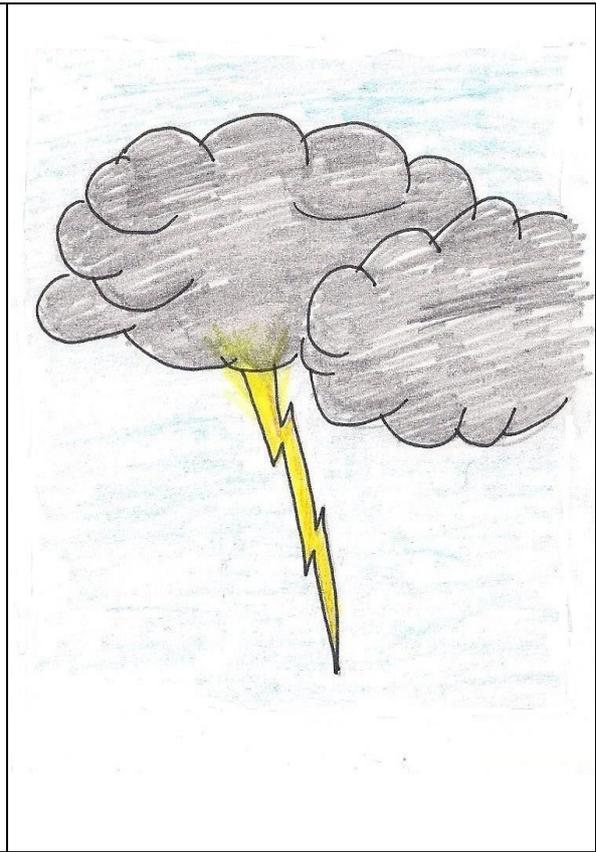


Schneefall

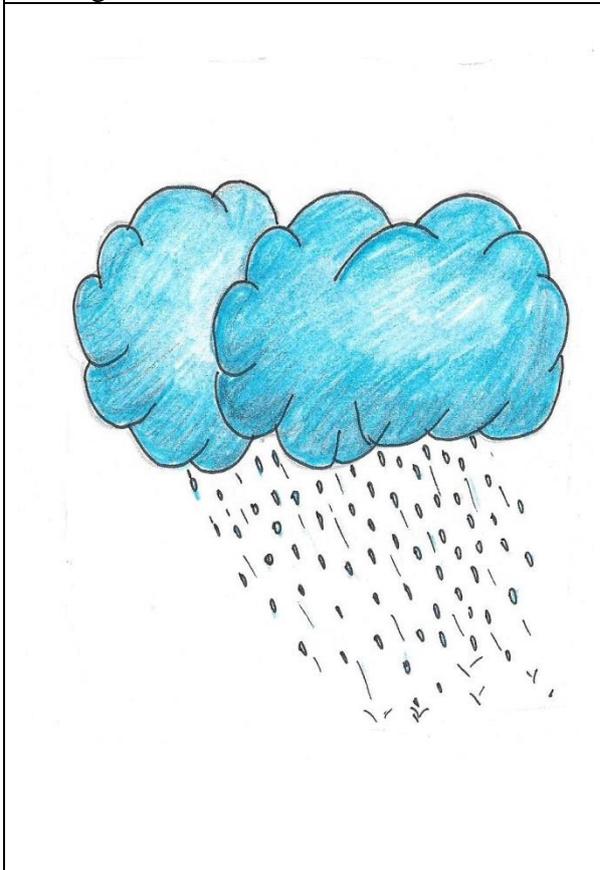
wolkig



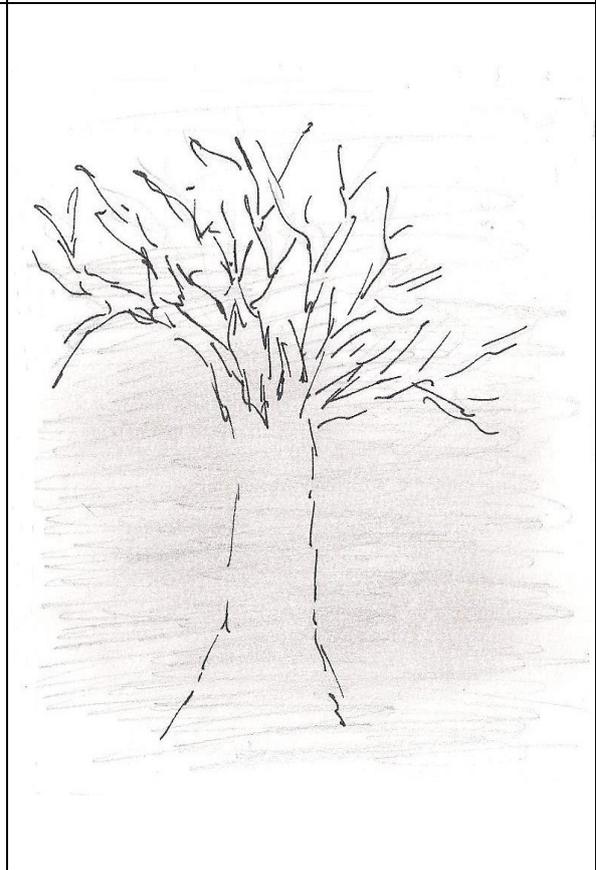
windig/stürmisch



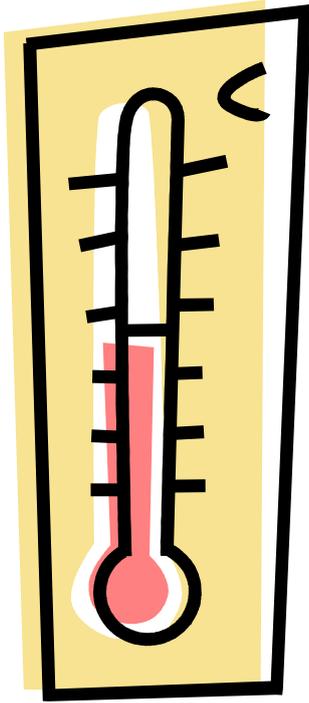
Gewitter



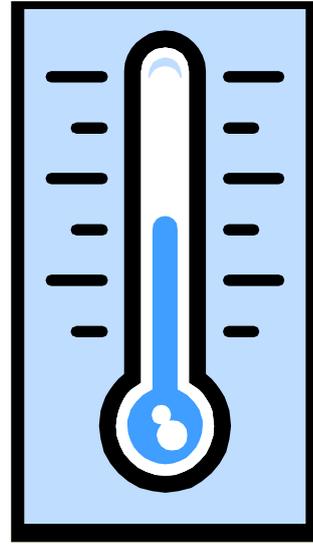
Hagel



Nebel



warme Temperaturen



kalte Temperaturen

## 2 Unterrichtsentwurf: Stunde 2 „Wir finden Möglichkeiten und Hinweise“

### Ziele der Unterrichtsstunde:

- Sachkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - benennen mögliche Ausgänge von zufälligen Vorgängen.
  - vergleichen zwei Wahrscheinlichkeiten und nehmen eine Bewertung nach der angenommenen höheren Wahrscheinlichkeit vor.
  - kennen und verwenden den Ausdruck „wahrscheinlicher als“.
- Methodenkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - vergleichen zwei Wahrscheinlichkeiten.
  - stellen Fragen, um Bedingungen des Vorganges zu erfahren.
- Sozialkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - arbeiten mit einem Mitschüler zusammen und nehmen zusammen eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung vor.

### Verlaufsplanung

Zeit	Phase	Lehrerhandlung	Schülerhandlung	SF + Materialien	Bemerkungen
1'	Begrüßung	- L und S begrüßen sich			
3'	Tägl. Übung	- S machen Vorhersage mithilfe der Wetterkarten über das Wetter für den jeweiligen Tag und begründen diese (an der Tafel)		UG Wetterkarten	
2'	Motivation	- L setzt Geschichte fort		LV	

10‘	Wiederholung / Übung	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L: <i>„Denkt an die letzte Stunde und wie wir gemeinsam die Wetterfragen von Kalle beantwortet haben. Auf diesem Arbeitsblatt findet ihr noch ein paar Wetterfragen an Kalle. Arbeitet mit eurem Nachbarn zusammen und überlegt gemeinsam, was wahrscheinlicher ist. Überlegt auch immer, warum, ihr denkt, dass das wahrscheinlicher ist.“</i></li> <li>- L gibt Arbeitsblatt AB 2/1 über Wetterfragen raus</li> <li>- L fragt nach den Antworten auf dem Arbeitsblatt und fragt nach Begründung für die Entscheidung</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S bearbeiten das Arbeitsblatt AB 2/1 „Bist du ein guter Wetterfrosch?“ in Partnerarbeit</li> <li>- S geben Antworten der Partnerarbeit und nennen Gründe für ihre Entscheidung (siehe mögliches Lösungsblatt AB 2/1)</li> </ul>	<p>LV</p> <p>PA</p> <p>AB 2/1</p> <p>UG</p>	
2‘	Erarbeitung I „Möglichkeiten“	L setzt Geschichte fort		LV	
10‘	Anwendung I „Möglichkeiten“	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L: <i>„Ihr seht also, dass wir, wie wir es beim Wetter gemacht haben, auch bei anderen Fragen erst überlegen müssen, welche Möglichkeiten es überhaupt gibt. Das wollen wir zunächst ein bisschen üben. Auf diesem Arbeitsblatt sollt ihr alle Möglichkeiten finden und aufschreiben.“</i></li> <li>-L teilt Arbeitsblatt AB 2/2 aus</li> <li>- L und S machen erstes Beispiel gemeinsam:</li> <li>- L bittet S die erste Frage vorzulesen</li> <li>- L fragt nach Möglichkeiten bei einer Ampelanzeige</li> <li>- L: <i>„Super. Dann macht euch jetzt auf die Suche nach allen Möglichkeiten.“</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S liest erste Frage vor</li> <li>- S: <i>Ampel zeigt rot, gelb oder grün</i></li> <li>- S bearbeiten Arbeitsblatt AB 2/2</li> </ul>	<p>LV</p> <p>AB 2/2</p> <p>UG</p> <p>EA</p>	

4'	Auswertung	- L und S werten Arbeitsblatt 2/2 aus (siehe mögliches Lösungsblatt AB 2/2a)		UG	
5'	Erarbeitung II Bedingungen	<p>- L leitet zu Bedingungen über:  <i>„ Wenn wir eine Vorhersage machen wollen, dann gibt es manchmal so kleine Hinweise, wie wir sie beim Wetter auch schon gefunden haben. erinnert ihr euch? Diese Hinweise können euch vielleicht einen Tipp geben, wenn ihr euch entscheidet, was wahrscheinlicher ist.“</i></p> <p>- L erinnert an Bsp. aus AB 2/2  <i>„Ich habe euch hier noch einmal den Obstteller von eben mitgebracht. Welches Obst würdest du wählen, S1?“</i></p> <p>- L fragt die anderen S: <i>„Woran könnte es liegen, dass S eine Banane wählen würde?“</i></p> <p>- L fragt S1 nach Gründen  <i>-L: „Also was würdet ihr sagen? Was ist wahrscheinlicher, dass S1 eine Banane vom Teller nimmt, oder einen Apfel?“</i></p> <p><i>„Genau, da wir wissen, dass S1 gerne Bananen isst, können wir sagen, dass das wahrscheinlicher ist. Das muss natürlich nicht bedeuten, dass S1 wirklich eine Banane nimmt. Vielleicht hat er gerade vor 5 Minuten eine Banane gegessen und nimmt deshalb einen Apfel. Aber wahrscheinlicher ist es, dass er eine Banane nimmt, weil das sein Lieblingsobst ist.“</i></p> <p><i>„Das bedeutet, dass wir Fragen stellen können, um Hinweise zu bekommen, z.B. Mag S1 vielleicht Bananen?“</i></p> <p>- L nennt weiteres Beispiel:</p>	<p>- S: z.B. Banane</p> <p>- S: er mag Bananen, sind schön süß, gelb etc.</p> <p>- S1: Bananen sind lecker, süß, gelb,</p> <p>- S: eine Banane</p>	UG	Bild von Obstteller

		<p>„Wenn ich euch frage, was wahrscheinlicher ist, dass Tina beim Wettlauf gewinnt, oder dass Anna gewinnt. Was könnten wir uns fragen, um einen Hinweis zu bekommen?“</p>	<p>- S: Ist Tina/Anna gut im Laufen? Hat Tina/Anna schon einmal gewonnen? Ist Tina/Anna die/der Schnellste in der Klasse?</p>		
6‘	Anwendung II	<p>- L leitet zur Übung über und erklärt die Aufgabe:  <i>„Um herauszufinden, was eine gute Frage ist, die einen Hinweis bringen kann, oder ob eine Frage keinen Hinweis bringen kann, wollen wir noch einmal eine kleine Übung machen. Dazu nenne ich euch immer ein Beispiel und eine Frage und ihr sagt, ob die Frage einen Hinweis bringen könnte oder nicht. Wenn sie einen Hinweis bringen kann, dann bleibt ihr ganz still, wenn nicht, dann klopft ihr auf den Tisch.“</i>  - L liest Beispiele vor (siehe AufB 2/3) und Fragen,  bei Fragen, die nicht passen, Frage an S:  <i>„Könnt ihr euch eine Frage denken, die besser passt und einen Hinweis bringt?“</i></p>	<p>- S hören Beispiele und Fragen und reagieren entsprechend der Aufgabe (siehe AufB 2/3)  - S korrigieren die Fragen bzw. nennen andere angemessene Fragen</p>	UG	AufB 2/3
2‘	Reflexion/ Abschluss	<p>- L zieht Fazit der Stunde:  <i>„Wir haben heute gelernt, dass es manchmal verschiedene Möglichkeiten für etwas gibt und dass es Hinweise dafür gibt, welche Möglichkeit vielleicht wahrscheinlicher ist. In der nächsten Stunde brauchen wir das, denn da wollen wir viele Fragen zusammen beantworten und Vorhersagen machen.“</i></p>		UG	

		- L gibt Raum für eventuell Fragen - L beendet die Stunde	- S stellen eventuell Fragen		
--	--	--	------------------------------	--	--

**Abkürzungen:**

**L** = Lehrperson; **S** = Schüler; **UG** = Unterrichtsgespräch; **LV** = Lehrervortrag; **PA** = Partnerarbeit; **EA** = Einzelarbeit; **AB** = Arbeitsblatt;  
**AufB** = Aufgabenblatt

**2.1 Material: Stunde 2***Geschichte Teil 2*

# Kalle, der Wetterfrosch

## Teil 2 (Stunde 2)

Als Kalle nun mit dem alten Frosch in die Stadt zog, dauerte es einige Zeit bis sie einen Wetterfroschjob für ihn gefunden hatten. Doch dann war es soweit und er konnte mit seiner Arbeit beginnen. Von den Menschen bekam er dazu ein schickes großes Glasgefäß, in dem ein Häuschen für ihn stand und eine große Leiter, die am Glas lehnte und nach oben führte. Dieses schicke Haus und die Leiter waren nun sein Wohn- und Arbeitsraum. Natürlich war auch Kalle nicht von Anfang an ein super Wetterfrosch, auch er musste viel lernen und einige Zeit üben, bis er ganz gut in seinem Job war.

Wie gut, dass er als junges Froschlein so gerne das Wetter beobachtete, das konnte ihm nun wirklich gut helfen und er wurde zu einem sehr guten Wetterfrosch. Immer wenn er sich sicher war, dass die Sonne scheinen würde oder es ein angenehm warmer Tag ohne Regen oder Sturm werden würde, kletterte er auf der Leiter ganz nach oben, so hatte es ihm der alte Frosch beigebracht. Wusste er aber ganz genau, dass das Wetter weniger schön werden würde, oder wie die Menschen manchmal sagten: ein Mistwetter, dann blieb er am Ende der Leiter sitzen oder verkroch sich sogar in seinem Häuschen.

Allerdings gab es auch Tage, wo Kalle sich einfach nicht festlegen konnte, weil ein „Mischmaschwettertag“ mit allen möglichen Wettererscheinungen vor ihm lag und er sich unsicher war. An diesen Tagen kletterte er zwar an der

---

Leiter ein Stückchen hoch, aber nicht bis ganz nach oben. Mal war er etwas weiter oben, mal etwas weiter unten.

*Ob ihr wohl auch so gute Wetterfrösche seid?*

→ *Arbeitsblatt 2/1 „Bist du ein guter Wetterfrosch?“*

### **Fortsetzung der Geschichte:**

Die Arbeit machte Kalle wirklich Spaß und er freute sich riesig darauf, wieder das Wetter für den nächsten Tag vorherzusagen. Auch die Menschen fanden Gefallen an Kalle, dem Wetterfrosch, und so kamen sie immer öfter, fragten aber nicht mehr nur nach dem Wetter, sondern nach allen möglichen Sachen. Das könnt ihr euch nicht vorstellen, was die von Kalle alles wissen wollten! Die Menschen waren sich alle so unsicher. Kalle konnte damit einfach nichts anfangen, denn er kannte die Welt der Menschen nicht und sie war ihm auch nicht ganz geheuer. Deshalb braucht Kalle eure Hilfe dabei! Wollt ihr ihm helfen?

## Arbeitsblatt 2/1 „Bist du ein guter Wetterfrosch?“

**Bist du ein guter Wetterfrosch?**

- Wann ist es wahrscheinlicher, dass es hier bei uns warm ist?

a.) Im Juli

b.) Im Dezember

Warum?


- Wann bekommst du eher einen Sonnenbrand? Was ist wahrscheinlicher?

a.) Beim Fahrradfahren im Oktober

b.) An einem sonnigen Sommertag im Juni




Warum?


- Sieh dir das Foto an! Ist das eher ein Weihnachtsfoto oder ein Osterfoto? Warum?




- Wann kann man eher einen Regenbogen sehen? Was ist wahrscheinlicher?

a.) Bei Regen und Sturm?

b.) Bei Sonne und Regen?



Warum?


Mögliches Lösungsblatt AB 2/1a

## Bist du ein guter Wetterfrosch?



- Wann ist es wahrscheinlicher, dass es hier bei uns warm ist?

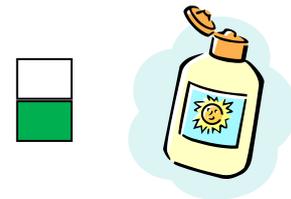
- a.) Im Juli
- b.) Im Dezember

Warum?

Der Juli gehört zum Sommer und bei uns ist es im Sommer eher warm als kalt.

- Wann bekommst du eher einen Sonnenbrand? Was ist wahrscheinlicher?

- a.) Beim Fahrradfahren im Oktober
- b.) An einem sonnigen Sommertag im Juni



Warum?

B.) ist wahrscheinlicher, weil die Sonne im Sommer stärker scheint, und im Juni eher Sommerwetter ist, als im Oktober.

- Sieh dir das Foto an! Ist das eher ein Weihnachtsfoto oder ein Osterfoto? Warum?

Es ist eher ein Weihnachtsfoto, weil es wahrscheinlicher ist, dass Schnee zu Weihnachten liegt, weil Winter ist.



- Wann kann man eher einen Regenbogen sehen? Was ist wahrscheinlicher?

- a.) Bei Sonne und Regen?
- b.) Bei Regen und Sturm?



Warum?

Ein Regenbogen entsteht durch Regen und Licht und deshalb ist es wahrscheinlicher, dass Regen bei Sonne und Regen entsteht.

## Arbeitsblatt 2/2 „Was kann es sein?“

## Was kann es sein?

Was ist alles möglich? Schreibe alle Möglichkeiten auf!

1. An der Straße siehst du eine Ampel. Was könnte sie anzeigen?




---



---

2. Auf dem Weg zur Schule findest du ein Laubblatt auf dem Boden. Welche Farben könnte es haben? (Denke an die Jahreszeiten!)

---



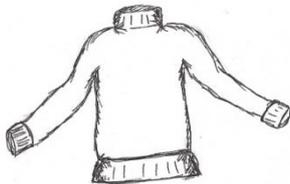
---



---



3. Morgen willst du einen Pullover tragen. Welche Farbe könnte er haben?




---



---

4. Vor dir steht dieser Obstteller. Was kannst du alles essen? (Was würdest du am liebsten essen?)

---



---



5. Ein Apfel fällt vom Baum. Wo könnte er landen?




---



---

---

*Mögliches Lösungsblatt AB 2/2a***Was kann es sein?**

Was ist alles möglich?

1. An der Straße siehst du eine Ampel. Was könnte sie anzeigen?  
*Rot, Gelb, Grün*
2. Auf dem Weg zur Schule findest du ein Laubblatt auf dem Boden. Welche Farben könnte es haben? (Denke an die Jahreszeiten!)  
*Grün, Gelb, Rot, Braun etc.*
3. Morgen willst du einen Pullover tragen. Welche Farbe könnte er haben?  
*Verschiedene Farben, z. B. gelb, grün, blau, rot, weiß, schwarz etc.*
4. Vor dir steht dieser Obstteller und du sollst dir etwas aussuchen. Was kannst du alles essen? (welches würdest du am liebsten essen?)  
*Banane, Apfel, Erdbeere, Ananas*
5. Ein Apfel fällt vom Baum. Wo könnte er landen?  
*Rasen, Korb, Schubkarre*

---

**Aufgabenblatt AufB 2/3 (Hinweisfragen)****Welche Frage bringt einen wichtigen Hinweis?**

1. Annas Oma möchte eine Mütze für Anna stricken. Wird diese Mütze eher rot oder gelb sein?
  - Frage: Ist Annas Lieblingsfarbe rot oder gelb?
  - ➔ Frage gibt Hinweis: Wenn Annas Lieblingsfarbe rot ist, dann wird die Mütze eher rot sein. Ist die Lieblingsfarbe gelb, dann ist es wahrscheinlicher, dass die Mütze auch gelb wird.
  
2. Max kommt zum Frühstück in die Küche. Wird er eher Milch oder Orangensaft trinken?
  - Frage: Hat seine Mutti überhaupt Orangensaft gekauft?
  - ➔ Frage gibt Hinweis: Wenn die Mutti gar keinen Orangensaft gekauft hat, ist es wahrscheinlicher, dass Max Milch trinkt.
  
3. Am Nachmittag musst du noch Hausaufgaben machen, bevor du dich mit deinen Freunden treffen kannst. Wie lange wirst du brauchen? Eher länger oder geht es schnell?
  - Frage: Gab es gestern auch Hausaufgaben?
  - ➔ Frage gibt keinen Hinweis!
    - hilfreichere Fragen: Sind die Hausaufgaben schwer?  
Wie viele Hausaufgaben sind zu lösen?
  
4. Lilli möchte beim Sportfest unbedingt eine Medaille bekommen. Ist es wahrscheinlicher, dass sie eine Medaille im Weitsprung oder beim Sprinten bekommt?
  - Frage: Spielt Lilli gerne Verstecken?
  - ➔ Frage gibt keinen Hinweis:
    - hilfreichere Fragen: Ist Lilli gut im Springen? Kann Lilli schnell laufen?

### 3 Unterrichtsentwurf: Stunde 3 „Was ist wahrscheinlicher?“

#### Ziele der Unterrichtsstunde:

- Sachkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - vergleichen Wahrscheinlichkeiten und formulieren eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung.
  - verwenden den Ausdruck „wahrscheinlicher als“.
- Methodenkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - vergleichen Wahrscheinlichkeiten, um eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung zu formulieren.
  - erarbeiten in einer Gruppe Wahrscheinlichkeitseinschätzungen.
  - äußern eine Vorhersage (für einen begrenzten Raum) und überprüfen diese.
- Personale Kompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - sprechen vor ihren Mitschülern und stellen Fragen.
  - präsentieren die Antworten der Gruppenarbeit.
- Sozialkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - arbeiten in Gruppen zusammen und einigen sich auf eine Vorhersage.
  - bewerten als Experten die Antworten von Mitschülern.

## Verlaufsplanung

Zeit	Phase	Lehrerhandlung	Erwartete Schülerhandlung	SF Materialien	Bemerkungen
1'	Begrüßung	- L und S begrüßen sich			
3'	Tägl. Übung	- S geben Prognose mithilfe der Wetterkarten über das Wetter für den jeweiligen Tag (an der Tafel)		UG Wetterkarten	
2'	Motivation	- L setzt Geschichte fort		Geschichte Teil 3	
5'	Erarbeitung I	<p>- L leitet zur Übung über:  <i>„Da wartet jetzt ein großer Berg an Fragen auf uns. Darum sollten wir vorher noch einmal gemeinsam überlegen, wie wir eine Vorhersage machen können. erinnert euch, wie wir das beim Wetter machen, darin seid ihr ja schon Experten. Bei diesen Fragen gibt es immer zwei Vorschläge für euch und ihr sollt euch für den Vorschlag entscheiden, den ihr für wahrscheinlicher haltet.“</i></p> <p>- L fragt nach möglicher Vorgehensweise:  <i>„Aber wie können wir uns denn entscheiden? Lasst uns noch ein Beispiel zusammen ansehen:</i>                      Bsp.: Was ist wahrscheinlicher? Dass wir heute ganz normalen Unterricht haben oder dass die Schule heute ausfällt?  <i>Was können wir machen, um uns zu entscheiden?</i></p> <p>Oder L:  <i>„Wir können überlegen: warum sollte der Unterricht ausfallen?</i></p>	<p>- S (muss eventuell vom L angeleitet werden): <i>„Überlegen, was für das eine und was für das andere spricht.“</i></p> <p>- S: z.B. (evtl.) Hitzefrei (jahreszeitenabhängig)</p>	UG	

		<p>Warum sollte der Unterricht ganz normal stattfinden?  <i>Und was meint ihr also? Was ist wahrscheinlicher?“</i></p>	<p>- S: Wochentag, L ist da, kein besonderes Wetter  - S: wahrscheinlicher, dass der Unterricht ganz normal stattfindet</p>		
20‘	Anwendung I	<p>- L teilt die S in 5 Gruppen ein  - L erklärt Aufgabe:  <i>„Arbeitet jetzt in Gruppen. Kalle hat euch die Fragen aufgeschrieben. Schaut sie euch an und entscheidet euch zusammen für eine Antwort.“</i>  - L gibt Gruppenarbeitsblätter 3/1-3/5 aus</p> <p>- (Nach GA), L vermischt die Gruppen, damit in jeder Gruppe jeweils ein „Experte“ der Arbeitsblätter sitzt</p>	<p>S in 5 Gruppen</p> <p>- S in Gruppen bearbeiten die Arbeitsblätter 3/1-3/5  - S in neuen Gruppen, stellen den Gruppenmitgliedern die Fragen der einzelnen Aufgabenblätter;  Die anderen S beantworten die Fragen, der Experte „kontrolliert“ die Antworten</p>	AB 3/1-3/5 GA	
7‘	Auswertung und Reflexion	<p>- L fragt nach Ergebnissen der einzelnen Fragen → ebenso Frage nach Begründungen</p>	<p>- S nennen Ergebnisse der einzelnen Fragen und begründen ihre Wahl  (siehe Lösungen Arbeitsblätter 3/1-3/5)</p>	UG	Eventuell werden noch einige Fragen im Plenum besprochen.
		<p>- L und S reflektieren die GA:  <i>Gab es für euch eine überraschende Antwort, die ihr nicht gewählt hättet? Etc.</i></p>			
5‘	Anwendung II (evtl. didaktische Reserve)	<p>- L setzt Geschichte fort  - L stellt Aufgabe zum Thema: Schule  <i>„Die nächsten Fragen an Kalle können wir bestimmt auch beantworten. Also lasst uns mal nachsehen.“</i>  ➤ Wovon gibt es mehr in den Federta-</p>	<p>- S geben eine Wahrscheinlichkeitsaussage, anschließend wird in der Klasse ausgezählt und mit der Vorhersage verglichen:</p>	UG  AufB 3/6	*Auswertung:

		<p>schen unserer Klasse? Was ist wahrscheinlicher?</p> <p>a.) Mehr Lineale oder mehr rosafarbene Buntstifte?</p> <p>b.) Mehr Füller oder mehr Klebstifte?</p> <p>➤ Wovon gibt es mehr in den Schulanzen unserer Klasse? Was ist wahrscheinlicher?</p> <p>a.) Mehr Hausaufgabenhefte oder mehr Comichefte?</p> <p>b.) Mehr Taschentücher oder mehr Schlüssel?</p> <p>(siehe Aufgabenblatt 3/6)</p> <p>- L und S werten Übung aus*</p>	<p>- „Mehr Lineale, weil jedes Kind ein Lineal hat, aber vielleicht nicht jeder einen rosa Buntstift.“</p> <p>- „Mehr Füller, weil jedes Kind mit einem Füller schreibt, aber vielleicht nicht alle Klebe dabei haben.“</p> <p>- „Mehr Hausaufgabenhefte, s.o.“</p> <p>- kann man nicht wirklich vorher-sagen → kann beides sein (S legen sich vielleicht auf eins fest)</p>		<p>Wenn die S immer richtig lagen, warum war das so?</p> <p>Wenn es mal nicht stimmte, deutlich machen, dass Vorhersagen nicht stimmen müssen, sondern nur eine Tendenz zeigen.</p>
	Abschluss und Reflexion	<p>- L bittet S um Zusammenfassung der Stunde</p> <p>- L gibt Ausblick auf nächste Stunde und beendet die Stunde</p>	<p>- S fasst die Unterrichtsstunde zusammen</p>		

**Abkürzungen:**

**L** = Lehrperson; **S** = Schüler; **UG** = Unterrichtsgespräch; **GA** = Gruppenarbeit; **AB** = Arbeitsblatt; **AufB** = Aufgabenblatt

**3.1 Material: Stunde 3***Geschichte Teil 3*

# Kalle, der Wetterfrosch

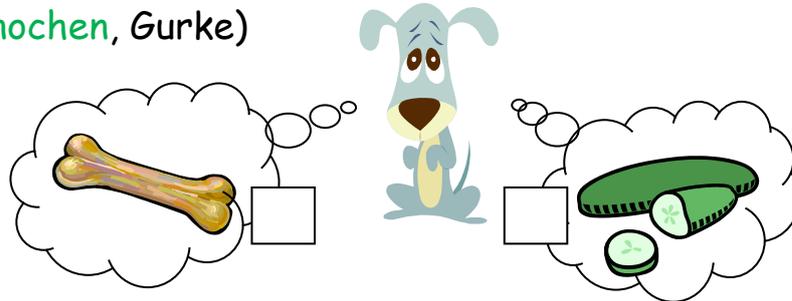
## Teil 3 (Stunde 3)

Manche Leute kamen zu Kalle, weil sie nicht genau wussten, was ihr Haustier lieber essen würde, oder wo sie etwas Bestimmtes in der Stadt einkaufen können. Wieder andere Leute hatten Fragen über einen ganz normalen Tag, oder die Schule oder sogar die Party für einen Geburtstag!

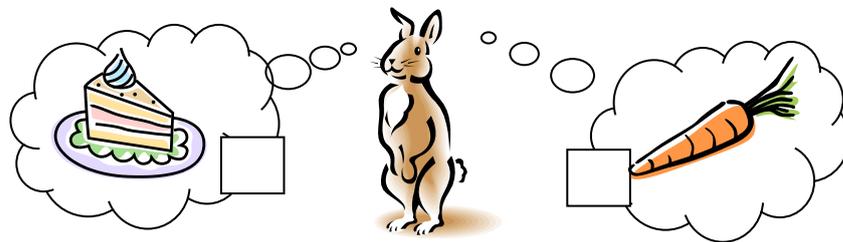
Dabei müsst ihr Kalle unbedingt helfen!

## Expertenblatt 1: Haustiere

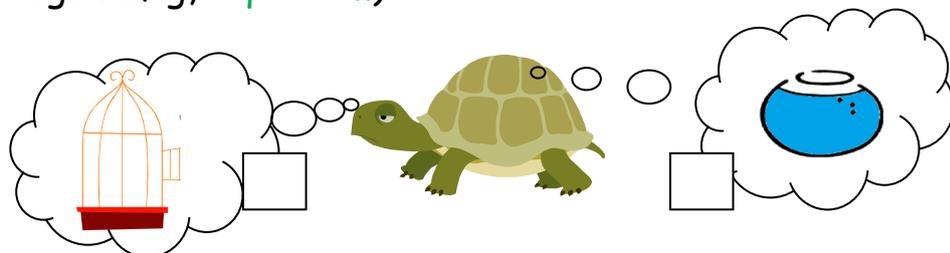
1. Was wählt der Hund eher? Was ist wahrscheinlicher?  
(Knochen, Gurke)



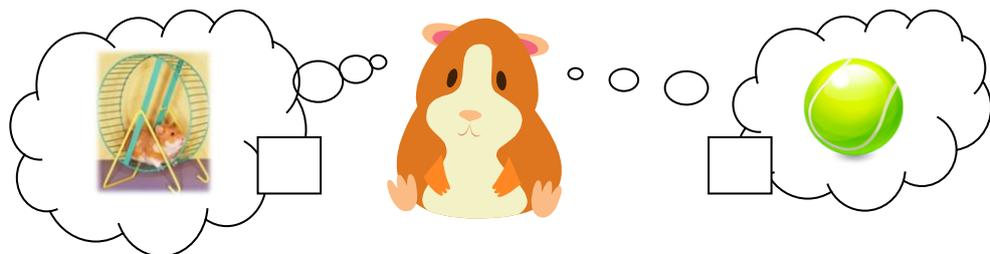
2. Was wählt das Kaninchen? Was ist wahrscheinlicher?  
(Kuchenstück, Mohrrübe)



3. Wo findet es die Schildkröte wohl gemütlicher? Was ist wahrscheinlicher?  
(Vogelkäfig, Aquarium)



4. Welches Spielzeug findet der Hamster spannender? Was ist wahrscheinlicher?  
(Laufrad, Tennisball)



## Expertenblatt 2: Einkaufen in der Stadt

1. Du möchtest gerne ein Brot kaufen. In welchem Laden bekommst du es wohl eher?

Tierladen			Bäcker
-----------	--	--	--------

2. Zum Geburtstag sollst du tolle neue Schuhe bekommen. Wo solltest du eher danach suchen?

Schuhladen			Kleiderladen
------------	--	---	--------------

3. Du brauchst noch ein Buch für die Schule. Wo bekommst du es wahrscheinlicher?

Supermarkt			Buchladen
------------	--	--	-----------

4. Heute Abend soll es Pizza geben! Wo bekommst du die wohl eher?

Bäcker			Supermarkt
--------	--	---	------------

## Expertenblatt 3: Ein ganz normaler Tag

1. Was machst du morgens nach dem Aufstehen eher?



Hausaufgaben	
--------------	--



frühstücken	
-------------	--

2. Was findest du auf dem Frühstückstisch eher? Was ist wahrscheinlicher?

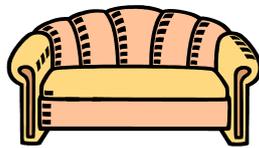


Schüssel	
----------	--



Hammer	
--------	--

3. Nachmittags gehst du raus zum Spielen. Was siehst du auf dem Spielplatz? Was ist wahrscheinlicher?



Sofa	
------	--



Wippe	
-------	--

4. Am Abend gehst du müde ins Bett. Was hast du an? Was ist wahrscheinlicher?



Schlafanzug	
-------------	--



Badesachen	
------------	--

## Expertenblatt 4: In der Schule

1. Du bist auf dem Weg zur Schule. Was siehst du eher?  
Was ist wahrscheinlicher?



	Schulbus
--	----------



Kutsche	
---------	--

2. In der Hofpause gehst du auf den Schulhof. Was machst du dort? Was ist wahrscheinlicher?



backen	
--------	--



spielen	
---------	--

3. Du hast gerade Mathe. Was machst du? Was ist wahrscheinlicher?



malen	
-------	--

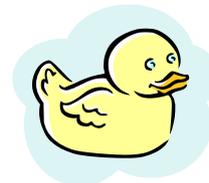
$$2 + 5 =$$

rechnen	
---------	--

4. Abends packst du deinen Ranzen. Was packst du ein?  
Was ist wahrscheinlicher?



Hausaufgabenheft	
------------------	--



Schwimmente	
-------------	--

## Expertenblatt 5: Geburtstagsparty

1. Was steckt eher in diesem Geschenk? Was ist wahrscheinlicher?

Apfel



Bücher

2. Alle singen ein Lied für dich. Welches Lied ist wahrscheinlicher?

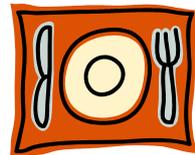
Geburtstagslied



Weihnachtslied

3. Was gibt es zu essen auf der Party? Was ist wahrscheinlicher?

Kuchen



Suppe

4. Natürlich willst du etwas mit deinen Gästen machen. Was macht ihr? Was ist wahrscheinlicher?

Hausaufgaben



spielen

## Aufgabe „Federtasche und Schulranzen“

### **L-Aufgabenstellung:**

Was meint ihr, was für unsere Klasse wahrscheinlicher ist? Wenn wir eine Vermutung haben, dann zählen wir einfach nach und überprüfen unser Ergebnis!

- Wovon gib es mehr in den Federtaschen unserer Klasse? Was ist wahrscheinlicher?
  - a.) Mehr Lineale oder mehr rosafarbene Buntstifte?
  - b.) Mehr Füller oder mehr Klebestifte?
  
- Wovon gibt es mehr in den Schulranzen unserer Klasse? Was ist wahrscheinlicher?
  - a.) Mehr Hausaufgabenhefte oder mehr Comichefte?
  - b.) Mehr Taschentücher oder mehr Schlüssel?

#### 4 Unterrichtsentwurf: Stunde 4 „Mehr oder weniger wahrscheinlich?“

##### Ziele der Unterrichtsstunde:

- Sachkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - kennen und verwenden die Ausdrücke „mehr wahrscheinlich“ und „weniger wahrscheinlich“ in einer Wahrscheinlichkeitseinschätzung.
  - bewerten die Wahrscheinlichkeit eines möglichen Ergebnisses.
  
- Methodenkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - suchen nach Gründen für das Eintreten eines Ergebnisses bzw. für das Nichteintreten und beziehen diese in ihre Wahrscheinlichkeitseinschätzung mit ein.
  
- Sozialkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - beraten mit ihren Mitschülern über die Wahrscheinlichkeit eines Ergebnisses.

##### Verlaufsplanung

Zeit	Phase	Lehrerhandlung	Schülerhandlung	SF + Materialien	Bemerkungen
1'	Begrüßung	- L und S begrüßen sich			
3'	Tägl. Übung	- S machen Vorhersage mithilfe der Wetterkarten über das Wetter des jeweiligen Tages		UG Wetterkarten	
3'	Motivation / Hinführung	- L setzt Geschichte fort		LV Geschichte	

				Teil 4	
5'	Erarbeitung I	<p>- L gibt Beispiel aus Geschichte an S weiter</p> <p>- L fragt nach Bedingungen:</p> <p>a.) „<i>Warum sollte Lutzi zur Oma? Fällt euch etwas ein?</i>“</p> <p>b.) „<i>Welche Gründe gibt es, dass Lutzi es dieses Wochenende nicht zur Oma schafft?</i>“</p> <p>- L fragt nach Wahrscheinlichkeitsaussage der S</p>	<p>-S suchen nach Bedingungen für das Eintreten eines Ergebnisses im Beispiel:</p> <p>a.) z.B.: Lutzi mag seine Oma, dort gibt es Kuchen, er hat sie lange nicht gesehen</p> <p>b.) z.B.: Lutzi hat keine Zeit, er trifft sich mit seinen Freunden, die Oma wohnt weit weg etc.</p> <p>- S geben Wahrscheinlichkeitseinschätzung zum Beispiel*</p>	UG	<p>*kann bei jedem S anders sein, ist ein Diskussionsfall → zeigt, dass es bei manchen Beispielen überhaupt nicht eindeutig ist</p>
5'	Erarbeitung II	<p>- L leitet Begriffsklärung ein:</p> <p>„<i>Was bedeutet es, wenn etwas mehr wahrscheinlich ist?</i>“</p> <p>„<i>Was bedeutet es, wenn ich sage etwas ist weniger wahrscheinlich?</i>“</p> <p>-L gibt evtl. Beispiel zur Verdeutlichung:</p> <p>„<i>Das heißt, wenn du (S) mich fragst, ist es mehr oder weniger wahrscheinlich, dass wir keine Hausaufgaben aufbekommen und ich sage: Ach ich weiß nicht, ob das klappt, wohl eher nicht. Wie würdest du das verstehen? (mehr wahrscheinlich oder weniger wahrscheinlich)?</i>“</p> <p>- L beschreibt noch einmal den Unterschied zwischen den Ausdrücken: (außer, die S haben diesen schon deutlich</p>	<p>- S beschreiben ihr Begriffsverständnis zu dem Ausdrücken „etwas ist „mehr wahrscheinlich“ (S: etwas passiert eher, ich glaube, dass das eintreten wird) bzw. „weniger wahrscheinlich“ (S: das wird eher nicht passieren, etwas ist unerwartet)</p> <p>- S: weniger wahrscheinlich</p>	UG	

		<p>genannt)</p> <p>„Wenn man meint, dass etwas wirklich passieren könnte und man erwartet, dass das passieren wird, dann ist das „mehr wahrscheinlich“. Glaubt man aber nicht so richtig, dass etwas passieren würde, dann ist dies „weniger wahrscheinlich“. Trotzdem bleibt es aber möglich.</p> <p>Lasst uns dazu noch einmal ein paar Beispiele gemeinsam üben.“</p>			
15‘	Anwendung I	<p>- L und S bearbeiten Beispiel gemeinsam an der Tafel:</p> <p>„Ein Zoodirektor hat auch ein paar Fragen an Kalle, denn er möchte einen sportlichen Wettkampf mit seinen Tieren machen. Er hat schon seine Favoriten. Ihr sollt nun sagen, ob es mehr oder weniger wahrscheinlich ist, dass diese gewinnen.</p> <p>Sein erster Favorit ist das Meerschweinchen. Er meint, das Meerschweinchen springt weiter als der Hase. Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich?“</p> <p>- L: „Warum?“</p> <p>„Auf dem Arbeitsblatt findet ihr noch mehr Favoriten vom Zoodirektor. Sagt immer, ob ihr es für mehr wahrscheinlich oder weniger wahrscheinlich haltet und warum. Ihr könnt mit eurem Sitznachbarn zusammen arbeiten.“</p> <p>- L gibt Arbeitsblatt 4/1 mit den anderen Wettkampfbeispielen aus</p>	<p>- L und S bearbeiten Beispiel gemeinsam an der Tafel</p> <p>- S: Es ist weniger wahrscheinlich, dass das Meerschweinchen weiter springt als der Hase.</p> <p>-S begründen ihre Einschätzung: z.B. Meerschweinchen hat kürzere Beine, ist kleiner, kann nicht so weit springen</p> <p>- S führen Übung in PA durch</p>	UG	PA AB 4/1

4'	Auswertung/ Reflexion	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L fragt nach Ergebnissen vom Arbeitsblatt 4/1</li> <li>- L fragt nach besonders schwierigen Fragen und fragt auch nach Gründen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S nennen ihre Ergebnisse (siehe mögliches Lösungsblatt 4/1a) und geben Begründung</li> <li>- S schildern eventuell schwierige Fragen und Gründe für diese Schwierigkeit</li> </ul>	UG	
7'	Anwendung II	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L gibt letzte Aufgabe der Stunde: <i>„Einmal kam ein alter Mann zu Kalle und anstatt eine Frage zu stellen, erzählte er erst einmal seinen kompletten Tag. Aber der alte Mann flunkert ganz gerne mal, sodass man gar nicht genau weiß, ob es stimmt was er erzählt. Wir können auch nicht genau sagen, was wahr ist und was gelogen, aber wir können sagen, ob die Dinge, die ihm passiert sind, eher mehr wahrscheinlich oder doch weniger wahrscheinlich sind. Also passt gut auf! Wenn etwas Komisches passiert, werde ich euch danach fragen und ihr sagt, ob ihr glaubt, dass das wirklich passiert sein könnte, oder ob ihr gar nicht wirklich glaubt, dass das passiert ist. Los geht's!“</i></li> <li>- L liest Geschichte (Tagesablauf) vor, an manchen Stellen Frage an S: Was meint ihr? (siehe Aufgabenblatt 4/2)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S geben Einschätzung an entsprechender Stelle und begründen diese (erwartete Antworten siehe mögliches Lösungsblatt 4/2a)</li> </ul>	UG Aufgabenblatt 4/2	
2'	Reflexion/ Abschluss	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L gibt Raum für Fragen und beendet dann die Stunde</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S stellen eventuell Fragen</li> </ul>		

**Abkürzungen:**

**L** = Lehrperson; **S** = Schüler; **UG** = Unterrichtsgespräch; **LV** = Lehrervortrag; **PA** = Partnerarbeit; **AB** = Arbeitsblatt; **AufB** = Aufgabenblatt

**4.1 Material: Stunde 4***Geschichte Teil 4*

# Kalle, der Wetterfrosch

## Teil 4 (Stunde 4)

Armer Kalle! Er hatte ganz schön was zu tun! An manchen Tagen standen die Leute sogar Schlange, um ihre Fragen an ihn zu richten. Bisher haben die Menschen ihn gebraucht, um eine Entscheidung zu finden. Das konntet ihr auch in euren Übungen erkennen, denn oftmals sollte Kalle sich zwischen zwei Vorschlägen entscheiden. Nun wurden die Fragen der Menschen jedoch schwerer, denn er sollte nun über eine einzige Sache entscheiden.

Einmal kam eine alte Frau zu ihm und fragte: „Wie wahrscheinlich ist es, dass mein Enkel Lutzi mich am Wochenende besuchen kommt? Er war schon länger nicht mehr zu Besuch!“ Kalle fand diese Frage sehr schwer. Die Frau wurde schon ungeduldig: „Mach schon Frosch, ich muss wissen, ob ich einen Kuchen backen muss. Mein Lutzi liebt Kuchen! Wenn er kommt, dann muss ich einen Kuchen backen, wenn nicht wäre der Kuchen umsonst.“ Kalle überlegte sehr lange. **Warum sollte Lutzi zur Oma? Fällt euch etwas ein?**

⇒ *Schülerfrage! (z.B. Lutzi mag Kuchen, Lutzi mag seine Oma, Lutzi hat Zeit etc.)*

**Und welche Gründe gibt es, dass Lutzi es dieses Wochenende nicht zur Oma schafft?**

⇒ *Schülerfrage!* (z.B. *Lutzi ist mit einem Freund verabredet, vielleicht ist der Weg zur Oma sehr weit, Lutzi ist krank, hat viele Hausaufgaben etc.*)

Kalle dachte an sich und seine Oma zurück. Er hat sie immer gern besucht und es gab auch immer einen leckeren Fliegenpudding. Enkel finden es bei der Oma doch eigentlich toll. Also kletterte Kalle vorsichtig ganz langsam an der Leiter hoch. Ungefähr bis zur Mitte und dann doch noch ein Stückchen weiter hoch. **Könnt ihr euch vorstellen, was er der alten Frau damit sagen wollte?**

⇒ *Funktionsweise der Leiter:* [Er ist sich nicht sicher, er denkt aber er glaubt, die Chancen stehen nicht schlecht, dass Lutzi zur Oma fährt]

Doch die alte Frau brachte nicht die einzige schwierige Frage mit. Kalle braucht wirklich eure Hilfe bei den Fragen.

## Arbeitsblatt 4/1 „Wettkampf der Tiere im Zoo“

## Wettkampf der Tiere im Zoo

Der Zoodirektor hat seine Favoriten. Stimmt du ihm zu? Ist das **mehr oder weniger wahrscheinlich**? Entscheidet und begründet!

a.) Das Meerschweinchen springt weiter als der Hase.



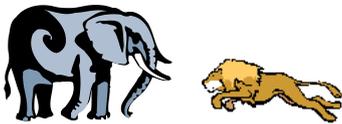
Das ist \_\_\_\_\_ wahrscheinlich,  
weil \_\_\_\_\_

b.) Der Hund ist schneller als die Schildkröte.



Das ist \_\_\_\_\_ wahrscheinlich,  
weil \_\_\_\_\_

c.) Der Elefant gewinnt beim Tauziehen gegen den Löwen.



Das ist \_\_\_\_\_ wahrscheinlich,  
weil \_\_\_\_\_

d.) Die Spinne springt weiter als der Frosch.



Das ist \_\_\_\_\_ wahrscheinlich,  
weil \_\_\_\_\_

e.) Die Ente schwimmt schneller als der Fisch.



Das ist \_\_\_\_\_ wahrscheinlich,  
weil \_\_\_\_\_

f.) Das Kamel spuckt weiter als der Papagei.



Das ist \_\_\_\_\_ wahrscheinlich,  
weil \_\_\_\_\_

*Mögliches Lösungsblatt AB 4/1***Wettkampf der Tiere im Zoo**

Der Zoodirektor hat seine Favoriten. Stimmt du ihm zu? Ist das **mehr oder weniger wahrscheinlich**? Entscheidet und begründet!

- a.) Das Meerschweinchen springt weiter als der Hase. Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich?

Das ist weniger wahrscheinlich, weil der Hase größere und kräftigere Beine hat, bzw. das Meerschweinchen kleinere Beine hat.

- b.) Der Hund ist schneller als die Schildkröte.

Das ist mehr wahrscheinlich, weil eine Schildkröte nicht schnell laufen kann bzw. weil ein Hund schnell laufen kann.

- c.) Der Elefant gewinnt beim Tauziehen gegen den Löwen.

Das ist mehr wahrscheinlich, weil ein Elefant viel größer und stärker ist.

- d.) Die Spinne springt weiter, als der Frosch.

Das ist weniger wahrscheinlich, weil eine Spinne (z.B. normale Hausspinne) nicht springt, aber ein Frosch weit springen kann.

- e.) Die Ente schwimmt schneller als der Fisch.

Das ist weniger wahrscheinlich, weil ein Fisch schnell mit seinen Flossen schwimmen kann, eine Ente mit den Füßen nicht so schnell schwimmt.

- f.) Das Kamel spuckt weiter als der Papagei.

Das ist mehr wahrscheinlich, weil ein Papagei gar nicht spuckt.

**Aufgabenblatt 4/2 „Ein spannender Tag“****Ein spannender Tag**

(Geschichte zum Vorlesen. An entsprechender Stelle gibt es eine Frage an die Schüler.)

Als ich morgens aufstand, da merkte ich schon, das wird ein ganz besonderer Tag. Ich machte mir einen Kaffee und setzte mich in die Stube, um ihn in Ruhe zu trinken. Da flog auf einmal ein Papagei durch das offene Fenster und seine Tasse fiel auf den harten Holzboden.

→ ein Papagei? Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich?

- Antwort: weniger wahrscheinlich, da Papageien hier in Deutschland nicht frei herumfliegen, es sei denn sie sind weggeflogen
- Was wäre wahrscheinlicher? → Eine Taube, ein Spatz, eine Möwe.

Ich hab mich so erschrocken, dass ich kurz aufschreien musste und mich unsicher umsah. Erst dann fiel mir ein, dass ja meine Kaffeetasse zu Boden gefallen war. Sie war in ganz viele Stücke zerbrochen.

→ zerbrochen? Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich?

- Antwort: mehr wahrscheinlich, da ein Holzboden nicht weich ist, um die Tasse abzufedern (muss aber nicht zerbrochen sein)

Als ich alles aufgeräumt hatte und alles wieder schön sauber war, sah ich mich nach dem Vogel um. Ich konnte einfach nicht sehen, wo dieses Federvieh hingeflogen war und wo es sich nun versteckte. Als ich ins Badezimmer kam, sah ich den Vogel endlich. Er hatte es sich in der Badewanne gemütlich gemacht und sich ein Bad eingelassen, mit Schaum und kleinen Badeentchen.

→ Ein Vogel lässt sich ein Bad ein? Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich?

- Antwort: weniger wahrscheinlich, da Vögel kein Seifenbad nehmen und Badewasser einfüllen können
- Was ist wahrscheinlicher? → Dass der Vogel vielleicht nur in der Badewanne saß oder auf dem Rand etc.

Ich konnte den Vogel nicht dazu bekommen, endlich die Badewanne und mein Haus zu verlassen, also entschied ich, ihn allein zu lassen und einen Spaziergang zu machen. Wenn er fertig sei, würde er schon mein Haus verlassen.

Als ich dann so durch den Park schlenderte gab es das Übliche zu sehen. Die Kinder spielten auf dem Spielplatz, die Omas fütterten die Krokodile im Teich mit altem Brot und viele Leute gingen mit ihren Löwen spazieren.

→ Krokodile im Teich? Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich?

- Antwort: weniger wahrscheinlich, da es hier bei uns keine Krokodile in Teichen gibt
- Was ist wahrscheinlicher? → Dass die Omas Enten im Teich füttern.

→ Spazieren mit den Löwen? Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich?

- Antwort: weniger wahrscheinlich, da es bei uns nur Löwen im Zoo gibt
- Was ist wahrscheinlicher? → Dass die Leute mit ihren Hunden spazieren gehen.

Als ich dann genug von dem Park hatte, ging ich wieder nach Hause. Als ich vor meinem Zaun stand, sah ich die Nachbarskinder beim Spielen und – schwupps - lag die Melone, mit der sie Fußball gespielt haben in meinem Vorgarten. Diese Kinder!

→ Fußball spielen mit einer Melone? Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich?

- Antwort: weniger wahrscheinlich, da eine Melone kaputt geht, wenn man sie auf den Boden wirft und mit dem Fuß dagegen tritt.
- Was ist wahrscheinlicher? → Dass sie mit einem Fußball gespielt haben.

Dann war ich endlich Zuhause und freute mich auf einen gemütlichen Abend. Nach so einem spannenden Tag war ich ganz schön kaputt, nahm noch schnell ein Bad und machte mir zum Abendbrot ein leckeres Süppchen. Ob morgen wieder so ein spannender Tag wird?

## 5 Unterrichtsentwurf Stunde 5: „sicher“, „möglich, aber nicht sicher“ und „unmöglich“

### Ziele der Unterrichtsstunde:

- Sachkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - kennen die mathematischen Bedeutungen der Fachbegriffe „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“ und beziehen sie fachgerecht auf konkrete zufällige Vorgänge.
  - erkennen in verschiedenen Erscheinungen die Eigenschaften „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“.
  - Kennen die Wahrscheinlichkeitsleiter mit den Endpunkten „sicher“ und „unmöglich“.
  
- Methodenkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - stellen verschiedene Vorgänge ergebnisorientiert nach und untersuchen sie hinsichtlich der Eigenschaften „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“.
  
- Sozialkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - erforschen in Gruppen einen bestimmten Vorgang und interpretieren gemeinsam die Ergebnisse.
  - beobachten das Handeln der Mitschüler und setzen diese in Beziehung zur eigenen Handlung.

### Verlaufsplanung

Zeit	Phase	Lehrerhandlung	Schülerhandlung	SF + Materialien	Bemerkungen	
1'	Begrüßung	- L und S begrüßen sich				
3'	Tägl. Übung	- S geben Prognose mithilfe der Wetterkarten über das Wetter des jeweiligen Tages		UG Wetterkarten		

2'	Motivation / Hinführung	- L setzt Geschichte fort		LV Geschichte Teil 5	
5'	Erarbeitung I „sicher“ und „unmöglich“	- L nennt Beispiel aus der Geschichte: <i>„Ich befürchte, dass es mal nicht mehr Tag wird, sondern die Nacht bleibt. Wird das passieren?“</i> ➤ Erarbeitung „unmöglich“ - L nennt 2. Beispiel aus der Geschichte: <i>„Wenn mir ein Teller aus der Hand rutscht, wird er zu Boden fallen?“</i> ➤ Erarbeitung „sicher“	- S geben Wahrscheinlichkeitsein- schätzung: <i>„Das wird nicht passieren. Es wird immer wieder Tag.“ (Es ist unmög- lich.)</i>  <i>„Das wird ganz sicher passieren, der Teller fällt auf den Boden.“</i>	UG	
5'	Erarbeitung II Wahrscheinlich- keitsskala I	- L verweist auf Kalle und seinen Umgang mit der Leiter: <i>„Wie benutzt er die Leiter, um den Men- schen eine Antwort zu geben?“</i> - L zeichnet Leiter an die Tafel <i>„Was hat er bei der Frage des Mädchens gemacht?“</i> - L setzt ein kleines Bild von Kalle nach oben an die Spitze der Leiter <i>Was hat er bei der Frage der Frau ge- macht?“</i> - L setzt ein kleines Bild von Kalle ganz ans untere Ende der Leiter - L: <i>„Und warum hat Kalle das so ge- macht? Was heißt es wenn er ganz nach oben springt oder ganz unten sitzen bleibt?“</i> (evtl. Bezug zu den Fra- gen/Antworten aus dem Text) - L schreibt neben das obere Ende der Lei-	- S berichten von dem Beschrei- bungen in den Geschichten: <i>„Kalle klettert an der Leiter hoch.“</i>  <i>„Kalle sprang ganz nach oben.“</i>  <i>„Kalle blieb unten sitzen.“</i>  <i>„Weil er wusste, dass es unmöglich ist, dass es nicht mehr hell wird, und er genau wusste, dass der Tel- ler auf jeden Fall auf den Boden fällt.“</i>	UG Tafel, Bilder von Kalle	

		<p>ter „sicher“ und an das untere Ende „unmöglich“:</p> <p><i>„Das bedeutet, wenn etwas ganz sicher passieren wird, dann springt Kalle nach ganz oben, wenn etwas unmöglich ist, dann bleibt er unten.“</i></p>			
10‘	Anwendung I	<p>- L gibt Aufgabenstellung: <i>„Ich hab hier nun noch weitere Fragen, die wir zuordnen wollen. Hört euch die Fragen gut an und versucht sie zu beantworten. Mal sehen, ob wir die Beispiele an die Leiter anbringen können.“</i></p> <p>- L zeigt Bildkarten und beschreibt dazu ein Ergebnis eines zufälligen Vorgangs (siehe Beispiele für „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“ AufB 5/1)</p>	<p>- S beantworten die Fragen und ordnen die Antworten den beiden Begriffen „sicher“ und „unmöglich“ zu, begründen ihre Antwort (siehe Aufgabenblatt 5/1)</p>	UG TB 5/8, Beispiele AufB 5/1	<p>Unter den Fragen befinden sich auch Beispiele, die auf die Antwort „möglich, aber nicht sicher“ hinauslaufen. Diese werden in der Tafelmitte gesammelt.</p>
3‘	Erarbeitung III „möglich, aber nicht sicher“	<p>- L verweist nun auf die übriggebliebenen Beispiele, die nicht eingeordnet werden konnten <i>„Seht euch die restlichen Beispiele an. Warum sind sie anders als die Beispiele für sicher und unmöglich?“</i></p> <p>- L schreibt „möglich“ an die Tafel über die entsprechenden Beispiele und gibt eventuell Erklärung (wenn nicht schon von S erkannt)</p>	<p>- S vergleichen übrigen Beispiele <i>„Das kann passieren, muss aber nicht immer passieren.“ (Es ist möglich, dass das passiert, aber nicht sicher.)</i></p>	UG TB 5/8	
10‘	Praktische Erarbeitung IV	<p>- L erklärt nächste Aufgabe: <i>„Als nächstes wollen wir ein paar Dinge</i></p>		LV	

		<p><i>ausprobieren, um festzustellen, ob das sicher, möglich oder unmöglich ist. Arbeitet dazu in Gruppen an den Gruppentischen. Vermutet zuerst, ob das Experiment sicher, möglich oder unmöglich ist. Dann probiert es jeder aus der Gruppe aus. Ist das sicher, möglich oder unmöglich? Vergleicht dann mit eurer Vermutung.“</i></p> <p>- L teilt S in 6 Gruppen ein, eröffnet Gruppentische mit entsprechender Aufgabe auf einem AB (AufB 5/2-5/7)</p> <p>- L erklärt jede Aufgabe und ihre Durchführung (siehe AufB 5/2-5/7), gibt eventuell Belehrung</p>	<p>- S bearbeiten in ihrer Gruppe die entsprechende Aufgabe</p>	<p>GA Material Gruppenarbeit</p>	<p>Alle S sollen in ihrer Gruppe die Aufgabe/den Versuch durchführen und dann gemeinsam ein Urteil fällen.</p>
5'	Auswertung	<p>- L fragt jede Gruppe nach dem Ergebnis der Arbeit und bittet S das Bild ihres Versuchs an der Tafel entsprechend zu platzieren</p> <p>- L fragt, ob es für die S überraschende Einsichten</p>	<p>- S nennen Ergebnis der Gruppenarbeit (AB 5/2-5/7) und platzieren Bild an entsprechender Stelle an der Tafel</p> <p>- S reflektieren über Erkenntnisse während der GA</p>	<p>UG, TB 5/8</p>	
1'	Verabschiedung	<p>- L gibt Ausblick für nächste Stunde und beendet die Stunde</p>			

**Abkürzungen:**

**L** = Lehrperson; **S** = Schüler; **UG** = Unterrichtsgespräch; **LV** = Lehrervortrag; **GA** = Gruppenarbeit; **AB** = Arbeitsblatt; **TB** = Tafelbild

**5.1 Material: Stunde 5***Geschichte Teil 5*

# Kalle, der Wetterfrosch

## Teil 5 (Stunde 5)

Viel haben wir nun schon von Kalle und seiner Arbeit gehört und ihr musstet schon so manche schwierige Aufgabe für ihn erledigen. Aber keine Sorge, nicht alle Menschen stellen solche schweren Fragen! Manchmal ist es wirklich kinderleicht. Solche Fragen mag Kalle gern, denn dann muss er gar nicht lange überlegen und springt entweder mit einem großen Satz an die Spitze der Leiter, oder er bleibt gemütlich vor seinem Haus sitzen. Mal sehen ob ihr euch denken könnt, warum er bei dieser Frage ganz gemütlich sitzen bleiben konnte:

Die Frage kam von einem kleinen Mädchen, das eines Tages vor Kalles Glas stand. Mit großen Augen schaute sie auf Kalle hinab und lächelte ihn an. Über so einen netten Besuch freute sich Kalle immer riesig und so wartete er gespannt auf die Frage der Kleinen. Zögerlich und leise sagte sie: „Ich habe Angst im Dunkeln. Besonders in der Nacht fürchte ich mich manchmal ungeheuerlich vor den Schatten und komischen Geräuschen. Ich befürchte, dass es hier bei uns am nächsten Tag mal nicht mehr hell wird. Was sagst du dazu, lieber Frosch? Wird das passieren?“

**Was meint ihr, Kinder? Wird das passieren? [ANTWORT: Nein, es wird ja immer irgendwann hell, auch wenn Wolken sind etc. → es ist UNMÖGLICH]**

⇒ **Fragestellung: Was bedeutet es, wenn etwas „unmöglich“ ist?**

An einem anderen Tag stand eine Frau vor Kalles Glas und stellte auch eine einfache Frage an Kalle: „Sag Frosch, ich hab ganz tolle neue Teller und Tassen geschenkt bekommen. Leider bin ich sehr schusselig. Wenn mir ein Teller aus der Hand rutscht, wie wahrscheinlich ist es, dass er nach unten auf den Boden fällt?“

**Was meint ihr, Kinder?**

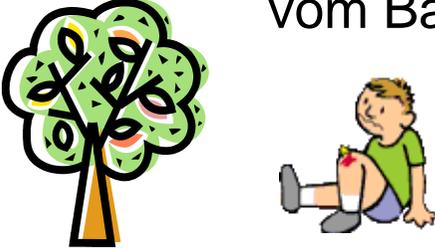
[Antwort: Der Teller fällt auf jeden Fall auf den Boden

→ SICHER]

⇒ **Fragestellung: Was bedeutet es, wenn etwas ganz „sicher“ passiert?**

Ihr seht also, dass man bei manchen Fragen eine klare Antwort geben kann. Aber warum ist das so? Und was bedeutet es, wenn man sagt, etwas passiert ganz „sicher“ oder wenn man sagt, etwas ist „unmöglich“?

Aufgabenblatt 5/1 (Tafelbeispiele)

Das ist sicher.	Das ist möglich.	Das ist unmöglich.
<p>Unsere Wochen haben <b>7 Tage.</b></p> <p>Freitag      Sonntag</p> <p>Dienstag      Mittwoch</p> <p>Montag      Donnerstag      Samstag</p>	<p>Beim Klettern fällt man vom Baum.</p> 	<p>Am Sonntag haben wir Schulunterricht.</p> 
<p>Nach Januar kommt Februar.</p> <p>Januar            Februar</p>	<p>Morgen ist unsere Lehrerin krank.</p> 	<p>Meine Oma ist jünger als ich.</p> 
<p>Wenn ich einen Stift fallen lasse, fällt er nach unten.</p> 	<p>Für die Hausaufgaben brauche ich eine ganze Stunde.</p> 	<p>Ein Hund macht meine Hausaufgaben.</p> 

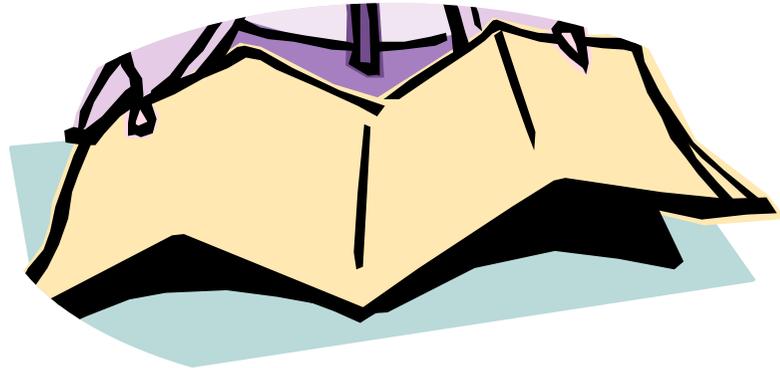
*Aufgabenblätter 5/2 – 5/7 (praktisches Erforschen)*

Gruppe 1

Kann man dieses Blatt Papier sechsmal in der Mitte falten?

Ist das sicher, möglich oder unmöglich?

Probiert es aus und entscheidet!



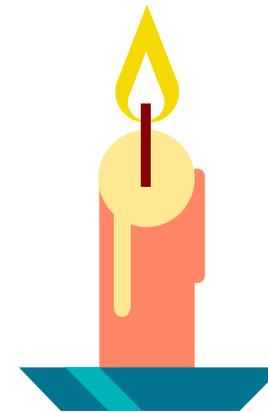
Ergebnis: Es ist SICHER, dass man ein Blatt Papier (A4) sechsmal falten kann.

Gruppe 2

Kann man eine Kerze wieder anzupusten, damit sie wieder brennt?

Ist das sicher, möglich oder unmöglich?

Probiert es aus und entscheidet!



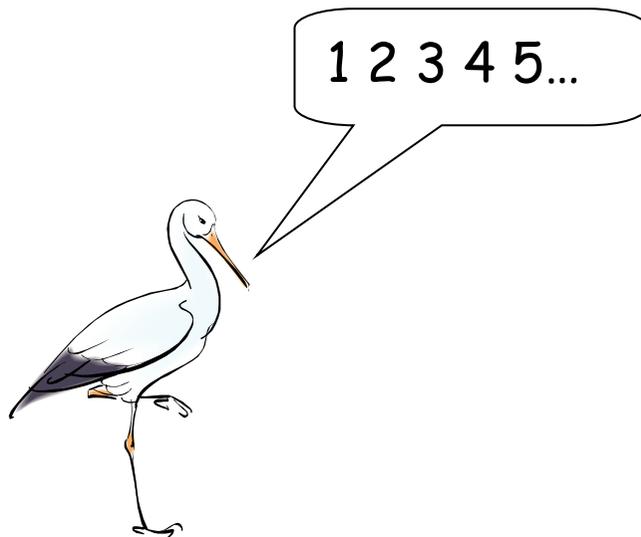
Ergebnis: Es ist UNMÖGLICH, eine Kerze wieder anzupusten.

Gruppe 3

Kann man auf einem Bein stehen und bis 20 zählen?

Ist das sicher, möglich oder unmöglich?

Probiert es aus und entscheidet!



Ergebnis: Es ist **MÖGLICH** (aber nicht sicher) auf einem Bein zu stehen und bis 20 zu zählen.

Gruppe 4

Geht ein Korken im Wasserglas unter?

Ist das sicher, möglich oder unmöglich?

Probiert es aus und entscheidet!



Ergebnis: Es ist **UNMÖGLICH**, dass ein Korken im Wasserglas untergeht.

Gruppe 5

Schmilzt ein Eiswürfel auf der warmen Heizung?

Ist das sicher, möglich oder unmöglich?

Probiert es aus und entscheidet!



Ergebnis: Es ist SICHER, dass der Eiswürfel schmilzt.

Gruppe 6

Kann man aus 10 Bausteinen einen Turm bauen, der wenigstens 5 Sekunden stehen bleibt?

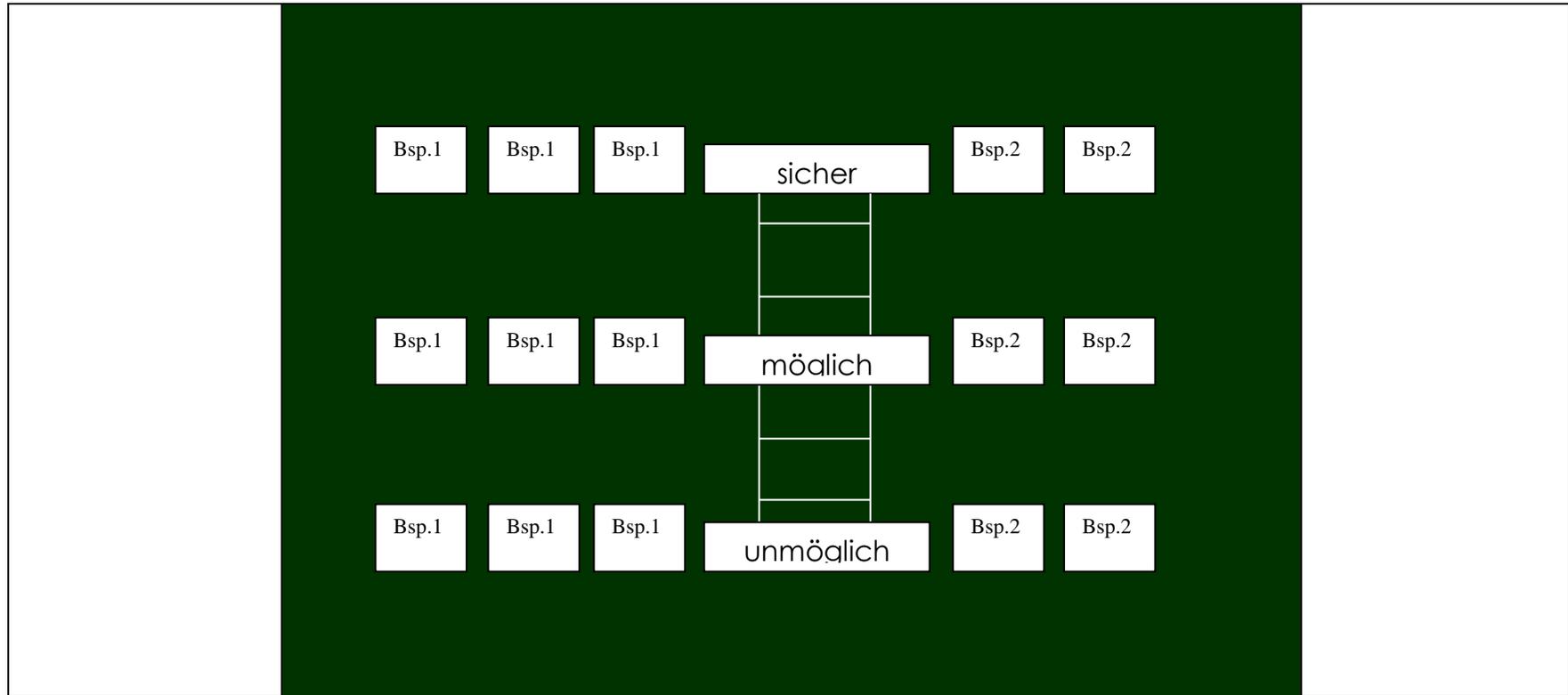
Ist das sicher, möglich oder unmöglich?

Probiert es aus und entscheidet!

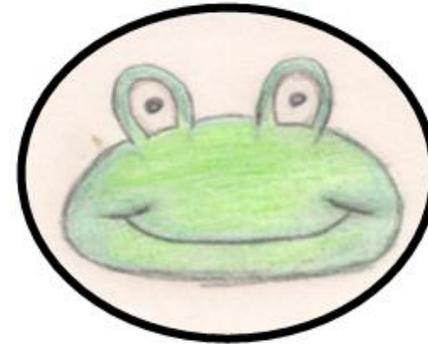
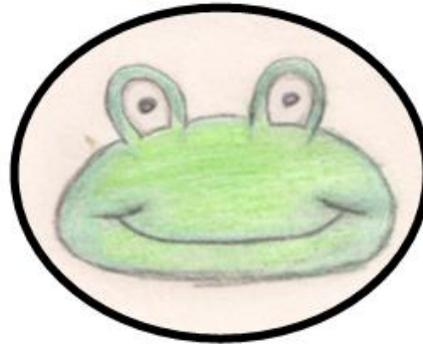
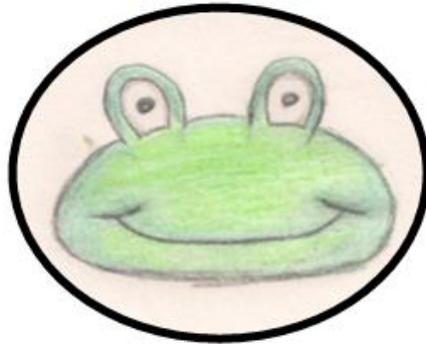
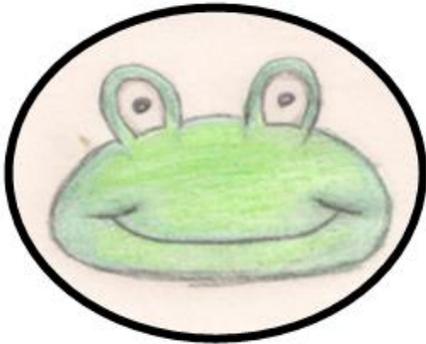
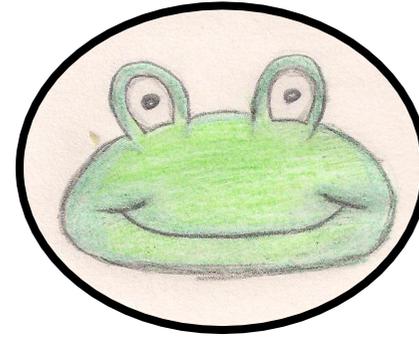
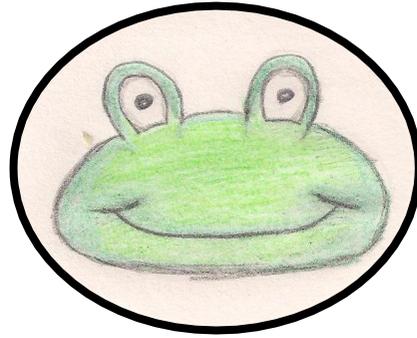
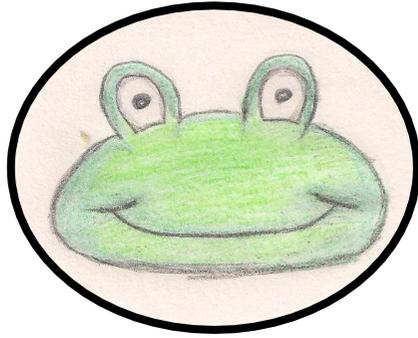
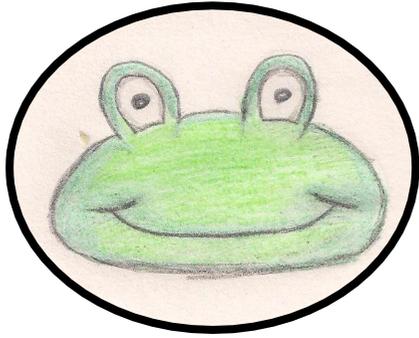


Ergebnis: Es ist MÖGLICH, einen Turm aus 10 Bausteinen zu bauen.

Tafelbild 5/8



*Bilder von Kalle (für die Tafel)*



## 6 Unterrichtsentwurf: Stunde 6 „Möglich ist nicht gleich möglich!“

### Ziele der Unterrichtsstunde:

- Sachkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - erkennen die Eigenschaften „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“ in Vorgängen und ordnen die Begriffe zu.
  - differenzieren den Begriff „möglich“ durch die Ausdrücke „mehr wahrscheinlich“ und „wenig wahrscheinlich“.
  - kennen die Wahrscheinlichkeitsleiter und ordnen Ergebnisse in die Wahrscheinlichkeitsleiter ein.
- Methodenkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - stellen eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung mithilfe der Wahrscheinlichkeitsleiter dar.

### Verlaufsplanung

Zeit	Phase	Lehrerhandlung	Schülerhandlung	SF + Materialien	Bemerkungen
1‘	Begrüßung	- L und S begrüßen sich			
3‘	Tägl. Übung	- S geben Prognose mithilfe der Wetterkarten über das Wetter des jeweiligen Tages		UG Wetterkarten	
2‘	Wiederholung	- L fragt nach Bedeutungen der Begriffe: <i>„Was bedeutet es, wenn etwas „sicher“ geschieht? Bzw. wenn etwas „möglich, aber nicht sicher“ oder „unmöglich“ ist?“</i>	- S wiederholen die Bedeutungen der Begriffe die in der letzten Stunde erarbeitet wurden: <i>„Etwas ist sicher, wenn es auf jeden Fall passiert.“</i> <i>„Etwas ist unmöglich, wenn es auf keinen Fall passiert.“</i>	UG	

			„Etwas ist möglich, wenn es passieren kann, aber nicht muss.“		
5‘	Anwendung / Übung I	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L leitet zur Übung der Begriffe über:  <i>„Da ihr jetzt schon wisst, was es bedeutet wenn etwas sicher, möglich oder unmöglich ist, könnt ihr nun kontrollieren, ob andere Menschen die Begriffe richtig benutzen. Seht euch dazu genau an, was die Menschen gesagt haben und überlegt, ob es stimmt, was sie sagen, oder ob es falsch ist. Wenn ihr meint, dass etwas Falsches gesagt wurde, dann schreibt die richtige Antwort in das Kästchen. Ihr könnt euch mit eurem Sitznachbarn beraten.“</i></li> <li>- L verteilt Arbeitsblatt AB 6/1</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S bearbeiten AB 6/1 in PA</li> </ul>	PA AB 6/1	
5‘	Auswertung und Reflexion	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L bittet S um ihre Antworten zu den einzelnen Aufgaben</li> <li>- L fragt, ob es bei bestimmten Aufgaben Probleme oder Unsicherheiten gab</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S nennen ihre Ergebnisse (siehe Lösungsblatt 6/1a) und begründen diese</li> <li>- S schildern evtl. Schwierigkeiten</li> </ul>	UG	
7‘	Anwendung II	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L stellt weitere Beispiele vor und fragt wie sich die Bedingungen verändern könnten:  <i>„Hört euch das Beispiel an. Ist es möglich das Ergebnis zu verändern? Was müsste anders sein, damit das Ergebnis sicher wird?“</i></li> <li>- L stellt die Frage für verschiedene Beispiele</li> <li>- siehe Aufgabenblatt 6/2</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S wenden ihr Wissen über die Begriffe und ihre Bedeutung an, um Bedingungen so zu ändern, dass sich die Wahrscheinlichkeitseinschätzung ändert</li> </ul>	UG	Erfordert eine hohe Denkfähigkeit und sollte je nach Leistungsstärke der Klasse angepasst bzw. auf 1-2 Beispiele reduziert werden.

7'	Erarbeitung I Differenzierung von „möglich“	<p>- L leitet zu Kalle und seiner Leiter über</p> <p>- L fragt nach Kalles Leiter und ihre Funktionsweise:</p> <p>„Wo finden wir Kalle wenn etwas sicher/unmöglich/möglich ist?“</p> <p>- L:</p> <p>„Wenn wir uns Kalles Leiter noch einmal anschauen, sehen wir, dass sie aber mehr Stufen hat, als nur drei. Was könnte es denn bedeuten, wenn er auf diese (an Tafel zeigen; a.) kurz unterhalb der höchsten Stufe) oder auf diese Stufe (b.) Stufe über der untersten Stufe) klettert?“</p> <p>[L setzt an entsprechender Stelle ein kleines Bild von Kalle]</p> <p>- L erklärt die Zwischenstufen der Leiter:</p> <p>„Alle Stufen die zwischen der obersten und der untersten liegen, bedeuten, dass etwas möglich ist. Das bedeutet, es kann durchaus passieren. Aber wir haben ja schon gelernt, dass man manchmal sagen kann, dass etwas mehr wahrscheinlich oder weniger wahrscheinlich ist. Und das können wir jetzt mit Kalles Leiter zeigen. Je höher Kalle steigt, umso wahrscheinlicher ist etwas, je tiefer er sitzen bleibt, umso weniger wahrscheinlich ist etwas.</p> <p>L gibt bei Bedarf anderes Beispiel zum Verständnis: <i>Ihr könnt euch die Leiter wie ein Thermometer für Wahrscheinlichkeit vorstellen, auf dem zu sehen ist, wie wahrscheinlich etwas ist. Wie die Temperatur</i></p>	<p>„Ganz oben, ganz unten, in der Mitte.“</p> <p>- S äußern Vermutungen:</p> <p>a.) „Es ist nicht ganz sicher, aber fast.“</p> <p>b.) „Es ist zwar noch möglich, aber man glaubt eigentlich nicht dran.“</p>	UG	LV
----	---	---	--	----	----

		<p><i>steigt, wenn es immer wärmer wird, so steigt auch der Punkt auf der Leiter, je wahrscheinlicher etwas ist.“)</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- L gibt Beispiel, bei dem es verschiedene Möglichkeiten gibt, die nun nach ihrer Wahrscheinlichkeit an der Tafel angeordnet werden sollen:</li> <li>- Beispiel: <i>Womit verbringen wir unseren Nachmittag heute?</i></li> <li>- L gibt drei Möglichkeiten vor: <i>Hausaufgaben machen, draußen spielen, etwas basteln</i></li> <li>- Aufgabe: <i>Auf welche Stufen würden wir die Möglichkeiten setzen? Welches ist das wahrscheinlichste?</i> <i>Was wird heute Nachmittag eher nicht gemacht? Was setzen wir in die Mitte?</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S verorten die Möglichkeiten auf der Leiter, (unabhängig von Klasse): z.B. <i>Draußen spielen</i> (Jahreszeitenabhängig), <i>Hausaufgaben machen</i>, <i>Etwas basteln</i></li> </ul>		
12‘	Anwendung I (Differenzierung von „möglich“)	<ul style="list-style-type: none"> <li>-L bringt erneut die Bildkarten für „möglich, aber nicht sicher“ vorn an der Tafel an: <i>„Wenn wir uns noch einmal die Beispiele aus der letzten Stunde anschauen, können wir diese bestimmt an der Leiter festmachen. Wo würdet ihr euch als Kalle hinsetzen?“</i></li> <li>- L beschreibt jedes Beispiel noch einmal und fragt S, ob es mehr wahrscheinlich oder weniger wahrscheinlich ist und auf welche Stufe man sich als Kalle setzen würde</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S machen Wahrscheinlichkeitsaussagen zu den einzelnen Beispielen und vergleichen untereinander, um diese an der Leiter anzuordnen, begründen ihre Aussagen</li> </ul>	UG	
3‘	Reflexion / Ab-	- L fragt die S was ihnen heute besonders	- S beschreiben evtl. leichte bzw.		

	schluss	leicht bzw. besonders schwer gefallen ist - L gibt Ausblick auf die nächste Stunde und beendet die Stunde	schwierige Aufgaben		
	Didaktische Reserve	- S finden selbst Beispiele für die Begriffe „sicher“, „möglich“, „unmöglich“, stellen diese vor und die anderen S ordnen die Begriffe zu			

**Abkürzungen:**

**L** = Lehrperson; **S** = Schüler; **UG** = Unterrichtsgespräch; **LV** = Lehrervortrag; **PA** = Partnerarbeit; **AB** = Arbeitsblatt;

## 6.1 Material: Stunde 6

## Arbeitsblatt 6/1 „Stimmt das?“

## Stimmt das?

a.)



Es ist unmöglich,  
dass es im Dezember  
bei uns schneit.

 Stimmt!

 Stimmt nicht!

Es ist \_\_\_\_\_.

b.)



Es ist sicher, dass  
mein Papa älter ist  
als ich.

 Stimmt!

 Stimmt nicht!

Es ist \_\_\_\_\_.

c.)



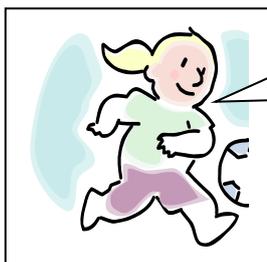
Es ist möglich, dass  
wir Weihnachten am  
24.12. feiern.

 Stimmt!

 Stimmt nicht!

Es ist \_\_\_\_\_.

d.)



Es ist unmöglich,  
dass meine Fußball-  
mannschaft morgen  
gewinnt.

 Stimmt!

 Stimmt nicht!

Es ist \_\_\_\_\_.

## Lösungsblatt 6/1a

## Stimmt das?

e.)



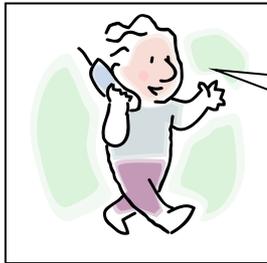
Es ist unmöglich,  
dass es im Dezember  
bei uns schneit.

Stimmt!

Stimmt nicht!

Es ist möglich.

f.)



Es ist sicher, dass  
mein Papa älter ist  
als ich.

Stimmt!

Stimmt nicht!

Es ist \_\_\_\_\_.

g.)



Es ist möglich, dass  
wir hier Weihnach-  
ten am 24.12. feiern.

Stimmt!

Stimmt nicht!

Es ist sicher.

h.)



Es ist unmöglich,  
dass meine Fußball-  
mannschaft morgen  
gewinnt.

Stimmt!

Stimmt nicht!

Es ist möglich.

---

*Aufgabenblatt 6/2 „Was muss sich ändern?“*

## Was muss sich verändern?

1. „Es ist unmöglich, dass ich morgen früh Orangensaft trinke, denn meine Mutti hat keinen gekauft.“
  - Was muss sich ändern, damit es MÖGLICH wird?
    - Mutti hat Orangensaft gekauft.
  - Was muss sich ändern, damit es SICHER wird?
    - Es ist nur Orangensaft da. Es gibt nichts anderes zu trinken.
  
2. „Es ist möglich, dass ich das Spielzeug, das ich mir so wünsche, zu Weihnachten bekomme.“
  - Was muss sich ändern, damit es UNMÖGLICH wird?
    - Das Spielzeug ist zu teuer./Das Spielzeug gibt es nicht mehr zu kaufen. Etc.
  - Was muss sich ändern, damit es SICHER wird?
    - Ich habe es schon Zuhause gesehen./Ich war beim Einkauf dabei. Etc.
  
3. „Es ist sicher, dass ich morgen zur Schule gehe, weil Montag ist.“
  - Was muss sich ändern, damit es MÖGLICH wird?
    - Ich fühle mich nicht gut, vielleicht bin ich krank.
  - Was muss sich ändern, damit es UNMÖGLICH wird?
    - Es ist Sonntag./Die Schule fällt aus. (Hitzefrei oder im Winter)

## 7 Unterrichtsentwurf: Stunde 7 „Wie wahrscheinlich ist das?“

### Ziele der Unterrichtsstunde:

- Sachkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - ordnen einer Position auf der Wahrscheinlichkeitsleiter eine Wahrscheinlichkeitseinschätzung zu.
  - formulieren Wahrscheinlichkeitseinschätzungen.
  
- Methodenkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - stellen ihre Wahrscheinlichkeitseinschätzung mit der Wahrscheinlichkeitsleiter dar.
  
- Personale Kompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - entwickeln eine positive Einstellung zur Darstellung ihrer Wahrscheinlichkeitseinschätzung mithilfe der Wahrscheinlichkeitsleiter.

### Verlaufsplanung

Zeit	Phase	Lehrerhandlung	Schülerhandlung	SF + Materialien	Bemerkungen
1'	Begrüßung	L und S begrüßen sich			
3'	Tägl. Übung	S machen Vorhersage mithilfe der Wetterkarten über das Wetter des jeweiligen Tages		UG Wetterkarten	
5'	Wiederholung	- L fragt nach Bedeutungen der Begriffe: „Was bedeutet es, wenn etwas „sicher“ ge-	- S wiederholen die Bedeutungen der Begriffe, die in der letz-	UG	

		<p><i>schieht? Bzw. wenn etwas „möglich, aber nicht sicher“ oder „unmöglich“ ist?“</i></p> <p>- L weist auf Besonderheit des Begriffs „möglich“ hin:  <i>„ Beim letzten Mal haben wir aber noch gesehen, dass, wenn etwas möglich ist, wir noch etwas Genaueres sagen können. Wisst ihr noch, was man noch über mögliche Dinge sagen kann?  Und was wir über die vielen Stufen auf Kalles Leiter gesagt haben?“</i>  (Kalles Leiter ist erneut an der Tafel, sodass L auf verschiedene Stufen bei der Erklärung zeigen kann)</p>	<p>ten Stunde erarbeitet wurden:  <i>„Etwas ist sicher, wenn es auf jeden Fall passiert.“  „Etwas ist unmöglich, wenn es auf keinen Fall passiert.“  „Etwas ist möglich, wenn es passieren kann, aber nicht muss.“</i></p> <p>- S: <i>„ Wenn etwas möglich ist, kann man noch sagen, ob es mehr oder weniger wahrscheinlich ist“  „ Wenn Kalle weiter oben sitzt, ist etwas mehr wahrscheinlich, wenn er weiter unten sitzt, weniger wahrscheinlich. “</i></p>		
10‘	Übung I (Bedeutung der einzelnen Skalen-/Leiterstufen)	<p>- L leitet zur Übung über:  <i>„ Um euch ein bisschen mit der Wahrscheinlichkeitsleiter zu helfen, hat Kalle euch an ein paar Stufen aufgeschrieben, wie seine Vorhersage aussieht. Doch die Teile sind durcheinander geraten. Wir müssen Kalles Sätze wieder an die richtige Stelle bringen. Arbeitet zusammen mit eurem Sitznachbarn. “</i></p> <p>- L verteilt Arbeitsblatt AB 7/1</p>	<p>- S bearbeiten AB 7/1 in PA</p>	PA AB 7/1	
4‘	Auswertung Übung I	- L zeichnet Wahrscheinlichkeitsleiter an die Tafel, die Punkte aus der Aufgabe sind mar-		UG	

		<p>kiert</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- L bittet S einen Kalle-Satz vorzulesen, und fragt einen anderen S, an welcher Stelle Kalle das gedacht haben könnte</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S lesen Aussagen vor und benennen die entsprechende Stelle an der Wahrscheinlichkeitsleiter (siehe Lösungsblatt 7/1a)</li> <li>- S vergleichen ihre Ergebnisse</li> </ul>		
7'	<p>Erarbeitung (Übertragung „Leiter“ zu Lineal als Wahrscheinlichkeitsleiter</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L leitet Anwendung ein, gibt Begründung für Wahrscheinlichkeitsleiter:  <i>„Jetzt wollen wir auch ein paar Fragen mit der Leiter beantworten. Warum brauchen wir die Leiter überhaupt? Habt ihr eine Idee?“</i></li> <li>- L-Begründung (evtl. notwendig):  <i>„Mit der Wahrscheinlichkeitsleiter können wir viel genauer zeigen, wie wahrscheinlich etwas für uns scheint. Bisher konnten wir nur sagen „mehr“ oder „weniger wahrscheinlich“, aber jetzt wollen wir auf der Leiter anzeigen, bis wo die Wahrscheinlichkeit geht. Damit man sehen kann, ob es nur sehr wenig wahrscheinlich ist, oder etwas mehr wahrscheinlich.“</i></li> <li>- L:  <i>„Aber wir können ja nun nicht für jeden eine Leiter in den Klassenraum stellen. Deshalb gibt es da einen ganz einfachen Trick und ich sage, es ist sicher, dass jeder von euch schon so eine Wahrscheinlichkeitsleiter besitzt. Euer Lineal ist eine perfekte Wahrscheinlichkeitsleiter!“</i></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S suchen nach Gründen für den Einsatz einer Wahrscheinlichkeitsleiter, nennen Gründe (z.B. man kann eine genauere Angabe machen, (weiter höher, weiter unten)etc.)</li> <li>- S nehmen Lineal</li> <li>- S vollziehen die Übertragung der Wahrscheinlichkeitsleiter auf ihrem Lineal nach</li> </ul>	UG / LV	<p>Diese Frage ist sehr anspruchsvoll, daher muss eventuell der L eine Begründung geben.</p>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- L fordert S auf, Lineal hervor zunehmen</li> <li>- L erklärt Merkmale der Wahrscheinlichkeitsleiter von der Tafel für das Lineal (benutzt zur Veranschaulichung selbst ein Lineal bzw. das Tafellineal)</li> <li>- L verteilt Büroklammern und erklärt/zeigt, wie sie als Regler zu benutzen sind</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S klemmen die Büroklammern an das Lineal, als Regler</li> </ul>		
12‘	Anwendung I	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L gibt Aufgabenstellung:  <i>„Jetzt wollen wir unsere persönlichen Leitern auch benutzen. Das machen wir erst einmal zusammen. Nehmt bitte eure Lineale in die Hand und haltet sie wie die Leiter vor euch. Achtet darauf, dass die Klammer am Lineal klemmt. Wenn ich euch ein Beispiel genannt habe, verschiebt ihr die Klammer an den Platz, der für euch am besten zeigt, wie wahrscheinlich das Beispiel eurer Meinung nach ist.“</i></li> <li>- L nennt erstes Beispiel:  <i>„Die erste Frage ist, wie wahrscheinlich ist es, dass ein Meerschweinchen weiter springt, als ein Hase? Zeigt an eurer Leiter, was ihr denkt. Wie wahrscheinlich ist das?“</i></li> <li>(- L beobachtet S und hält ebenfalls die Leiter vor sich, nimmt aber selbst noch keine Positionierung vor, damit die S sich nicht an der Position der L orientieren, sondern eine eigene Position finden</li> <li>- wenn die S große Schwierigkeiten haben, kann dies auch gemeinsam durchgeführt wer-</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S nehmen erste Positionierung auf der Wahrscheinlichkeitsleiter vor</li> </ul>	UG	<p>Zu Beginn werden bereits besprochene Beispiele gewählt, um den Schülern den Einstieg mit der Wahrscheinlichkeitsleiter zu erleichtern. Bei bereits besprochenen Beispielen haben sie in der Regel bereits eine Einschätzung, die sie nun visualisieren sollen.</p> <p>Der L sollte hier</p>

		<p>den, indem die L zusammen mit den S überlegt, was die Einschätzung ist und wo die Position auf der Leiter sein könnte)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- L nennt weitere Beispiele (bekannte) (siehe AufB 7/2)</li> <li>- L fragt einzelne S nach einer Begründung für ihre Wahl (sprachliche Komponente)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S benutzen die Wahrscheinlichkeitsleiter für ihre Einschätzung und begründen diese in einzelnen Fällen</li> </ul>	AufB7/2	<p>deutlich machen, dass es nicht darum geht, dass alle den Regler an der exakt selben Stelle fixiert haben, die Richtung sollte ungefähr stimmen. Die Einschätzung bleibt subjektiv und vor allem die Visualisierung muss erst geübt werden.</p>
4'	Reflexion, Abschluss	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L fragt S nach ihrem Eindruck von der Wahrscheinlichkeitsleiter: Fällt es schwer? Warum?</li> <li>- L gibt Ausblick auf letzte Stunde</li> <li>- L beendet die Stunde</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S haben die Möglichkeit mögliche Probleme und Schwierigkeiten anzusprechen und nachzufragen</li> </ul>	UG	

**Abkürzungen:**

**L** = Lehrperson; **S** = Schüler; **UG** = Unterrichtsgespräch; **LV** = Lehrervortrag; **PA** = Partnerarbeit; **AB** = Arbeitsblatt; **AufB** = Aufgabenblatt; **TB** = Tafelbild

**7.1 Material: Stunde 7***Arbeitsblatt 7/1 „Wo passt das hin?“***Wo passt das hin?**

Welcher Satz passt an welche Stelle auf der Leiter? Verbinde!

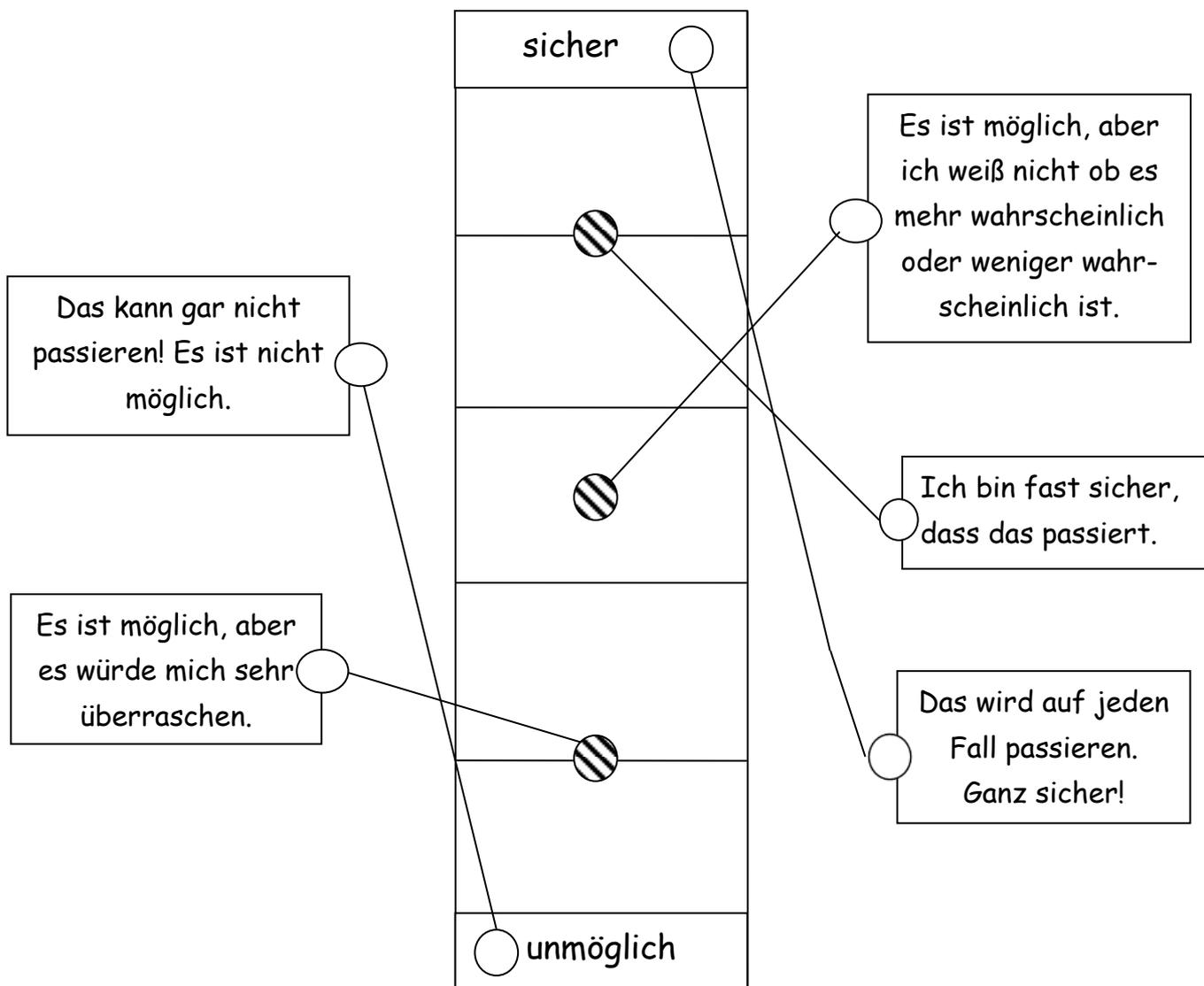
	<b>sicher</b> <input type="radio"/>	
		<input type="radio"/> Es ist möglich, aber ich weiß nicht ob es mehr wahrscheinlich oder weniger wahrscheinlich ist.
<input type="radio"/> Das kann gar nicht passieren! Es ist nicht möglich.		<input type="radio"/> Ich bin fast sicher, dass das passiert.
<input type="radio"/> Es ist möglich, aber es würde mich sehr überraschen.		<input type="radio"/> Das wird auf jeden Fall passieren. Ganz sicher!
	<input type="radio"/> unmöglich	



## Lösungsblatt AB 7/1a

## Wo passt das hin?

Welcher Satz passt an welche Stelle auf der Leiter? Verbinde!



---

**Aufgabenblatt 7/2 „Wie wahrscheinlich ist es, dass...?“****Wie wahrscheinlich ist es, dass...?**

1. Wie wahrscheinlich ist es, dass ein Meerschweinchen weiter springt als ein Hase?  
→ Antwort: weniger wahrscheinlich (untere Hälfte des Lineals)
2. Wie wahrscheinlich ist es, dass du ein Brot in einem Bäckergeschäft bekommst?  
→ Antwort: mehr wahrscheinlich, dicht an sicher, aber nicht ganz sicher, da auch schon alles Brot verkauft sein kann
3. Wie wahrscheinlich ist es, dass dein Opa jünger ist als du?  
→ Antwort: unmöglich
4. Wie wahrscheinlich ist es, dass wir Weihnachten im Dezember feiern?  
→ Antwort: sicher
5. Wie wahrscheinlich ist es, dass ihr im Sommer an den Strand nach Warnemünde zum Baden fahren könnt?  
→ Antwort: sehr wahrscheinlich (dicht an sicher), aber nicht ganz sicher, weil es auch kalte Sommer geben kann
6. Wie wahrscheinlich ist es, dass morgen ein Schultag ist?  
→ Antwort: (hängt vom Tag des Unterrichts ab)  
- Sicher (Montag-Donnerstag)/Unmöglich (Freitag)
7. Wie wahrscheinlich ist es, dass wir mit einer Kutsche zur Schule kommen?  
→ weniger wahrscheinlich, aber nicht unmöglich
8. Wie wahrscheinlich ist es, dass ein Hund lieber eine Gurke, als einen Knochen isst?  
→ weniger wahrscheinlich, weil es Hunde gibt, die keine Knochen mögen oder essen können, (nicht unmöglich)
9. Wie wahrscheinlich ist es, dass es bei einer Geburtstagsparty einen Geburtstagkuchen gibt?  
→ mehr wahrscheinlich, aber nicht sicher

## 8 Unterrichtsentwurf: Stunde 8 „Auf der Leiter hoch und runter“

### Ziele der Unterrichtsstunde:

- Sachkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - formulieren Wahrscheinlichkeitsaussagen.
  
- Methodenkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - stellen ihre Wahrscheinlichkeitseinschätzungen mithilfe der Wahrscheinlichkeitsleiter dar.
  - lesen Wahrscheinlichkeitsleitern und erkennen Einschätzungen.
  
- Sozialkompetenz:  
Die Schülerinnen und Schüler
  - erkennen Einschätzungen ihrer Mitschüler.

### Verlaufsplanung

Zeit	Phase	Lehrerhandlung	Schülerhandlung	SF + Materialien	Bemerkungen
1‘	Begrüßung	L und S begrüßen sich			
3‘	Tägl. Übung	S geben Prognose mithilfe der Wetterkarten über das Wetter des jeweiligen Tages		UG Wetterkarten	
1‘	Motivation	- L kündigt Übungs- und Abschlussstunde an <i>„Jetzt, wo wir die Leiter von Kalle kennen und sie selber benutzen können, wollen wir heute zum Abschluss des Themas noch einmal</i>			

		<i>viele Sachen vorhersagen und uns dann von Kalle verabschieden. Wir wollen heute herausfinden, ob wir zu echten Wetterfröschen geworden sind, so wie Kalle.“</i>			
10‘	Übung I	<p>- L leitet zur Übung I über:  <i>„Ihr arbeitet mit eurem Partner zusammen. Ihr bekommt jeder ein Arbeitsblatt, auf dem Fragen stehen, die ihr eurem Partner stellt. Abwechselnd stellt ihr die Fragen – einer fragt, der andere beantwortet die Frage mit seiner Leiter, ohne etwas zu sagen. Der, der die Frage gestellt hat, liest die Leiter und beschreibt die Antwort des anderen. Auf dem Arbeitsblatt findet ihr einen Satz, den ihr dafür benutzen könnt. Derjenige, der die Leiter gezeigt hat, kontrolliert die Beschreibung und sagt, warum er denkt, dass der Punkt auf der Leiter der richtige ist. Danach tauscht ihr. Das macht ihr, bis ihr alle Fragen beantwortet habt.“</i></p> <p>- L vergibt AB 8/1</p>	<p>- S bearbeiten in PA Arbeitsblatt AB 8/1  (siehe mögliches Lösungsblatt AB 8/1a)</p>	PA  AB 8/1	
2‘	Auswertung I	- L fragt zur Auswertung, welche Frage den S am besten gefallen hat und warum, und ob es Fragen gab, bei denen es Schwierigkeiten gab	- S reflektieren die Aufgabe und schildern Schwierigkeiten bzw. einfache oder spannende Fragen und begründen dies	UG	
8‘	Übung II	<p>- L leitet zur Übung II über:  <i>„In der nächsten Übung seid nicht ihr an der Reihe, etwas auf eurer Leiter zu zeigen, das wurde bereits erledigt. Aber die Leiterbilder und die Fragen sind durcheinander geraten und ihr sollt nun herausfinden, welche Frage</i></p>		UG  AufB 8/2	

		<p>zu einer bestimmten Leiter gehören könnte.“</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- L skizziert jeweils eine Leiter (siehe Aufgabenblatt AufB 8/2), auf der ein Punkt markiert ist, an die Tafel, liest dann drei Fragen vor und fragt nach jeder Frage, ob diese zur Leiter passen würde (wird für alle Teilaufgaben wiederholt)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S verfolgen die Aufgaben an der Tafel, überlegen bei jeder Frage, ob diese durch die Leiter beantwortet wird, finden die passende Frage heraus (siehe Lösungsblatt Aufgabenblatt AufB 8/2a)</li> </ul>		
10‘	Anwendung I	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L: „Da wir wissen, wie Kalle seine Leiter benutzt und wir selbst auch schon eine kleine Leiter (Lineal) verwendet haben, wollen wir nun auch einmal versuchen, wie Kalle unsere Vorhersage (Einschätzung) an der Leiter zu zeigen, indem wir uns einen Platz auf der Leiter suchen. Dazu brauchen wir eine große „Leiter“ und spielen das Wetterfroschspiel.“</li> <li>- L richtet „Leiter“* im Klassenraum ein, teilt S in Gruppen ein (je nach Klassenstärke, S sollen genug Platz haben, um sich anzuordnen auf der „Leiter“)</li> <li>- L zeigt und erklärt den Aufbau der „Leiter“</li> <li>- L erklärt Aufgabe (siehe Spielregeln)</li> <li>- L zeigt das Vorgehen am ersten Beispiel (nennt es und sucht sich eine Position und liefert eine Begründung)</li> <li>- L nennt Beispiele, die Gruppen wechseln sich ab (siehe AufB 8/3 Wetterfroschspiel)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S hören die Fragen und Aussagen und beantworten diese durch Einnehmen einer Position auf der Leiter</li> </ul>	AufB 8/3 Wetterfroschspiel, Klebeband	*Leiter soll mithilfe von dickem Kreppband auf dem Boden des Klassenraums (am besten ganze Raumbreite nutzen) dargestellt werden, jedoch nur als Strich und nicht als Leiter. Die Enden werden als Querstrich und durch Schilder als „sicher“ und „unmöglich“ markiert.
10‘	Abschluss- und Reflexionsphase	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L und S kehren in den Stuhlkreis zurück</li> <li>- L verweist auf Geschichte und liest einen letzten Teil vor (Brief von Kalle)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S hören letzten Teil der Geschichte</li> </ul>	UG Brief von Kalle,	

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- L vergibt Urkunden an die S</li> <li>- L stellt Reflexionsfragen zum Abschluss: Habt ihr die Lerneinheit als eher schwer oder eher leicht empfunden und warum? Was ist euch am schwersten/am leichtesten gefallen? Was hat euch am meisten Spaß gemacht? Etc.</li> <li>- L beendet Stunde</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S bekommen Urkunden</li> <li>- S reflektieren die Lerneinheit und beschreiben eventuelle Schwierigkeiten</li> </ul>	Urkunde	
	<p>Didaktische Reserve: Übung III (Skalen auf Richtigkeit überprüfen)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- L erklärt Übung III: <i>„Bei der nächsten Übung, sollt ihr verschiedene Leitern kontrollieren. Bei einigen haben sich nämlich ein paar Fehler eingeschlichen. Lest euch genau die Frage oder den Satz durch und kontrolliert dann die Leiter. Wenn ihr einen Fehler findet, dann berichtet ihn, indem ihr den richtigen Punkt in der Leiter setzt.</i> <i>Wenn ihr fertig seid, kontrolliert das Blatt mit eurem Sitznachbarn.“</i></li> <li>- L gibt Arbeitsblatt AB 8/4* aus</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- S lösen Arbeitsblatt 8/4* (siehe Lösungsblatt AB 8/4*)</li> <li>- S vergleichen ihre Ergebnisse mit den Ergebnissen des Nachbarn</li> </ul>	<p>AB 8/4*</p> <p>EA</p> <p>PA</p>	<p>Diese Übung dient als didaktische Reserve, falls noch Zeit vorhanden ist, oder einige Schüler die PA zu Beginn der Stunde schneller bearbeiten als andere.</p>

**Abkürzungen:**

**L** = Lehrperson; **S** = Schüler; **UG** = Unterrichtsgespräch; **PA** = Partnerarbeit; **AB** = Arbeitsblatt; **AufB** = Aufgabenblatt

**8.1 Material: Stunde 8***Arbeitsblatt AB 8/1 „Was meinst du“ Partner A***Was meinst du?**

Stelle dem Orakel alle Fragen und schreibe die Antworten auf!

Ich bin: _____	Das Orakel ist: _____
1. Wie wahrscheinlich ist es, dass du morgen zur Schule kommst?	Du meinst, es ist _____, dass du morgen zur Schule kommst.
2. Wie wahrscheinlich ist es, dass du im Sommer Geburtstag hast?	Du meinst, es ist _____, dass du im Sommer Geburtstag hast.
3. Wie wahrscheinlich ist es, dass du heute auf der Schaukel spielst?	Du meinst, es ist _____, dass du heute auf der Schaukel spielst.

Lies die Leiter vom Orakel. Zeigt es, dass etwas sicher, mehr wahrscheinlich, weniger wahrscheinlich oder unmöglich ist?

Sage: Du meinst, es ist \_\_\_\_\_.

*Arbeitsblatt AB 8/1 „Was meinst du?“ Partner B***Was meinst du?**

Stelle dem Orakel alle Fragen und schreibe die Antwort auf.

<b>Ich bin:</b> _____	<b>Das Orakel ist:</b> _____
1. Wie wahrscheinlich ist es, dass du morgens Tee trinkst?	Du meinst, es ist _____, dass du morgens Tee trinkst.
2. Wie wahrscheinlich ist es, dass du heute Hausaufgaben machst?	Du meinst, es ist _____, dass du heute Hausaufgaben machst.
3. Wie wahrscheinlich ist es, dass du gerade eine Mathestunde hast?	Du meinst, es ist _____, dass du gerade eine Mathestunde hast.

Lies die Leiter vom Orakel. Zeigt es, dass etwas sicher, mehr wahrscheinlich, weniger wahrscheinlich oder unmöglich ist?

Sage: Du meinst, es ist \_\_\_\_\_.

*Aufgabenblatt 8/2 „Was passt zur Leiter?“ (Tafelarbeit)*

**Was passt zur Leiter?**

1.

 sicher
unmöglich

A: *In den Ferien haben wir keinen Schulunterricht.*

B: *In den Ferien fahren wir in den Urlaub.*

C: *In den Ferien mache ich jeden Tag Hausaufgaben.*

2.

sicher

unmöglich

A: *In Mathe gibt es Hausaufgaben.*

B: *Nächste Woche gibt es Hausaufgaben.*

C: *Nächste Woche gibt es keine Hausaufgaben.*

3.

sicher
 unmöglich

A: *In der Schule gibt es Schüler.*

B: *In der Schule gibt es keine Lehrer.*

C: *In der Schule gibt es einen Schulhof.*

**Aufgabenblatt 8/3 „Wetterfroschspiel“****DAS WETTERFROSCHSPIEL*****Spielregeln:***

Je nach Klassenstärke werden die Schüler in Gruppen von vier bis fünf Kinder eingeteilt. Auf dem Boden des Raumes (oder draußen auf einer freien Fläche) wird mithilfe von Klebeband eine Wahrscheinlichkeitsskala dargestellt. Die Skala sollte ausreichend groß sein, sodass vier bis sechs Schüler Bewegungsraum haben. Aus jeder Gruppe kommt jeweils ein Schüler nach vorn und alle Mitspieler der Runde stehen nebeneinander am unteren Ende der Skala, welches durch „unmöglich“ gekennzeichnet ist. Das obere Ende der Skala ist dementsprechend mit „sicher“ bezeichnet.

Der Spielleiter (Lehrer) nennt eine Aussage bzw. stellt eine Frage. Die „Frösche“ der jeweiligen Runde springen zur jeweiligen Position auf der Leiter und bleiben dort stehen. Die Gruppen können ihre „Frösche“ durch Zurufe unterstützen. Der Spielleiter löst die Aufgabe erst auf, wenn alle „Frösche“ stillstehen, und verteilt Punkte an die „Frösche“, welche die richtige Stelle eingenommen haben. Die jeweiligen Gruppenpunkte werden gesammelt und am Ende zusammengezählt. Nach zwei Runden stellt jede Gruppe einen neuen „Frosch“.

***Fragen und Aussagen:***

1. Unser Jahr besteht aus 12 Monaten. → Antwort: sicher
2. Meine Mutti ist drei Jahre jünger als ich. → Antwort: unmöglich.
3. Kalle springt weiter als ein Känguru. Ist das sicher, möglich oder unmöglich?  
→ möglich
4. Schmilzt Eis auf der warmen Heizung? Ist das sicher, möglich oder unmöglich?  
→ sicher
5. Morgen ist ein Schultag. → Antwort (abhängig vom Wochentag)
6. Heute Morgen saß ein Papagei auf meinem Fensterbrett. Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich? → Antwort: weniger wahrscheinlich
7. Die Fußgängerampel auf meinem Schulweg steht immer auf Lila wenn ich komme. Ist das sicher, möglich oder unmöglich? → Antwort: unmöglich
8. Für meinen Hund möchte ich einen schönen Knochen kaufen. Ich gehe zum Bäcker, bekomme ich ihn dort? Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich? → Antwort: weniger wahrscheinlich
9. Meinen Geburtstag gibt es einmal im Jahr. Sicher, möglich oder unmöglich? → Antwort: sicher
10. Im Sommer können wir in Warnemünde im Meer schwimmen gehen. Ist das mehr oder weniger wahrscheinlich? → mehr wahrscheinlich

## Arbeitsblatt 8/4\* „Stimmt die Leiter?“

Stimmt die Leiter?

Kontrolliere die Leitern. Sind die Punkte richtig? Wenn nötig, verbessere!

a.)

sicher
☺
unmöglich

Bei Gewitter gibt es Blitz und Donner.

Stimmt!

Stimmt nicht!



Warum? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b.)

sicher
☺
unmöglich

Im Herbst fallen die Blätter von unseren Bäumen.

Stimmt.

Stimmt nicht.



Warum? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

c.)

sicher
☺
unmöglich

Meine Haare auf dem Kopf wachsen.

Stimmt.

Stimmt nicht.



Warum? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Lösungsblatt Arbeitsblatt 8/4a\*

Stimmt die Leiter?

Kontrolliere die Leitern. Sind die Punkte richtig? Wenn nötig, verbessere!

a.)

sicher

unmöglich

Bei Gewitter gibt es Blitz und Donner.



Stimmt!



Stimmt nicht!

Warum? Mehr wahrscheinlich, aber nicht sicher, weil manchmal nur der Donner zu hören und kein Blitz zu sehen ist.

b.)

sicher


unmöglich

Im Herbst fallen die Blätter von den Bäumen.



Stimmt.



Stimmt nicht.

Warum? Mehr wahrscheinlich, aber nicht sicher, weil die Blätter schon vor dem Herbst oder erst im Winter fallen können.

c.)

 sicher

unmöglich

Meine Haare auf dem Kopf wachsen.



Stimmt.



Stimmt nicht.

Warum? Die Haare auf dem Kopf wachsen sicher, darum werden sie länger.

*Brief von Kalle*

Liebe Kinder der Klasse 2...,

wie ich hörte, habt ihr, genauso wie ich auch, viel geübt, um ein echter Wetterfrosch zu werden. Zuerst habt ihr Fragen zum Wetter beantwortet, doch dann habt ihr schnell gelernt, wie ihr zu fast allen Fragen mit der Leiter eine Antwort geben könnt.

Jetzt seid ihr darin schon wirklich sehr gut und das freut mich sehr! Auch ich habe immer weiter geübt und bin auf meiner Leiter rauf und runter gehüpft. Eine Menge Menschen, alte und junge, kleine und große, Mädchen und Jungen habe ich als Wetterfrosch kennengelernt. Nun bin ich schon ein alter Frosch und brauche unbedingt einen langen Urlaub. Bestimmt kennt ihr das auch, dass man manchmal einfach Ferien braucht. Also ich brauche die jetzt und deshalb bin ich sehr froh, dass es ganz viele neue Wetterfrösche gibt, die für mich Fragen beantworten können - so wie ihr. Darum bekommt ihr heute von mir eine Urkunde verliehen, die euch zu neuen echten Wetterfröschen macht.

Ich werde meinen Heimatteich besuchen und all den anderen Fröschen von meinem Beruf als Wetterfrosch berichten. Vielleicht gibt es dort wieder einen kleinen Kalle, der auch gerne ein Wetterfrosch werden möchte. Dann werde ich ihn mit in die Stadt nehmen und mit ihm üben, wie auch ihr geübt habt.

Bis dahin, Kinder, sendet euch euer Kalle einen lieben feuchten Froschgruß! Macht es gut und übt fleißig weiter!

Euer Kalle

*Urkunde Wetterfrosch*

# URKUNDE



---

ist ab heute ein echter  
Wetterfrosch.

---

Ort, Datum

**Selbstständigkeitserklärung**

Ich versichere, dass ich die vorliegende Arbeit ohne fremde Hilfe verfasst und keine anderen Quellen und Hilfsmittel als die angegebenen benutzt habe. Die Stellen der Arbeit, die anderen Werken vom Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen sind, habe ich unter Angabe der Quellen als Entlehnungen kenntlich gemacht. Mir ist bekannt, dass gemäß § 17 der Rechtsverordnung die Prüfung wegen einer Pflichtwidrigkeit (Täuschung u. ä.) für nicht bestanden erklärt werden kann.

---

Ort, Datum

---

Sandra Cordt