

Stellungnahme zum Entwurf des Rahmenplans Mathematik für die Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe

1. Allgemeine Bemerkungen

Bezug zu den Standpunkten der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät

In unserer Stellungnahme gehen wir von den Standpunkten aus, die in der Stellungnahme der Fakultät enthalten sind, also von der

- Sicherung eines angemessenen fachwissenschaftlichen Niveaus,
- Ablehnung eines Computeralgebrasystems als verbindliches Unterrichtsmittel,
- Aufhebung der Trennung der Inhalte in grundlegendes und erhöhtes Anforderungsniveau,
- Orientierung auf Sicherung von Grundanforderungen.

Bezug zu den Bildungsstandards und landeseigenen Materialien

Bei der Bewertung der inhaltlichen Vorschläge stützen wir uns wesentlich auf die Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Bildungsstandards 2012), die von der Kultusministerkonferenz als verbindliche Grundlage für die Entwicklung von Rahmenplänen in den Bundesländern beschlossen wurden. Diese Bildungsstandards stecken einen Rahmen ab, der im Bereich der grundlegenden Anforderungen nicht unterschritten werden sollte. Andererseits ist zu beachten, dass die Bildungsstandards sowohl für Länder konzipiert wurden, in denen der Unterricht in der gymnasialen Oberstufe in Form von dreistündigen Grund- und fünfstündigen Leistungskursen oder im vierstündigen Klassenunterricht, wie es in Mecklenburg-Vorpommern der Fall ist, erteilt wird. Deshalb sind wir der Meinung, dass der Rahmenplan von Ausnahmen abgesehen keine weiteren, über die Bildungsstandards hinausgehenden Themen enthalten sollte. Grundlage ist für uns die Vereinbarung der KMK zur Gestaltung der gymnasialen Oberstufe (Vereinbarung 2013). In dieser ist festgelegt, dass der Fachunterricht auf unterschiedlichen Anspruchsebenen nach den Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife erteilt wird, wobei die Zuordnung den Ländern obliegt (S. 6). Fächer mit erhöhtem Anforderungsniveau sollen mindestens vierstündig unterrichtet werden. Bei diesen vierstündig unterrichteten Fächern ist das Erreichen des erhöhten Anforderungsniveaus entsprechend zu sichern.

Wir werden deshalb bei jedem Inhaltsbereich auf fehlende bzw. zusätzliche Inhalte in Bezug auf die Bildungsstandards hinweisen. Es ist leider nicht so, wie in dem Plan auf Seite 17 behauptet wird, dass die verbindlichen Inhalte der Themen im Einklang mit den inhaltsbezogenen Kompetenzen der Bildungsstandards stehen. Es zeigt sich, dass einerseits eine Reihe von verbindlichen Forderungen der Bildungsstandards im Plan nicht enthalten sind, dafür aber andererseits zahlreiche neue Inhalte, oft in Form von Fachbegriffen im Planentwurf auftauchen, die nicht in den Bildungsstandards genannt werden. Insgesamt sind die Inhalte des vorliegenden Plans – wenn sie nicht weiter konkretisiert werden – sogar umfangreicher als die des ehemaligen 5-stündigen Leistungskurses in MV, der bis 2007 verbindlich war. Wir sehen eine der Ursachen für diese stoffliche Überfrachtung in der vorausgesetzten Verwendung eines CAS-Rechners, mit dem sich etwa die Bogenlänge, die Mantelfläche oder eine Regressionsfunktion auf Knopfdruck bestimmen lassen, ohne über die fachlichen Hintergründe der Begriffe weiter nachdenken zu müssen. Das fachwissenschaftliche Niveau eines Unterrichts zeigt sich

aber nicht in der Fülle von verwendeten Begriffen, sondern in dem fachlichen Niveau der Beherrschung von Begriffen durch die Schüler. Uns sind massive Klagen von Lehrkräften in der gymnasialen Oberstufe bekannt, dass sie nur noch durch den Stoff hetzen müssen und keine Zeit mehr für ausreichende Übungen des neuen Stoffes, geschweige denn für Wiederholungen von stofflichen Inhalten aus der Sekundarstufe I haben.

Eine wesentliche Botschaft der Bildungsstandards besteht für uns darin, sich auf wesentliche Inhalte zu beschränken und sich mit diesen gründlich zu beschäftigen, insbesondere mit ihren inhaltlichen Aspekten und ihren Anwendungen zur Modellierung von Zusammenhängen und Sachverhalten. Diese zentrale Botschaft ist im Entwurf des Rahmenplans noch völlig unzureichend umgesetzt, so dass wir eine generelle Überarbeitung des Planes für unbedingt erforderlich halten. Wir verkennen dabei nicht, dass nach Beschluss der Kultusministerkonferenz die Bildungsstandards Grundlage des Abiturs ab dem Schuljahr 2016/17 sein sollen und dazu ein neuer Rahmenplan ab dem Schuljahr 2015/16 eine günstige Voraussetzung wäre. Aber wie in der Mehrzahl der anderen Bundesländer lässt sich diese Forderung der Kultusministerkonferenz auch durch entsprechende Vorabinweise zum Abitur für die entsprechenden Jahre erfüllen.

Die Bildungsstandards erlauben in zwei Fällen verschiedene Varianten der inhaltlichen Gestaltung des Mathematikunterrichts. Die Gelegenheit eines neuen Rahmenplans sollte genutzt werden, um die Entscheidung für eine der Varianten zu diskutieren. Wir werden deshalb in den späteren Analysen unsere Positionen zu den Varianten deutlich machen.

Wir bedenken bei unserer Stellungnahme auch das Vorhaben eines gemeinsamen Abiturs zusammen mit den Bundesländern Niedersachsen, Hamburg, Schleswig-Holstein, Bayern, Sachsen und eventuell auch Bremen und Brandenburg, die Interesse angemeldet haben. Ein langfristig geplantes gemeinsames Abitur setzt die Übereinstimmung der Rahmenpläne zumindest in den grundlegenden Inhalten voraus.

Als weitere Grundlage der Stellungnahme berücksichtigen wir die Empfehlungen der Arbeitsgruppe „Gymnasiale Oberstufe Mathematik“ des Landesinstitutes für Schule und Ausbildung Mecklenburg-Vorpommern von 2009 für die Klassen 10-12 (Guba u.a. 2009). Zur Arbeitsgruppe gehörten mit Herrn Dr. Guba, Frau Dr. Jagnow, Frau Pietsch, Frau Dr. Sachs, Frau Dr. Sikora, Frau Mendler und Herrn Prof. Dr. Sill erfahrene und wissenschaftlich qualifizierte Lehrkräfte und Didaktiker. In dem in mehrjähriger Arbeit entstandenen umfangreichen Material sind konkrete Ziele und Aufgaben für alle Themen der Klassen 10 bis 12 auf drei Niveaustufen enthalten. Das Material stellt eine Konkretisierung des aktuell gültigen Kerncurriculums dar, wurde mit der Abituraufgabenkommission abgestimmt und mit einem Vorwort des Ministers an alle Gymnasien verschickt, wo es gegenwärtig in vielen Fällen eine wesentliche Grundlage der Arbeit darstellt. Mit den Bildungsstandards haben sich die inhaltlichen Vorgaben teilweise wesentlich geändert, sodass eine Überarbeitung des Materials erforderlich ist. Uns ist unverständlich, dass die Arbeitsgruppe nicht an der Erstellung des Rahmenplans beteiligt wurde.

Zur Struktur des Planes

Wir begrüßen sehr, dass die Inhalte nicht nach Leitideen, sondern nach Themenbereichen strukturiert wurden. Weiterhin halten wir die in dem Plan enthaltenen konkreten Zeitvorgaben für wichtig, um die Wertigkeit der einzelnen Themen durch die Lehrkräfte einschätzen zu können. Allerdings scheint es uns nicht notwendig, mit der gewählten Reihenfolge der Themen offensichtlich bereits eine mögliche Stoffverteilung für die Klassenstufen 11 und 12 zu verbinden. Dies kann besser in

Handreichungen zur Oberstufe erfolgen. Wir schlagen deshalb vor, die beiden letztgenannten Themengebiete zur Analysis gleich im Anschluss an die übrigen Themen zur Analysis aufzuführen.

Für die Analysis wurden insgesamt 112 h (58 %) für die Vektorrechnung 48 h (45 %) und für die Stochastik 32 h (17 %) geplant. Angesichts der Bedeutung einer stochastischen Grundbildung für zahlreiche Studiengänge halten wir den zeitlichen Anteil der Stochastik insbesondere im Vergleich zur Analysis für zu gering. Wir werden im Folgenden noch konkrete Vorschläge dazu unterbreiten.

Es ist weiterhin positiv hervorzuheben, dass in dem vorliegenden Entwurf Konkretisierungen für Lehrkräfte derart vorgenommen wurden, sodass nicht nur Fachbegriffe aufgezählt, sondern auch deren Zusammenhänge und teilweise vom Schüler auszubildende Fertigkeiten benannt wurden. Dieses Vorhaben hätte allerdings stringenter umgesetzt werden können. So ist uns insbesondere die Rolle der Hinweise im Plan nicht klar. Es fehlen dazu Ausführungen zu Beginn des Abschnittes 3.2. Diese Hinweise sollten aus unserer Sicht die Funktion haben, didaktisch-methodische Empfehlungen zur Vermittlung der links stehenden verbindlichen Inhalte zu geben sowie Vorschläge zu inhaltlichen Vertiefungen zu unterbreiten. Im Planentwurf enthält diese Spalte aber durch eine entsprechende Diktion („wird“, „sind“) Liste von weiteren, als verbindlich anzusehenden Inhalten. So werden etwa auf Seite 20 Funktionsklassen aufgezählt, die zu berücksichtigen „sind“. Dies kann nur als unmissverständliche Aufforderung an die Lehrkräfte verstanden werden, diese Funktionsklassen auch alle zu behandeln. Bei unserer Stellungnahme gehen wir von dieser Lesart aus.

Inhalt und Bedeutung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen

Die Bedeutung der auf den Seiten 11-16 genannten allgemeinen mathematischen Kompetenzen erschließt sich uns nicht. Sie sind so allgemein und inhaltsunabhängig, dass sie auch genauso gut für einen Studenten der Mathematik und teilweise sogar für einen Mathematiker zutreffen. Sie sind identisch mit den entsprechenden Darlegungen in den Bildungsstandards. Es erfolgen lediglich jeweils ergänzende Hinweise auf den möglichen Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge. Wir schließen uns der in der gemeinsamen Pressemitteilung der Fachverbände DMV, GDM und MNU geäußerten Kritik an, dass die Standards viel zu vage sind und die geforderten Kompetenzen zu viele Deutungen zulassen (Pressemitteilung). Dies trifft insbesondere für die allgemeinen mathematischen Kompetenzen zu.

Es ist zu begrüßen, dass im Rahmenplan versucht wurde, bei den einzelnen Themenbereichen auf Möglichkeiten zur Ausbildung dieser Kompetenzen hinzuweisen. Diese Angaben sind aber oft zu knapp, teilweise missverständlich und orientieren manchmal auf nicht zu empfehlende Aufgabenstellungen. Die Ausbildung allgemeiner mathematischer Kompetenzen hängt vor allem von der Art und Weise der Gestaltung des Unterrichtsprozesses und weniger von den konkreten Inhalten ab. Wir sind der Auffassung, dass Gymnasiallehrer in der Lage sind, geeignete Unterrichtsmethoden zur Ausbildung der Kompetenzen zu wählen. Wir schlagen deshalb vor, auf sämtliche Angaben zu den Kompetenzen in den Inhaltsbereichen zu verzichten und werden in der Stellungnahme deshalb auch nicht weiter auf die Probleme dieser Angaben eingehen.

Beschränkung des Plans auf die Qualifikationsphase

Die gymnasiale Oberstufe besteht in Mecklenburg-Vorpommern an Gymnasien wie in allen anderen Bundesländern mit zwölfjährigem Abitur aus der Einführungsphase (Klasse 10) und der Qualifikationsphase (Klassen 11 und 12). An Fachgymnasien gehören die Klassen 11-13 zur gymnasialen Oberstufe. Wir schlagen aus folgenden Gründen vor, den Entwurf des Rahmenplans analog zu anderen Bundesländern (Berlin und Brandenburg) um die Einführungsphase in Klasse 10 zu erweitern.

- In der Qualifikationsphase müssen sich die Schülerinnen und Schüler mit Elementen aus drei für sie völlig neuen anspruchsvollen Themengebieten beschäftigen: der Differenzial- und Integralrechnung, der Analytischen Geometrie und linearen Algebra sowie der beurteilenden Statistik. Für das Arbeiten mit den entsprechenden Begriffen und Verfahren auf einer formalen Ebene ist ein propädeutisches Arbeiten auf einer inhaltlichen Ebene eine notwendige Voraussetzung zum Verständnis der neuen Inhalte.
- Die Aufgaben der bisherigen Einführungsphase in Klasse 11 bei einem Abitur nach 13 Jahren müssen von der Klasse 10 übernommen werden. In vielen Bundesländern werden deshalb bereits in Klasse 10 Themen aus der Qualifikationsphase vorgezogen bzw. in geeigneter Weise vorbereitet. Mit den genannten Empfehlungen der Arbeitsgruppe „Gymnasiale Oberstufe Mathematik“ (Guba u.a. 2009) liegt ein aus unserer Sicht durchdachtes Konzept für eine Vorbereitung der Qualifikationsphase durch entsprechende Themen für die Klasse 10 vor, das ohne größere Probleme in einen Plan umgesetzt werden kann. So sind in der Klasse 10 zur inhaltlichen Vorbereitung der Analysis 12 h und der Stochastik 22 h vorgesehen.
- Es gibt erhebliche Überschneidungen des aktuellen Entwurfs des Rahmenplans für die Qualifikationsstufe insbesondere auf dem Gebiet der Stochastik mit dem gültigen Rahmenplan für das Gymnasium für die Klassen 5-10 aus dem Jahre 2002, insbesondere für die Klasse 10. Wenn der Rahmenplan so in Kraft gesetzt wird, gibt es zwei teilweise einander widersprechende Pläne.

2. Hinweise zu den einzelnen Themenbereichen

Wir werden im Folgenden für die im Rahmenplan vorgegebenen Themenbereiche jeweils dahingehend analysieren, welche Inhalte der Bildungsstandards fehlen und welche zusätzlich aufgenommen wurden. Unsere Diskussionen, in deren Folge wir Vorschläge zur Änderung des Rahmenplanes unterbreiten, werden unter zwei Fragestellungen geführt:

1. Welche der vorgeschlagenen Inhalte könnten kürzer oder nicht behandelt werden, weil sie nicht in den Bildungsstandards auftreten oder für den weiteren Mathematikunterricht oder für eine universitäre mathematische Bildung nicht von tragender Bedeutung sind? (Nicht nur für die Ausbildung zu Mathematikern, sondern auch für Serviceleistungen unseres Institutes in allen Bereichen wie BWL, Landwirtschaft, Ingenieurwissenschaften, Soziologie usw...)
2. Wo finden sich fachliche Unzulänglichkeiten oder unverständliche bzw. irreführende Formulierungen bei der Beschreibung?

Thema: Grenzwerte und Stetigkeit

Zahlenfolgen werden in den Bildungsstandards nicht erwähnt, werden aber im Rahmenplan ausführlich gefordert.

Stetigkeit wird in den Bildungsstandards nicht erwähnt. Bei den verbindlichen Inhalten im Rahmenplan wird einerseits der anschauliche Stetigkeitsbegriff hervorgehoben, andererseits wird die Untersuchung von Funktionen auf Stetigkeit unter Nutzung der Definition verlangt. Das ist widersprüchlich. Man käme ohne die formale Behandlung der Stetigkeit für den weiteren Mathematikunterricht aus.

Grenzwerte: In den Bildungsstandards gibt es nur den Hinweis auf die Nutzung des propädeutischen Grenzwertbegriffes (also anschaulich und ohne Definition) bei der Bestimmung von Ableitung und Integral. Im Rahmenplan wird die Übertragung der Grenzwertsätze von Folgen auf Funktionen und Untersuchung von abschnittsweise definierten Funktionen auf Grenzwerte mit Technik gefordert.

Abschnittsweise definierte Funktionen gehören nicht zu den in den Bildungsstandards verlangten Funktionsklassen der Sek. I, im Rahmenplan wird gefordert, dass sie „untersucht“ werden sollen auf Grenzwerte.

Vorschlag: In den Bildungsstandards ist gefordert, dass die Schülerinnen und Schüler „die sich aus den Funktionen der Sekundarstufe I ergebenden Funktionsklassen zur Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen“ können. Diese Formulierung findet sich im Rahmenplan nicht wieder. Es könnte also zu Beginn der 11. Klasse ein kurzer Abschnitt zur Wiederholung und Systematisierung der bekannten Funktionsklassen (Potenzfunktionen, Exponential- und Logarithmusfunktion, Winkelfunktionen) eingefügt werden, in dem auch die bereits bekannten Eigenschaften der Funktionen wiederholt werden, wenn dies nicht wie in Guba u.a. 2009 vorgeschlagen bereits in Klasse 10 erfolgt. Besonderes Augenmerk kann dabei auf das Verhalten im Unendlichen und bei Annäherung an Polstellen gelegt werden und die Limeschreibweise dafür eingeführt werden. Fragen der Stetigkeit können an relevanten Beispielen und Gegenbeispielen aus der Praxis präformal besprochen werden, sodass ein Verständnis für diesen mathematischen Begriff gelegt wird. Wenige Folgen (insbesondere Nullfolgen) könnten als Funktionen mit besonderem Definitionsbereich eingeordnet werden.

Thema: Ableitungen

Vorbemerkung: Die Themengebiete zu Ableitungen (12h), zu Untersuchungen von Funktionen (24h) und zu Anwendungen der Differentialrechnung (20h) erscheinen falsch gewichtet. In den ersten 12 h sollen sowohl alle Aspekte des Ableitungsbegriffes (formal, Tangentenanstieg, Änderungsrate, Approximation) als auch alle Ableitungsregeln, angewendet auf verschiedene Funktionsklassen, und höhere Ableitungen behandelt werden. Daher schlagen wir eine Verschiebung von Inhalten vor.

Ableitungsbegriff: In den Bildungsstandards steht ausdrücklich zur Ableitung, dass sie als lokale Änderungsrate gedeutet werden soll. Im Rahmenplan erscheint das erst nach den Ableitungsregeln. Weiterhin wird der Punkt „Änderungsraten funktional beschreiben (Ableitungsfunktion) und interpretieren“ aus den Bildungsstandards nicht im Rahmenplan erwähnt. Ebenfalls keine Erwähnung findet die Deutung der Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen. Damit werden moderne Strömungen, die die Anwendbarkeit des Ableitungsbegriffes in anderen Wissenschaften verbessern, nicht oder an falscher Stelle aufgenommen.

Vorschlag: Unter dem ersten Anstrich in Rahmenplan einfügen: Die 1. Ableitung als Anstieg einer Tangenten an den Graphen und als lokale Änderungsrate. Die Deutung der Ableitung mithilfe der Approximation durch lineare Funktionen sollte als Vorschlag zur inhaltlichen Vertiefung aufgenommen werden.

Zu den Funktionsklassen und Ableitungsregeln im Kapitel „Ableitungen“ (12h)

In den Bildungsstandards steht im grundlegenden Niveau, dass die Schüler die Funktionen der Sekundarstufe 1 ableiten sollen, auch unter Nutzung der Faktor- und Summenregel. Das wird in 12 Stunden noch nicht möglich sein, denn zu den Funktionsklassen gehören alle Potenzfunktionen (Exponent aus dem Bereich der gebrochenen und negativen ganzen Zahlen), alle Exponential- und Logarithmusfunktionen, alle Winkelfunktionen, immer mit Parametern $y = a \cdot f(x)$, $y = f(x) + c$, $y = f(x + d)$. Es ist gut, dass im Rahmenplan Einschränkungen vorgenommen werden auf einige Grundfunktionen. Diese Ableitungen sollten aber in das kommende Kapitel zu den Untersuchungen der Funktionen verschoben werden. Man wird an Potenzfunktionen mit natürlichem Exponenten die Einführung der Ableitung an einer Stelle vornehmen und Ableitungsfunktionen bilden. Die Faktorregel wäre anwendbar auf Funktionen der Form $y = a \cdot x^n$ mit a konstant und $n \in \mathbb{N}$. Die Summenregel wäre möglich

bei einfachen bekannten Funktionen der Form $y = ax^2 + bx + c$ oder $y = mx + n$. Das erscheint in 12 Stunden machbar, da der Fokus auf den Aspekten des Begriffes der Ableitung liegen sollte.

Vorschlag: In diesem Themengebiet „Ableitungen“ sollte eine klare Einschränkung auf Potenzfunktionen mit einem ganzzahligen Exponenten erfolgen und auf die Faktor- bzw. die Summenregel.

Alle anderen Funktionenklassen sollten in das folgende Kapitel verschoben werden, ebenfalls die Produkt- und Kettenregel und die entsprechenden Hinweise.

Die beiden Zusammenhänge zwischen Monotonie und 1. Ableitung und Krümmung und 2. Ableitung sowie das Skizzieren von Ableitungsfunktionen könnten an den eben beschriebenen Funktionen eingeübt oder ebenfalls in das folgende Kapitel verschoben werden.

Die Produktregel wäre an dieser Stelle nicht nötig, die Kettenregel ist in den Bildungsstandards nur im erhöhten Anforderungsniveau gefordert und daher nur an wenigen Beispielen zu benutzen.

Thema: Untersuchungen von Funktionen und ihre Graphen

Grundsätzliches:

Die Inhalte des Rahmenplanes sind die einer klassischen Kurvendiskussion. Mit Einführung grafikfähiger Rechner hat sich diese jedoch überlebt und ist in der klassischen Form sinnlos. Darauf deutet ein Hinweis hin, dass es nicht um eine routinemäßige Abarbeitung einer Kurvendiskussion geht, jedoch werden im Rahmenplan keine alternativen Handlungen für 24 Stunden gegeben. Alle aufgeführten Inhalte sind die einer Kurvendiskussion, die sogenannten Hinweise sind ebenfalls Inhalte, denn sie geben die zu behandelnden Funktionsklassen an.

Zu den Funktionenklassen und Ableitungsregeln:

Wie bereits beim Thema „Ableitungen“ vorgeschlagen, würden wir weitere Funktionenklassen erst in diesem Kapitel untersuchen. Es ist jedoch niveaubestimmend, welche verbindlich zu behandeln sind.

Die Hinweise zu Funktionsklassen mit Parametern sind unverständlich. Wenn der Begriff „Parameter“ benutzt wird, denkt man an daran, dass die Eigenschaften in Abhängigkeit von dem Parameter untersucht werden. Dadurch kommen die Irritationen zustande, denn es ergeben sich z. B. Ortskurven für die Extrempunkte oder Wendepunkte, die erst auf der nächsten Seite aufgeführt sind.

Vorschlag: Wenn gemeint ist, dass bei den Funktionenklassen nicht die Abhängigkeit von Eigenschaften von Parametern untersucht werden soll, muss dies entsprechend formuliert werden bzw. auf den Begriff Parameter ganz zu verzichten, der auch in den Bildungsstandards nicht erwähnt wird.

Zu den konkreten Funktionsklassen:

1. Von den oben beschriebenen Grundfunktionen, die mit den Parametern a , c und d bis zur 10. Klasse behandelt wurden, können $y = x^a$ sowie $y = \sin x$ und $y = \cos x$. In den Bildungsstandards wird darauf verwiesen, dass nur im erhöhten Niveau die Kettenregel zum Ableiten von Funktionen verwendet werden soll. Damit würde der Parameter d bei allen Funktionenklassen im grundlegenden Niveau entfallen. Das steht im Widerspruch zu den Hinweisen im Rahmenplan, die an mehreren Stellen die Nutzung der Kettenregel im grundlegenden Niveau fordern. (Hinweis: Früher im Leistungskurs in der 11. Klasse wurde es aus zeitlichen Gründen selten geschafft, die Winkelfunktionen mit Parametern zu untersuchen. Meistens wurden sie auch beim Abitur des LK ausgeschlossen, im Grundkurs waren sie nicht gefordert.)
2. In der 10. Klasse werden Exponentialfunktionen bei Wachstums- und Zerfallsprozessen eingeführt und die Logarithmusfunktionen als Umkehrfunktionen behandelt. Die Basis e wird

gegebenenfalls benannt, ihre Bedeutung kann aber eigentlich erst erschlossen werden, wenn aus theoretischer Sicht die Herleitung von e^x über die Gleichheit von Funktion und Ableitungsfunktion möglich ist. An dieser Stelle wäre der richtige Moment, um e einzuführen. Erst danach könnten $y = e^x$ (und $y = \ln x$) behandelt und Ableitungsfunktionen eingeführt werden. Es ist dann möglich, jede beliebige Basis auf e zurückzuführen. Dadurch entstehen dann Exponentialfunktionen mit der Basis e und mit konstanten Parametern, die laut Rahmenplan im grundlegenden Niveau untersucht werden sollen. In den Bildungsstandards wird nur im erhöhten Niveau gefordert, die \ln -Funktion als Umkehrfunktion der e -Funktion zu nutzen. Deren Ableitung ist nicht gefordert. (Hinweis: Früher im Grundkurs in der 11. Klasse wurde es aus zeitlichen Gründen kaum geschafft, die e -Funktion mit konstanten Parametern im Exponenten zu behandeln, im Leistungskurs gehörten sie zum Repertoire, aber sie kosten Zeit.)

3. Ganzrationale Funktionen findet man in den Bildungsstandards nicht. Sie werden auch nicht in der Sek. I behandelt. Der Rahmenplan fordert jedoch die Untersuchung ganzrationaler Funktionen mit Parametern.

Thema: Anwendungen der Differentialrechnung

In den Bildungsstandards werden folgende Anwendungen beschrieben: Die sich aus den Funktionen der **SEK I** ergebenden Funktionsklassen zur **Beschreibung und Untersuchung** quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen, in einfachen Fällen **Verknüpfungen und Verkettungen** von Funktionen zur **Beschreibung** quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen, Sekanten- und Tangentensteigungen bestimmen, Änderungsraten berechnen und deuten. Diese Inhalte fehlen im Rahmenplan.

Die Inhalte „Extremwertaufgaben“ und „Rekonstruktion von Funktionsgleichungen“ sind traditionell in diesem Stoffgebiet, sodass man sie wohl auch hier behandeln sollte. Regression ist ein Thema, das nicht in den Bildungsstandards enthalten ist und in MV neu aufgenommen wurde, weil es mit dem CAS-Rechner leicht auf Knopfdruck berechenbar ist. Es sollte gestrichen werden.

Thema: Stammfunktionen

Die Bezeichnung des Themas entspricht nicht dem Inhalt. Es müsste z. B. „Integralrechnung“ heißen.

Warum ist der gemeinsame Grenzwert von Ober- und Untersumme eine inhaltliche Vertiefung? Ist das nicht die Definition?

Die Zahl der Funktionsklassen ist wieder sehr groß und kann zu einer Vielzahl von Aufgaben auf sehr unterschiedlichem Niveau führen, zumal wieder der dehnbare und unkonkrete Satz: „Folgende Funktionsklassen sind auch unter Berücksichtigung von Parametern zu betrachten.“ dafür sorgt, dass alle Funktionsklassen im Abitur geprüft werden könnten.

Vorschlag: Streichung von Sinus- und Kosinusfunktion mit festen Parametern und Einschränkungen bei der e -Funktion in diesem Themengebiet.

Thema: Anwendungen der Integralrechnung

Selbst im Leistungskurs wurden früher keine Bestände, keine Bogenlängen und keine Mantelflächen behandelt. Das ist zwar alles mit CAS berechenbar, aber im Mathematikunterricht geht es um die mathematische Fundierung, nicht um die Nutzung eines CAS ohne Verständnis. Wir wollen keine Techniker ausbilden und auch keine Inhalte aufnehmen, nur weil sie sich gut für Abituraufgaben eignen.

Vorschlag: Streichung von Bogenlängen, Mantelflächen

Thema: Vektoren

Die Bildungsstandards enthalten zur Analytischen Geometrie/ Linearen Algebra zwei Alternativen für inhaltliche Schwerpunktsetzungen. Im Folgenden werden die Inhaltsangaben für die Alternativen aus den Bildungsstandards angegeben und kommentiert. Dabei steht GA für grundlegendes Anforderungsniveau und EA für erhöhtes Anforderungsniveau.

Alternative 1: Beschreibung mathematischer Prozesse durch Matrizen

- mathematische Prozesse durch Matrizen unter Nutzung von Matrizenmultiplikation und inverser Matrizen beschreiben (GA)
- Potenzen von Matrizen bei mehrstufigen Prozessen nutzen (EA)
- Grenzmatrizen sowie Fixvektoren interpretieren (EA)

Alternative 2: vektorielle Analytische Geometrie

- Vektoren beim Arbeiten mit geradlinig bzw. ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten anwenden (GA)
- Geraden und Ebenen analytisch beschreiben und die Lagebeziehungen von Geraden untersuchen (GA)
- Abstände zwischen Punkten, Geraden und Ebenen bestimmen (EA)
- die Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen untersuchen (EA)

Über die speziellen Angaben zu den beiden Alternativen hinaus gibt es bei den Grundanforderungen verbindliche Themen, die unabhängig von den Alternativen zu behandeln sind.

Diese sind:

- einfache Sachverhalte mit Tupeln oder Matrizen beschreiben
- Streckenlängen und Winkelgrößen im Raum auch mithilfe des Skalarprodukts bestimmen
- geometrische Sachverhalte in Ebene und Raum koordinatisieren
- elementare Operationen mit geometrischen Vektoren ausführen und Vektoren auf Kollinearität untersuchen
- das Skalarprodukt geometrisch deuten

Die Schwerpunktsetzungen haben sich in den Bundesländern über einen längeren Zeitraum herausgebildet und können nur mit einem besonderen Aufwand langfristig geändert werden, da die Lehrkräfte mit anderen Inhalten nicht vertraut sind und auch die Unterrichtsmaterialien in den Ländern darauf abgestimmt sind. Es gibt nur sehr wenige Bundesländer, in denen die Inhalte zur Alternative 1 bisher unterrichtet werden und auch in den neuen Plänen nach 2012 gibt es in keinem Fall eine Festlegung auf diese Alternative.

Vorschläge:

Es sollte auch in MV bei der Alternative 2 geblieben werden. Es sollte aber die Beschreibung einfacher Sachverhalte mit Tupeln und Matrizen als verbindliche Grundanforderung aufgenommen werden, was dann mit zu den Vorschlägen zur Erweiterung des Vektorbegriffs verbunden werden kann.

In den Bildungsstandards sind geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen und algorithmische Verfahren zur Lösung von LGS gefordert, die im Rahmenplan nicht auftauchen.

Der Vektorbegriff ist der Grundbegriff der linearen Algebra, der in vielen Studienrichtungen mit Tabellenspalten oder -zeilen bzw. mit Gleichungssystemen verbunden ist und auf Matrizen erweitert wird. Daher ist es schade, dass in M-V der Vektorbegriff so vordergründig geometrisch gedeutet und

später nur so angewendet wird. Das versperrt vielen Studierenden den Zugang zur Algebra, weil sich Pfeile nicht in höheren Dimensionen als 3 vorstellen lassen.

Wir sind der Meinung, dass die Vektorrechnung nicht vordergründig die Aufgabe hat, räumliche Geometrie zu vertiefen und nur diese praktischen Anwendungen von Vektoren zu lehren. Diese vielen konkreten Berechnungen brauchen die meisten Studienrichtungen nicht, stattdessen brauchen sie inhaltliche Vorstellungen von Vektoren und Matrizen und einige Grundvorstellungen zu Operationen mit ihnen.

Der Hinweis im Rahmenplan auf die Umformung von 3D in 2D mit Hilfe von Matrizenmultiplikation sollte gestrichen werden.

Thema: Geraden und Ebenen

Die Analytische Geometrie enthält mit dem Spatprodukt, den vielen Abständen, Winkel- und Flächen- und Rauminhaltsberechnungen wieder mehr Inhalte als in den Bildungsstandards und sogar im Plan für den ehemaligen Leistungskurs enthalten sind. Wenn jeweils nur Formeln vorgegeben und mit Technik ausgerechnet werden, ist der Sinn eigentlich verfehlt. Die Berechnungen kosten viel Zeit, wenn sie fundiert eingeführt und verständlich genutzt werden sollen. Daher sollte über sinnvolle Kürzungen diskutiert werden.

Thema: Wahrscheinlichkeitsrechnung und Statistik

Es gibt in den Bildungsstandards zwei Alternativen für den Schwerpunkt im Bereich der Stochastik, zu denen folgende Angaben gemacht werden.

Alternative 1: Schätzung von Parametern

- für binomialverteilte Zufallsgrößen Aussagen über die unbekannte Wahrscheinlichkeit sowie die Unsicherheit und Genauigkeit dieser Aussagen begründen (EA)

Alternative 2: Testung von Hypothesen

- Hypothesentests interpretieren und die Unsicherheit und Genauigkeit der Ergebnisse begründen (EA)

Aufgrund der zahlreichen Probleme, die Schülerinnen und Schüler aber auch viele Lehrkräfte mit dem Verständnis und dem sachgerechten Umgang mit Hypothesentests haben, sind in jüngster Zeit mehrere Bundesländer dazu übergegangen, das Schätzen von Parametern und speziell den Umgang mit Konfidenzintervallen bei Binomialverteilungen als Schwerpunkt zu wählen. Die Lehrkräfte in MV sind aus früheren Lehrplaninhalten damit vertraut. Es gibt Hinweise darauf, dass Schüler und Lehrkräfte weniger Probleme mit diesem Inhalt haben. Deshalb schlagen wir vor, bei der Gelegenheit des neuen Rahmenplans, die Angaben der Bildungsstandards zum Schätzen von Parametern zu übernehmen und auf Aussagen zu Hypothesentest zu verzichten.

In Rahmenplan sind folgende Inhalte der Bildungsstandards nicht als verbindliche Themen genannt:

- (1) Lage- und Streumaße einer Stichprobe bestimmen und deuten (GA)
- (2) Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen zur Beschreibung stochastischer Situationen nutzen (GA)
- (3) Sachverhalte mithilfe von Vierfeldertafeln untersuchen und damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten lösen (GA)
- (4) in einfachen Fällen aufgrund von Stichproben auf die Gesamtheit schließen (GA)
- (5) die „Glockenform“ als Grundvorstellung von normalverteilten Zufallsgrößen nutzen (EA)

- (6) stochastische Situationen untersuchen, die zu annähernd normalverteilten Zufallsgrößen führen (EA)

Vorschläge:

- Die Themen (1) bis (4) auf dem grundlegenden Anforderungsniveau sollten als verbindlich im Rahmenplan ausgewiesen werden, um ein gemeinsames Abitur auf der Basis der Bildungsstandards zu ermöglichen.
- Das Thema (5) sollte wie in den Bildungsstandards mit der Forderung verknüpft werden, exemplarisch diskrete und stetige Zufallsgrößen unterscheiden.
- Auf das Thema (6) kann im Interesse einer Konzentration auf Grundlegendes weiterhin verzichtet werden.

Über die Forderungen der Bildungsstandards hinaus wird im Rahmenplan verbindlich die Approximation der Binomialverteilung durch die Normalverteilung gefordert. Auf dieses Thema sollte auf jeden Fall verzichtet werden. Es übersteigt weit den üblichen Rahmen und lässt sich mit den Mitteln der Schulmathematik nicht behandeln.

Im Rahmenplan ist die Formulierung „Untersuchung mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit“ enthalten. Sie sollte durch die zutreffende Formulierung aus den Bildungsstandards „Teilvorgänge mehrstufiger Zufallsexperimente auf stochastische Unabhängigkeit anhand einfacher Beispiele untersuchen“ ersetzt werden.

Anstelle von „binomialverteilte Zufallsgrößen“ sollte es wie in den Bildungsstandards heißen: „die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen nutzen“

Vergleicht man die Inhalte mit dem aktuellen Rahmenplan für das Gymnasium für die Klassen 7-10 von 2002, dann sind fast alle Themen im grundlegenden Anforderungsniveau in M-V schon vorher behandelt worden. Es kann sich dann bei dem konzipierten Kurs nur um Wiederholungen handeln, wenn der Rahmenplan 5 bis 10 nicht geändert wird. Aufgrund der Stofffülle in den Klassen 11 und 12 sollte die Klasse 10 bereits genutzt werden, Inhalte der Bildungsstandards für die Abiturstufe zu realisieren. Dazu gibt es in dem Papier von Guba u. a. bereits einen Vorschlag.

Bei der Überarbeitung des Rahmenplans sollte über eine Orientierung an den Empfehlungen von Biehler u. a. 2010 nachgedacht werden, insbesondere über eine Verbindung von Stochastik und Analysis durch die Modellierung statistischer Trends und von Zusammenhängen zweier Merkmale.

Literatur

Biehler, Rolf; Eichler, Andreas; Engel, Joachim, Warmuth, Elke (2010): Leitidee Daten und Zufall für die Sekundarstufe II – Kompetenzprofile für die Bildungsstandards aus Sicht der Stochastik und ihrer Didaktik

URL: http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ak-stoch/Leitidee_Daten_und_Zufall_SekII.pdf

(Stand: 03.05.2015)

Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife, Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012

URL: http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2012/2012_10_18-Bildungsstandards-Mathe-Abi.pdf (Stand: 03.05.2015)

Bruder, Regina; Elschenbroich, Jürgen; Greefrath, Gilbert; Henn, Hans-Wolfgang; Kramer, Jürg; Pinnerell, Guido (2010): Schnittstelle Schule – Universität

URL: <http://www.mathematik-schule-hochschule.de/images/Materialien/PDF/schnittstellen-muenchen.pdf>, (Stand: 03.05.2015)

Gemeinsame Pressemitteilung der Fachverbände DMV, GDM und MNU vom 23. Oktober 2012

URL: http://www.mathematik-schule-hochschule.de/images/Aktuelles/pdf/121023_pm_kommission_bildungsstandards.pdf (Stand: 03.05.2015)

Guba, W.; Jagnow, I.; Mender, V.; Pietsch, E.; Sachs, A.; Sikora, Ch.; Sill, H.-D. (2009): Ziele und Aufgaben zum Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe, Klassen 10 – 12, Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur Mecklenburg-Vorpommern

URL: <http://www.mathe-mv.de/publikationen/gymnasiale-oberstufe/vorschlaege-klasse-10-bis-12-der-ag-gymnasiale-oberstufe-mathematik/> (Stand: 03.05.2015)

Vereinbarung zur Gestaltung der gymnasialen Oberstufe in der Sekundarstufe II, Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 07.07.1972 i.d.F. vom 06.06.2013

URL: http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/1972/1972_07_07-Vereinbarung-Gestaltung-Sek2.pdf (Stand: 03.05.2015)